INVESTIGACION Y CIENCIA

Edición en español de SCIENTIFIC AMERICAN



LA CREMALLERA

Agosto 1983
350 PTAS.

Los espacios en gris
corresponden a publicidad
en la edición impresa

Número 83
Agosto 1983

INVESTIGACION Y
CIENCIA *Edición en español de* SCIENTIFIC AMERICAN

Colaboradores de este número:

Asesoramiento y traducción:

Isabel García Acha y J. Rodríguez Villanueva: *Un vector para introducir genes en vegetales*; Montserrat Domingo: *Calderas volcánicas gigantes*; Jaime Truyols Santonja: *El hombre de Pekín*; Manuel Puigcerver: *Materia oscura en galaxias espirales*; Joandomènec Ros: *Ecología fisiológica de ballenas y delfines*; Luis Bou: *Georg Cantor y la teoría de conjuntos transfinitos*; Emilio Bautista Paz: *La cremallera*; Luis Bou: *Temas metamágicos*; J. Vilardell: *Taller y laboratorio.*

Libros:

Ramón Cerdà, C. Rodríguez Barrueco, J. F. Prida y Mariano Mataix



LA PORTADA

Nuestra portada presenta una cremallera tal cual se vería a gran aumento. Aparece sin la corredera para mostrar el procedimiento de abertura y cierre. La cremallera tiene dientes metálicos, según era uso hasta los años inmediatos a la segunda guerra mundial, cuando el avance de los plásticos posibilitó su fabricación en nylon o poliéster. Cada diente ofrece un saliente en la parte superior y un entrante en la inferior. Al levantar la corredera, su ranura interna en *V* mantiene ambos lados de la cremallera formando un ángulo que permite deslizarse el saliente de un diente hacia el entrante del opuesto; los rebordes de la corredera en *Y* bloquean un diente contra otro. La geometría de salientes y entrantes es la que mantiene juntos ambos lados de la cremallera (los bordes que se pretenden fijar) cuando está cerrada. Para abrirla el procedimiento es el inverso: los flancos de la corredera sitúan los dientes en un ángulo que les permite el desbloqueo (véase "La cremallera", por Lewis Weiner, en este número).

Suscripciones:
Prensa Científica, S. A.
Calabria, 235-239
Barcelona-29 (España)
Teléfono 322 05 51 ext. 37

Condiciones de suscripción:
España:
Un año (12 números): 3.850 pesetas
Extranjero:
Un año (12 números): 52 U.S. $
Ejemplar atrasado ordinario:
350 pesetas
Ejemplar atrasado extraordinario:
450 pesetas

Distribución para España
Distribuciones de Enlace, S. A.
Ausias March, 49 - Barcelona-10

Distribución para los restantes países:
Editorial Labor, S. A.
Calabria, 235-239 - Barcelona-29

Publicidad:
Madrid:
Gustavo Martínez Ovin
Avda. de Moratalaz, 137 - Madrid-30
Tel. 430 84 81
Cataluña:
Lourdes Padrós
Manuel Girona, 61, 2.º - Barcelona-34
Teléfono 204 45 83

Controlado
por O.J.D.

PROCEDENCIA DE LAS ILUSTRACIONES

Pintura de la portada de Ted Lodigensky

Página	Fuente
9	G. Vidal
10	Ricardo Génova y G. Vidal
11-18	G. Vidal
18	G. Vidal (*fila superior*); Bonnie Bloeser, Texaco Inc. de Los Angeles (*fila inferior*)
19	G. Vidal
21	Robert y B. Gillian Turgeon, Universidad de Cornell (*arriba*), Mary-Dell Chilton (*abajo*)
22-28	Bunji Tagawa
29	Jacques Tempé
30	Bunji Tagawa
32	Natural Environment Research Council, Swindon, Inglaterra, y Universidad a Distancia
34-35	Peter Francis
36-40	Tom Prentiss
42	Peter Francis
49	Carl Mydans
50-54	Patricia J. Wynne
55	Wu Rukang y Lin Shenglong, Instituto de Paleontología de Vertebrados y Paleontropología de Pekín
56	Patricia J. Wynne
58-59	National Geographic Society-Palomar Observatory Sky Survey (*fila superior, izquierda; fila central, centro; fila inferior, izquierda y centro*), Observatorio Meridional Europeo/ Science Research Council Southern Sky Atlas (*fila superior: centro y derecha*), Observatorios Monte Wilson y Las Campanas, cortesía de Allan R. Sandage (*fila superior, centro; fila inferior, derecha*), Observatorio Palomar, cortesía de David Burstein (*fila central, izquierda*)
60	Gabor Kiss
61-62	Vera C. Rubin, Institución Carnegie de Washington (*arriba*); Gabor Kiss (*abajo*)
63-68	Gabor Kiss
69	Vera C. Rubin, Institución Carnegie de Washington (*izquierda*); G. Kiss (*derecha*)
70	Gabor Kiss
73	Sam H. Ridgway
74	Alan D. Iselin
75	U.S. Navy (*arriba*), Sam H. Ridgway (*abajo*)
76-80	Alan D. Iselin
83	Egbert Schneider
84-92	Jerome Kuhl
95-100	Ian Worpole
103	Edward Bell
109	Frank R. Seufert
110-114	Michael Goodman

ISSN 0210-136X
Dep. legal: B. 38.999-76
Fotocomposición Tecfa
Pedro IV, 160 - Barcelona-5
Fotocromos reproducidos por GINSA, S.A.
Imprime GRAFESA
Gráfica Elzeviriana, S. A.
Napoles, 249 - Tel. 207 40 11
Barcelona-13
Printed in Spain - Impreso en España

Los autores

GONZALO VIDAL ("Microorganismos planctónicos fósiles") es un español cuya formación superior la recibió en la Universidad de Lund, donde se doctoró en ciencias en 1973. En 1974, se trasladó a Nueva Zelanda con una beca financiada por el Departamento de Investigación Científica e industrial del Servicio Geológico de este país. Volvió a Lund en 1977, donde trabajó como colaborador en el Consejo de Investigación en Ciencias Naturales, en su departamento de geología, hasta 1980. En la actualidad es profesor de la misma universidad e investiga y da cursos de postgraduado sobre micropaleontología precuaternaria. "Mis principales temas de interés son la paleobiología y la geología. Esa afición por lo 'viejo' nació en los últimos años de la década de 1940 cuando, niño aún, vi por primera vez un dinosaurio".

MARY-DELL CHILTON ("Un vector para introducir genes en vegetales") escribe: «Estudié química en la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Escogí la especialidad de orgánica para el doctorado, pero, al seguir los cursos de las dos asignaturas complementarias (bioquímica y microbiología), empecé a interesarme por el ADN, y en esa devoción sigo. Siendo estudiante de postdoctorado en la Universidad de Washington trabajé en el ADN de bacterias, ratones y maíz. En 1970 ingresé en la Universidad de Washington como profesora de microbiología. En 1979 me trasladé a la de Washington en San Luis para enseñar biología. Allí establecí relación con científicos de la compañía Monsanto, y empecé a familiarizarme con la ingeniería genética de plantas superiores. En mayo de este mismo año, mi carrera dio un nuevo giro al acceder al cargo de directora ejecutiva de biotecnología agrícola de CIBA-Geigy. Seré responsable del desarrollo de una nueva unidad de investigación en Carolina del Norte, una de cuyas metas es explotar el sistema vector de genes que se describe en este artículo".

PETER FRANCIS ("Calderas volcánicas gigantes") nació en Zambia, cuando se llamaba Rodesia del Norte. Se formó en Inglaterra, en el Imperial College of Science and Technology, donde se doctoró en geología, en 1969. Desde 1971 es miembro del cuerpo docente del departamento de ciencias de la tierra en la Universidad inglesa a Distancia. Desde 1981 colabora con el Instituto Lunar y Planetario de Houston; trabaja sobre técnicas de percepción remota para la investigación de terrenos volcánicos. Francis ha dirigido expediciones a zonas volcánicas de América Central, Sudamérica y Africa.

WU RUKANG y LIN SHENGLONG ("El hombre de Pekín") son paleoantropólogos. Ambos nacieron en China y su principal campo de estudio es la antropología de su país. Wu se licenció en medicina por la Universidad central de Chongqing, en 1940. En 1946 se trasladó a los Estados Unidos, donde se licenció (1947) y doctoró (1949) por la Universidad de Washington en San Luis. Con este último título regresó a China, donde dirigió el departamento de anatomía de la Facultad de Medicina Dalian. En 1956 ingresó, como becario, en el Instituto de Paleontología de Vertebrados y Paleoantropología de la Academia china de Ciencias; actualmente es subdirector de dicho centro. Wu es miembro de la Academia de Ciencias y presidente de la Asociación de Ciencias Anatómicas. Lin estudió arqueología en la Universidad de Beijing. En 1959 ingresó en la Universidad de Mongolia Interior, que dejó en 1962 para terminar su licenciatura por el Instituto de Paleontología de Vertebrados y Paleoantropología. Hoy es investigador adscrito al mismo.

VERA C. RUBIN ("Materia oscura en galaxias espirales") nos remite una apretada biografía académica: "Durante los últimos 18 años he sido miembro de la plantilla del departamento de magnetismo terrestre de la Institución Carnegie de Washington, donde trabajo en dinámica de las galaxias. También soy miembro adjunto del personal de los observatorios de Monte Wilson y Las Campanas. Empecé mi formación en el Vassar College, la continué en la Universidad Cornell y me doctoré por la de Georgetown, en 1954. Mi tesina de licenciatura versó sobre la existencia de movimiento a gran escala en todas las galaxias cuyas velocidades se conocían entonces. En mi tesis doctoral (dirigida por George Gamow) estudié la distribución espacial de las galaxias. Ambos temas, estrechamente relacionados con el trabajo que ahora me ocupa, no volvieron a investigarse hasta el decenio de 1970, cuando se dispuso de más datos y mayores ordenadores. Llevo una vida bastante ajetreada, con frecuentes viajes a distintos observatorios, en particular Kitt Peak, Cerro Tololo y Las Campanas".

JOHN W. KANWISHER y SAM H. RIDGWAY ("Ecología fisiológica de ballenas y delfines") son fisiólogos que se interesan por el buceo de los seres humanos y de los mamíferos marinos. Kanwisher estudió biofísica. Se doctoró en 1951 por la Universidad de Rochester. Al año siguiente, trabajando en un programa en la isla de Bimini, conoció a P. F. Scholander. A raíz de ese encuentro, "mi educación en física e ingeniería pasó instantáneamente a segundo plano en favor de la fisiología". Ha enseñado oceanografía biológica en la Universidad de Harvard y en el Instituto de Tecnología de Massachusetts. Kanwisher dedica gran parte de su jornada a la asesoría ingenieril y ha patentado varios aparatos que permiten a los buceadores permanecer más tiempo bajo el agua. Ridgway dirige la división biomédica del Naval Undersea Center. Obtuvo su licenciatura en ciencias (1958) y se doctoró en veterinaria por la Universidad A&M de Texas. En 1973 se doctoró en neurobiología por la Universidad de Cambridge. Ha ejercido como veterinario investigador en varias instituciones, entre ellas el U.S. Naval Missile Center, la Universidad de California Meridional y la de California en Santa Bárbara.

JOSEPH W. DAUBEN ("Georg Cantor y la teoría de conjuntos transfinitos") es profesor de historia y de historia de la ciencia en el Herbert H. Lehman College de la Universidad de la ciudad de Nueva York. Se licenció por el Claremont College en 1966. Su doctorado, recibido en 1972, se lo otorgó la Universidad de Harvard. En 1973 y 74 permaneció en la American Academy de Roma, donde estudió matemática, perspectiva y arte del Renacimiento italiano. En 1977 y 1978 estaba en el Instituto de Estudios Avanzados. En 1980 fue profesor visitante del Oberlin College. En 1981 lo fue en Harvard.

LEWIS WEINER ("La cremallera") es ingeniero consultor. La mayor parte de su obra tiene que ver con el tema sobre el que versa su artículo. Nacido en Checoslovaquia, estudió en la Universidad Carolina de Praga. Se trasladó a Estados Unidos en 1941; tiene varias patentes de dispositivos empleados en la fabricación de cremalleras.

Hace...

José M.ª López Piñero

... cien años

Odón de Buen y del Cos publicó sus *Apuntes geográfico-botánicos sobre la zona central de la Península Ibérica*. Nacido en la localidad aragonesa de Zuera en 1863, había estudiado ciencias naturales en la Universidad de Zaragoza, trasladándose después a Madrid para cursar el doctorado. En su formación pesó de modo notable Ignacio Bolívar, quien, desde el Museo de Ciencias Naturales de Madrid, encabezó una auténtica renovación de la biología en España, reuniendo en su torno un grupo de investigadores dedicados preferentemente a trabajos sobre animales inferiores y a cuestiones generales, como la herencia. Todavía más importante fue el influjo que sobre Buen ejerció Augusto González de Linares, apasionado seguidor del darwinismo que había participado en la fundación de la Institución Libre de Enseñanza y, por otra parte, principal introductor en España de la investigación sobre biología marina desde su puesto de director de la Estación Marítima de Zoología y Botánica Experimental, de Santander.

Los *Apuntes* de Buen figuran, junto a los trabajos de Blas Lázaro y Andrés Tubilla, entre los primeros estudios españoles de geografía botánica. Fue la primera publicación de relieve de su autor y en ella se refleja ya su adhesión al darwinismo:

"Los estudios geográfico-botánicos han adquirido verdadera preponderancia. Iniciados por Humboldt y secundados por Schouw. De Candolle, Wahlenberg y algunos otros, recibieron considerable impulso con la aparición de la teoría de Darwin en el horizonte de las ciencias naturales. Buscando hechos en apoyo de las tendencias evolucionistas primero, y alentados con el triunfo después, diferentes sabios estudiaron las relaciones entre la planta, el suelo que habita y el clima en que vive; interpretando en su verdadero sentido las asociaciones vegetales como medio de defensa contra las influencias externas, y comprendiendo debidamente las emigraciones de las plantas a través de dilatados continentes, han podido compararse y ver la relación que en sí guardan vegetaciones de distantes países; estudiando las variaciones que las plantas experimentan cuando varía la naturaleza del suelo, las corrientes aéreas, la proximidad de los mares, la diferencia entre las temperaturas extremas y otra porción de circunstancias, se ha comprendido la inmensa importancia que la geografía botánica tiene para llegar a un completo conocimiento del planeta que habitamos.

"Combinando entre sí las variaciones que los elementos suelo y clima experimentan en los diferentes países, obtendremos como resultado el carácter de su vegetación y, en este sentido, el conocimiento de la naturaleza física y de los accidentes climatológicos de un país nos servirá de apoyo para el estudio de su flora, así como el estudio de la flora será un poderoso auxiliar para conocer la naturaleza del suelo y los variados elementos que entran a constituir el clima de una región cualquiera. Poco necesitaré esforzarme para probar lo que acabo de decir: el dominio de las estepas en el continente antiguo nos indica sequedad del aire y gran diferencia en las temperaturas extremas; y en la zona central de España, en que estos accidentes se repiten, se repite también la vegetación esteparia; viven en los yesosos cerros de Aranjuez el *Helianthemum squamatum*, la *Ononis tridentata* y otras formas características; también en Aragón (Zuera) y en Cataluña (Cardona), en que existen cerros de sulfato cálcico, se presentan las mismas formas o formas idénticas.

"Comparando entre sí la vegetación actual de diferentes países con la que tuvieron en las pasadas edades geológicas, dedúcense datos de extraordinaria importancia; y estudiando la distribución de una misma forma vegetal y des-

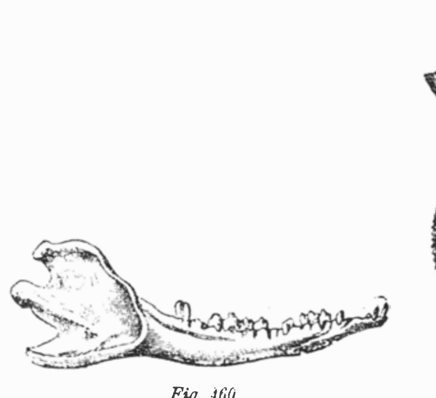


Fig. 460
Mandíbula de Amphitherium Prevosti

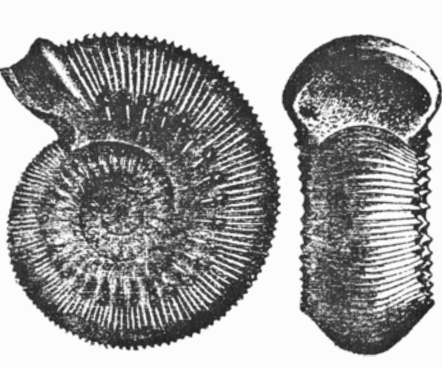
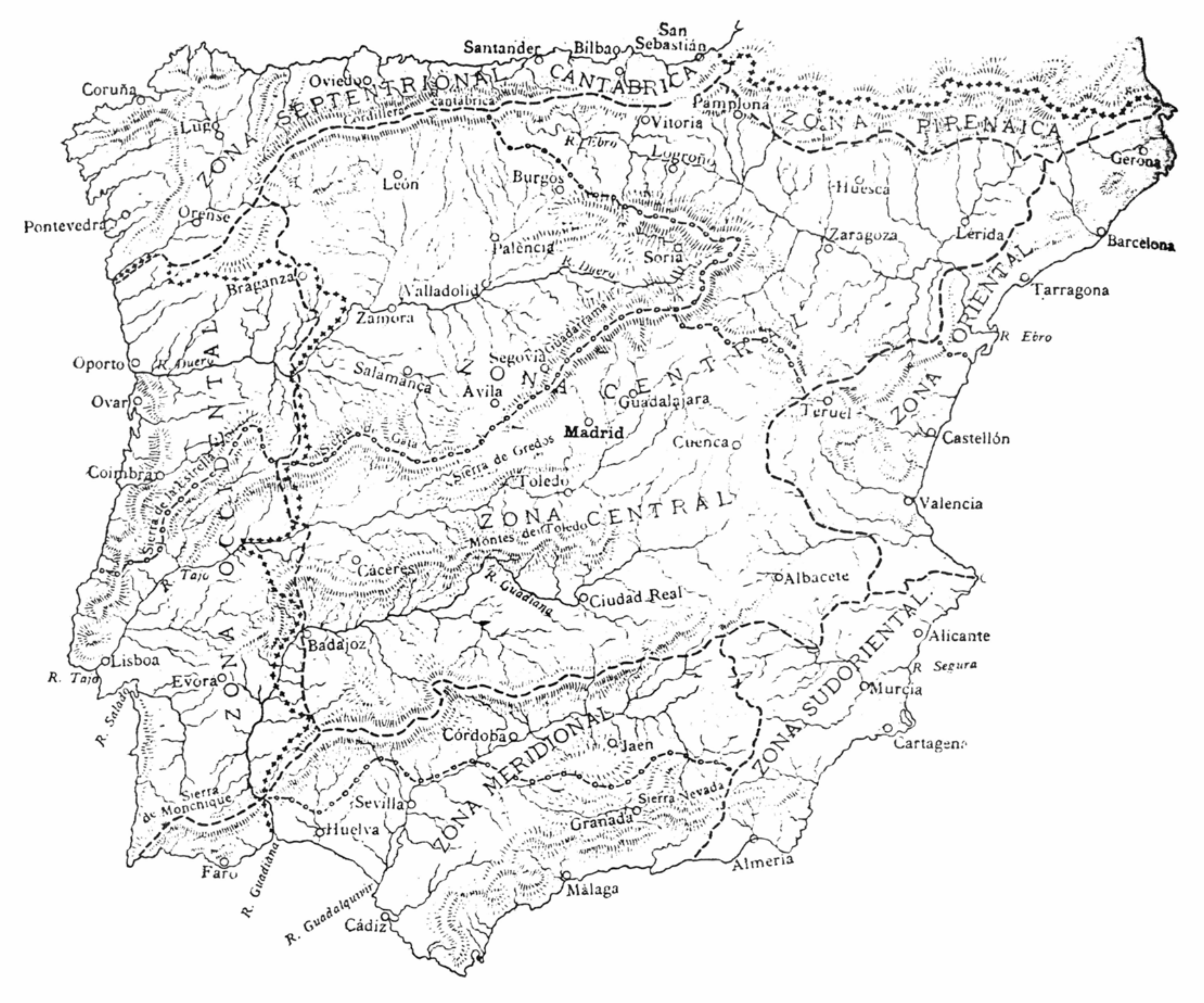


Fig. 461
Ammonites Humphreisianus (Dogger medio)



Fig. 462
Esqueleto de Pterodactylus crassirostris (malm)

1. Tres fósiles típicos del jurásico medio, según Odón de Buen, autor de las primeras síntesis académicas y de los primeros libros de divulgación españoles sobre historia natural rigurosamente basados en el evolucionismo darwinista



2.ª Zonas botánicas de la Península Ibérica. Grabado de la **Historia Natural** *(1897), de Odón de Buen, quien aceptó la división propuesta por Blas Lázaro y Andrés Tubilla*

cubriendo el itinerario que en su emigración ha recorrido, puede arrojarse alguna luz sobre la relación que tenían apartadas regiones en las edades pasadas. ¿Qué importancia no tendría el descubrimiento de algún *Callitris* o resto de él en localidades intermedias entre Oceanía y el Atlas?

"Vemos ligada la geografía botánica con importantes cuestiones de difícil resolución; demostrando la unidad de miras que en sí tienen las que constituyeron distintas ciencias, y que hoy consideramos como ramas de un mismo árbol, arraigado profundamente en el suelo a favor del progreso intelectual, y elevando sus ramas hasta penetrar en las más oscuras concepciones adonde el hombre seguramente no soñó llegar.

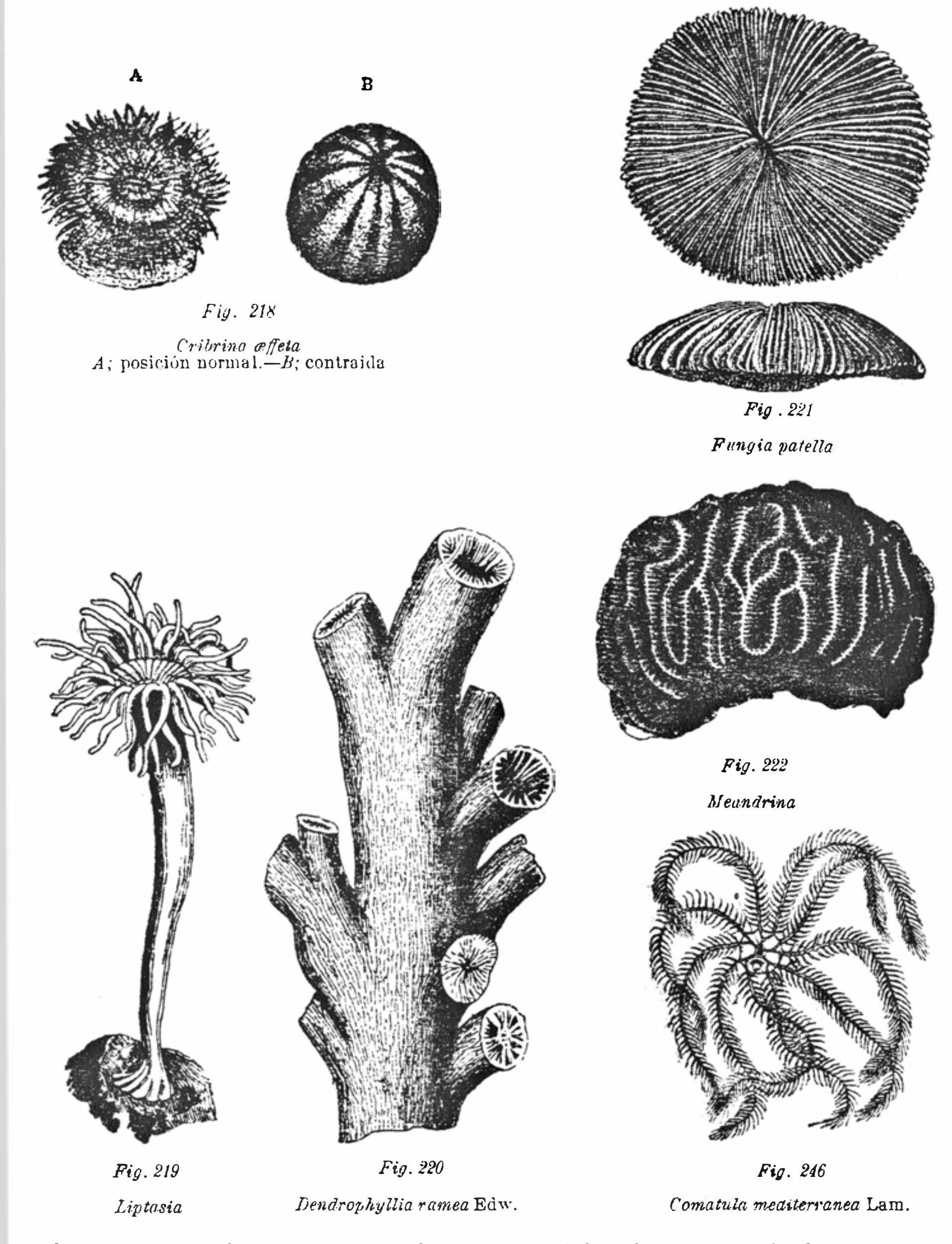
"Importa, por tanto, conocer la distribución de los vegetales por la Península Ibérica, relacionar nuestras regiones botánicas entre sí y compararlas con las del resto del globo, para que podamos decir de dónde vienen, por qué han venido y qué modificaciones sufrieron tanta y tan rica variedad de formas vegetales como encierra el suelo que habitamos, para que podamos comprender mejor la incesante lucha que sostenemos contra los seres y los accidentes que nos rodean".

Desde 1889, Odón de Buen fue profesor encargado de la cátedra de historia natural de la Universidad de Barcelona, de la que pasó a ser titular en 1900. Preocupado muy seriamente por la enseñanza, publicó excelentes manuales universitarios de geología (1890), zoología (1890) y botánica (1891), que alcanzarían después numerosas ediciones. Estos libros de texto, que fueron declarados de mérito por el Consejo de Instrucción Pública, ofrecieron por primera vez en nuestro país una síntesis académica rigurosamente basada en el evolucionismo darwinista. También consideró una cuestión importante la divulgación popular de la historia natural, de acuerdo con la misma orientación doctrinal. Destacan, a ese respecto, una *Historia Natural* en dos volúmenes (1897), espléndidamente editada, y el libro *Las Ciencias Naturales en la Escuela Moderna* (1905). Amigo de Francisco Ferrer Guardia y ardiente defensor de las ideas de la izquierda republicana desde los puestos de senador y de concejal del ayuntamiento de Barcelona, la actividad de Odón de Buen le hizo chocar de frente con la iglesia católica y con el poder político constituido. En 1911 fue excomul-

gado por el obispo de Barcelona, separado de la cátedra y sometido finalmente a traslado forzoso a la Universidad de Madrid.

Sin renunciar a sus ideas, Odón de Buen se centró preferentemente, a partir de entonces, en su labor científica dentro de la biología marina. Iniciado en esta disciplina por González de Linares, la cultivó desde muy joven. En 1885, participó ya en el viaje de circumnavegación de la fragata *Blanca* y después dirigió numerosas campañas oceanográficas, principalmente a bordo del *Numancia* y el *Vasco Núñez de Balboa*. Fue nombrado director del Laboratorio de Biología Marina de Mallorca, creado en 1906, inaugurado en 1908 y que, a partir de 1912, contó con una estación sucursal en Málaga. En 1914, fue asimismo designado primer director del Instituto Español de Oceanografía, organismo que integró los dos centros anteriores y la Estación Marítima de Santander, que González de Linares había fundado en 1886.

Odón de Buen fue una figura de prestigio internacional dentro de su disciplina. En 1908 fue presidente de honor de la Societé Zoologique de France, asociación de cuyo consejo permanente fue miembro vitalicio. Exiliado en 1939, trabajó durante algún tiempo en el Laboratorio Biológico Marino de Banyuls (Rosellón, Francia) desde donde pasó a México ya de edad muy avanzada. Falleció en la capital azteca en 1945.



3. "Anémones de mar" y "crinoideos", según Odón de Buen. La biología marina fue el centro de su actividad de investigador

Microorganismos planctónicos fósiles

El registro geológico de microorganismos planctónicos fósiles se remonta 1400 millones de años atrás. Se trata de restos de eucariotas que evolucionaron rápidamente

Gonzalo Vidal

El registro fósil de la vida primitiva ha aumentado muchísimo desde la década de 1950. Comprende hoy los últimos 3500 millones de años de la historia de la Tierra. Antes de 1930, el registro fósil más antiguo reconocido se ceñía a las rocas sedimentarias más tempranas de la era Paleozoica (unos 570 millones de años antes del presente, a.p.) y a algunos hallazgos anteriores, aunque durante un tiempo no se apreciaron en su pleno significado. De ahí que la frontera entre los eones Proterozoico y Fanerozoico, no establecida todavía, si bien la mayoría de científicos la fechaba hacia los 570 millones de años a.p., se considerara una discontinuidad biológica clara y de difícil interpretación. Las rocas del Cámbrico proporcionaban abundantes restos fósiles de representantes extinguidos de la inmensa mayoría de los principales grupos de organismos actuales. En cambio, las rocas precámbricas (proterozoicas y más antiguas), que en la mayoría de los casos no diferían de sus sucesivas e inmediatamente más jóvenes, se ofrecían desprovistas de cualquier traza de actividad orgánica. Aunque hacía ya mucho tiempo que se conocían los estromatolitos, definidos hoy como estructuras biogénicas sedimentarias producidas por algas microscópicas, no recibieron la atención merecida.

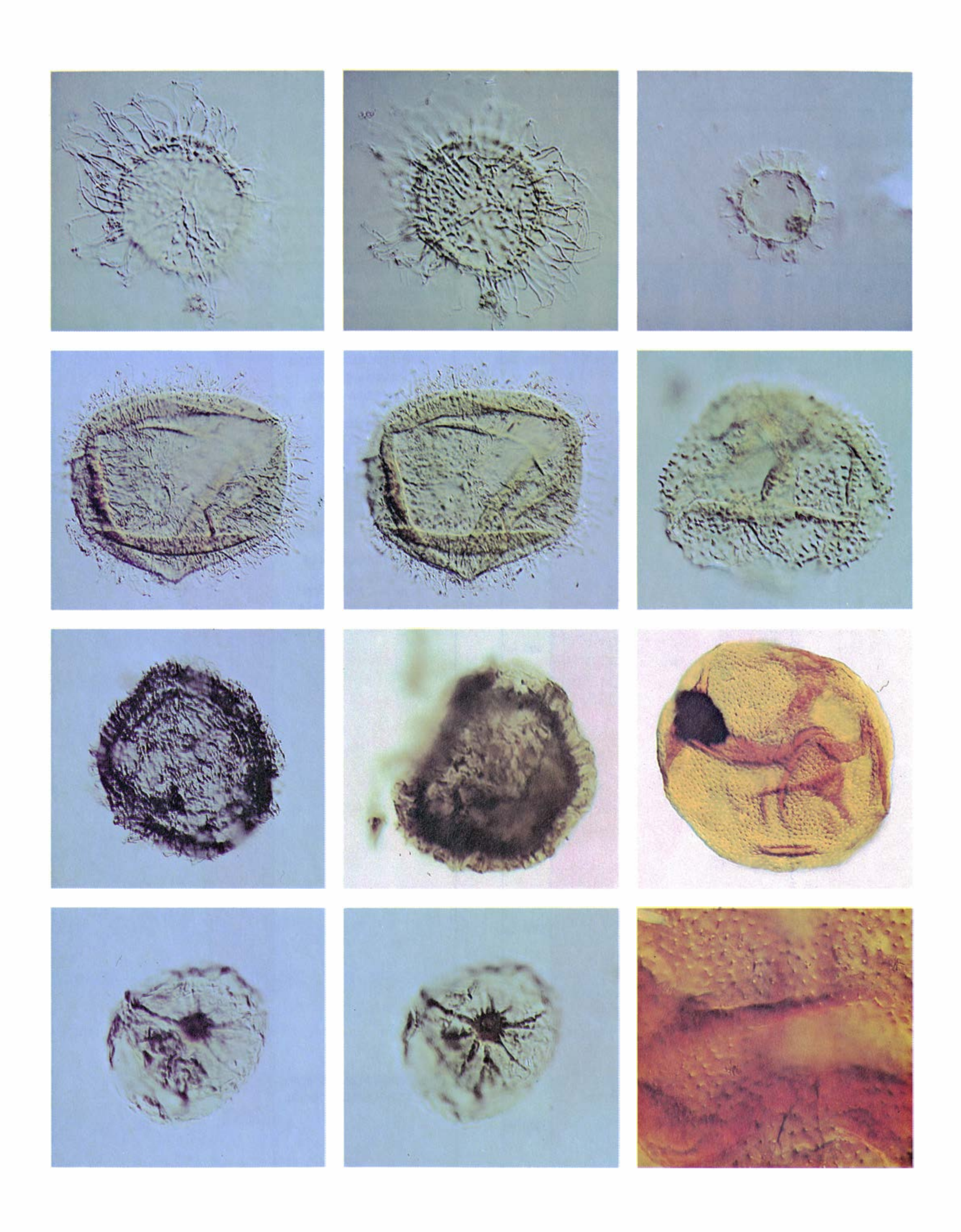
En 1930, el paleontólogo alemán G. Gürich describió las que por aquel entonces constituían las trazas animales más antiguas conocidas, en rocas del Proterozoico superior en Namibia. Posteriormente, en 1947, el geólogo australiano R. C. Sprigg reveló el descubrimiento de abundantes huellas fósiles de animales (medusas, varios gusanos y quizás esponjas) en rocas de Australia meridional; por aquellos años se asignaban al Cámbrico inferior. La investigación subsiguiente revelaría que su edad era proterozoica tardía (Ediacarense). Desde entonces, se han descubierto fósiles animales similares en rocas de la misma edad en Canadá, Unión Soviética, Gran Bretaña y Escandinavia. Estos hallazgos redujeron notablemente el intervalo vacío que antes existía en el registro fósil prefanerozoico. Pero ni siquiera con estas recuperaciones se había logrado extender el registro fósil más allá de 50 millones de años; quedaba un período impresionante, de unos 3000 millones de años de evolución biótica, del que no se conocía ni un solo resto (exceptuando los estromatolitos antes mencionados). Sin embargo, ya en los últimos años del siglo pasado se habían aireado hallazgos de estructuras orgánicas o parecidas a ellas en rocas precámbricas de distintas partes del mundo. Mas la comunidad científica se mostraba escéptica, y tales descubrimientos, ignorados con frecuencia, acabaron relegados al olvido.

En 1954, E. S. Barghoorn, de la Universidad de Harvard, y S. A. Tyler, de la Universidad de Wisconsin, presentaron las primeras pruebas convincentes de vida microbiana precámbrica: se recabaron en la formación Gunflint Iron, en Ontario. La datación posterior de estas rocas a través del estudio de las tasas de desintegración isotópica en minerales demostraron su edad, realmente elevada: unos 2000 millones de años. Se había dado el primer paso hacia el descubrimiento de la vida precámbrica. Desde ese hito, la investigación de la vida primitiva iba a desencadenar una formidable avalancha de publicaciones sobre depósitos precámbricos en lugares de todo el mundo.

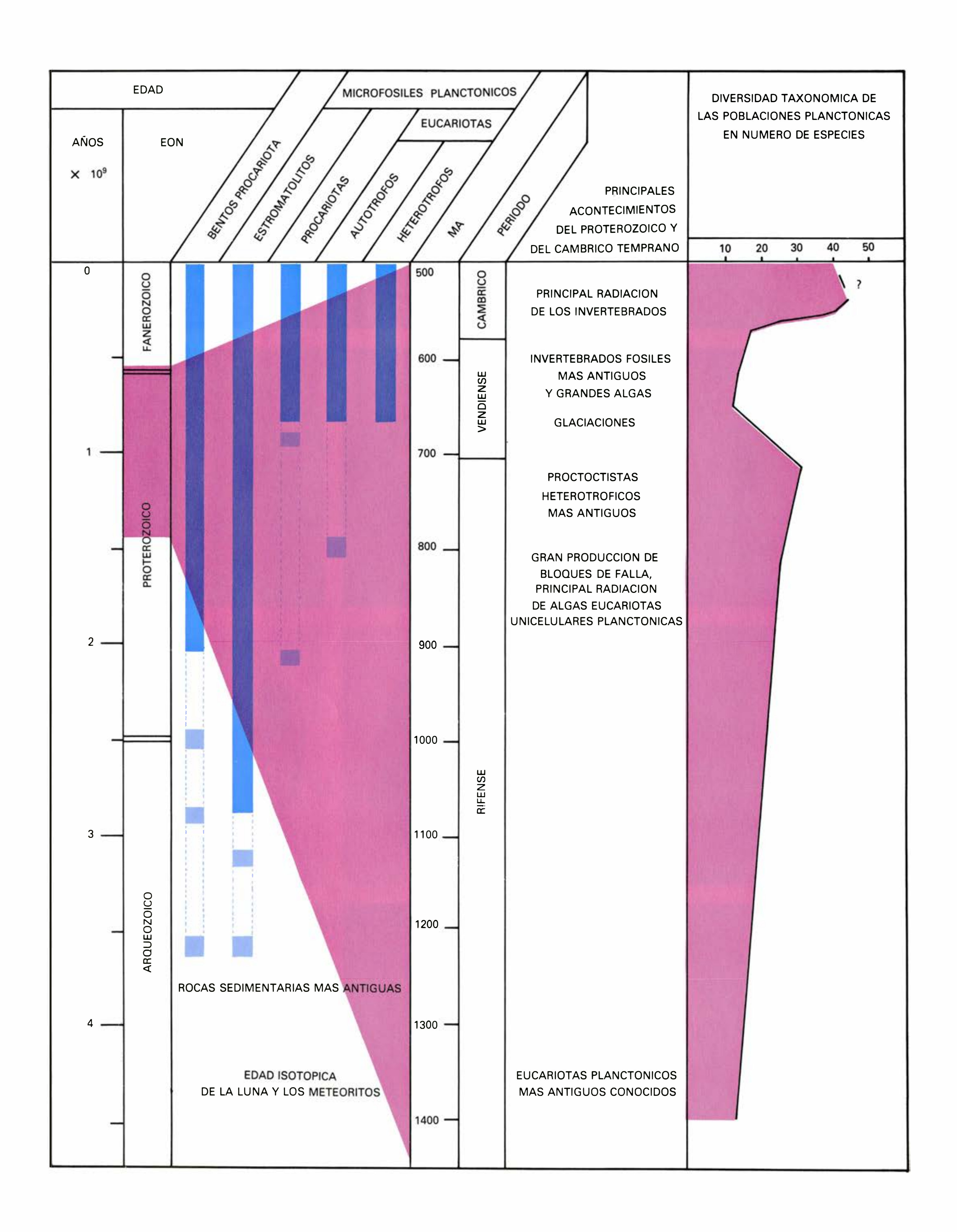
Por la misma época, el científico ruso B. V. Timofeev, de la Academia soviética de Ciencias de Leningrado, estaba empeñado en el estudio de los microfósiles del Precámbrico y del Paleozoico inferior. Un alud de publicaciones comparable seguiría a las investigaciones pioneras de Timofeev.

Esos estudios pioneros de norteamericanos y rusos se bifurcaron en seguida en dos líneas de investigación bastante distintas. No sólo diferían en las cuestiones planteadas, sino también en la propia metodología empleada. La "línea" americana se centraba en la antigua hipótesis de C. D. Walcott, que atribuía un origen biológico a las rocas calizas formadas por capas delgadas denominadas estromatolitos, punto de vista que también sostenía el paleontólogo sueco C. Wiman. El estudio de los estromatolitos y de las asociaciones de algas microscópicas que los producen iba a convertirse en un enfoque de investigación multidisciplinario.

En cambio, la "línea" rusa se desarrolló a partir de una bien establecida escuela europea de palinología (rama de la ciencia dedicada al estudio del polen y las esporas recientes y fósiles de plantas y de otros microfósiles de paredes orgánicas). Constituía una continuación lógica de los estudios pioneros de los microfósiles de paredes orgánicas en residuos resistentes a los ácidos, talladas de rocas paleozoicas tempranas; las investigaciones, iniciadas en 1931, fueron desarrolladas a lo largo de cuatro décadas por A. Eisenack, de la Universidad de Tubinga. Al estar enraizados en estudios precedentes de microorganismos del Paleozoico y de eras más recientes, la "línea" rusa condujo sobre todo a la investigación de depósitos sedimentarios precámbricos más jóvenes (del Proterozoico superior, es decir, del Rifense), que, muy bien conservados, cubren una vasta extensión de la Unión Soviética. Estas circunstan-



1. POLIMORFISMO de los acritarcos del Cámbrico inferior (unos 550 millones de años de antigüedad), delicadamente ornamentados. Se da el nombre colectivo de acritarcos a los restos fosilizados de las cubiertas de paredes orgánicas de algas unicelulares. Los ejemplares recogidos aquí proceden de rocas fosilíferas del Cámbrico inferior de Suecia y se han encontrado también en distintos lugares de la Unión Soviética, Escadinavia y Groenlandia.



2. ESCALA DE TIEMPO del Precámbrico y del Paleozoico más temprano (*izquierda*) que muestra la edad absoluta de las principales subdivisiones y los principales acontecimientos atestiguados por el registro fósil. Un detalle ampliado de la escala de tiempo del Proterozoico (Precámbrico superior; *derecha*) presenta una de las distintas subdivisiones del Proterozoico disponibles y las fluctuaciones en la diversidad taxonómica de los microfósiles planctónicos durante el Proterozoico superior y el Paleozoico inferior. En 1930 no se sabía interpretar la discontinuidad entre el Proterozoico y el Fanerozoico.

cias se vieron favorecidas con una política de prospección de hidrocarburos fósiles sumamente activa durante los años de la posguerra. Todo esto contribuiría a dar prioridad a la resolución de problemas con orientación geológica y estratigráfica. Así, las cuestiones de naturaleza paleobiológica (afinidad biológica de microfósiles precámbricos, su relación con el hábitat y ambiente de deposición, paleoclimatología y evolución paleoatmosférica, entre varios) no existían prácticamente.

Por si ello fuera poco, las primeras observaciones relativas a la paleobiología propiamente dicha resultaron ser erróneas. Microfósiles precámbricos y del Paleozoico inferior se interpretaron en un comienzo cual si se tratara de esporas de plantas terrestres o semiterrestres. Se ilustraron los especímenes con dibujos de escasa calidad en publicaciones soviéticas; ponían el énfasis en los caracteres presuntamente relevantes para su afinidad biológica, que en muchos casos no eran más que productos de degradación o creaciones de la imaginación de los autores. Piénsese, por ejemplo, en las ficticias marcas triradiales de germinación que aparecen en los grabados de microfósiles precámbricos y paleozoicos de ciertas publicaciones rusas de los años 50. (En las esporas de plantas terrestres, las marcas trirradiales constituyen las áreas de contacto en cada unidad que forman un tetraedro.)

No cabe, pues, sorprenderse si la "línea" americana, a pesar de trabajar con sólo una parte limitada del registro fósil disponible, llegó a situarse en cabeza de las investigaciones paleobiológicas. Justa o injustamente, el escepticismo iba a nublar los resultados rusos durante muchos años. Las consecuencias de dicha situación se sufren todavía. La mayoría de las presentaciones de pruebas paleobiológicas que conducen al análisis del origen y de la evolución de la vida primitiva, del origen de la organización eucariota (es decir, de los organismos constituidos por células con núcleo), y de la evolución de la atmósfera terrestre, con frecuencia se basan en datos unilaterales, innecesariamente provincianos. Y así, se insiste en la limitada información que nos ofrecen las asociaciones de microorganismos bentónicos encontrados en estromatolitos. Lo cierto es que, a pesar de tales limitaciones, las conclusiones y generalizaciones de los informes suelen mostrarse válidas y coherentes.

Una parte considerable del registro fósil de rocas precámbricas deriva de la investigación de estromatolitos algales silicificados (sustituidos por sílice). Como se mencionó más arriba, los estromatolitos son estructuras biogénicas sedimentarias construidas por acumulación de sedimentos finos (con frecuencia carbonato cálcico), atrapados por comunidades microbianas algales y bacterianas; se disponen lámina sobre lámina. Por lo general, los estromatolitos restringen su ámbito de localización a medios costeros marinos y lacustres.

Los microfósiles obtenidos a partir de sedimentos estromatolíticos silicificados representan comunidades bentónicas compuestas exclusivamente por cianobacterias procariotas (algas verdiazules sin núcleo) autóctonas (es decir, que vivían en aquel lugar). El reconocimiento del bentos se infiere a partir de la naturaleza de su hábitat y de criterios de morfología comparada. La primera se ve facilitada por el hecho de que se conocen estromatolitos vivos en



3. ESTROMATOLITOS EN FORMA DE MONTICULOS; están constituidos por láminas superpuestas de sedimento carbonatado acumulado por sucesivas capas de cianobacterias. Los ejemplares de la ilustración sufrieron una sustitución postdeposicional por sílice y se encuentran en la dolomita de Porsanger (Finmarca oriental, Noruega septentrional), de unos 800 millones de años de antigüedad (Rifense tardío).



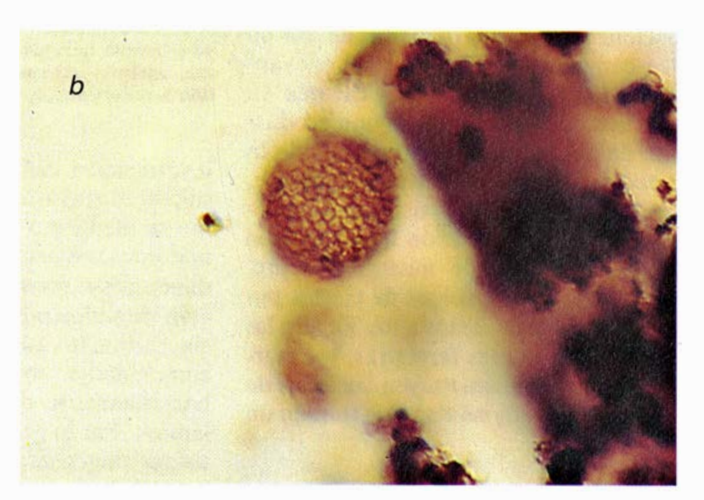
4. ESTAS SECCIONES FINAS DE CAPAS ALGALES SILICIFICADAS revelan vainas fósiles de cianobacterias bentónicas filamentosas y esféricas. Los fósiles se suelen conservar en forma de materia orgánica finamente diseminada. En contadas ocasiones pueden extraerse de la matriz rocosa silícica como residuos resistentes a los ácidos. Los ejemplares que recoge la ilustración proceden de un estromatolito silicificado de la formación Gunflint Iron, Ontario, de unos 2000 millones de años de antigüedad.

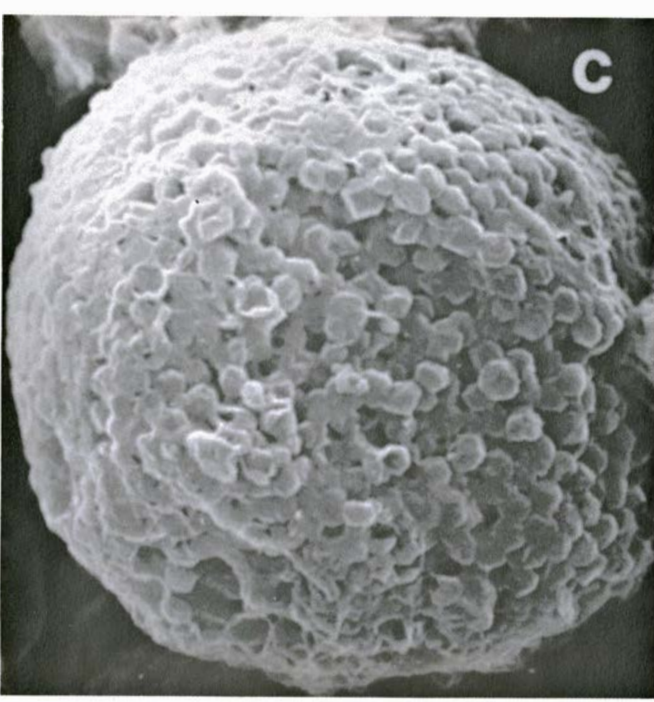
varias localidades lacustres y costeras. Además, los microorganismos fósiles de los estromatolitos del Precámbrico exhiben una notable semejanza externa con las cianobacterias de nuestros días. Como resulta evidente, la clasificación taxonómica de estos microfósiles microbianos se basa en morfotipos y se halla en un estado fluctuante, pero los datos disponibles ofrecen, más allá de toda duda, la impresión de una variabilidad morfológica relativamente limitada. Se conocen microfósiles estromatolíticos de rocas precámbricas de distintas edades; los más antiguos pueden tener más de 3000 millones de años de antigüedad. Se han encontrado en todos los continentes con excepción de la Antártida.

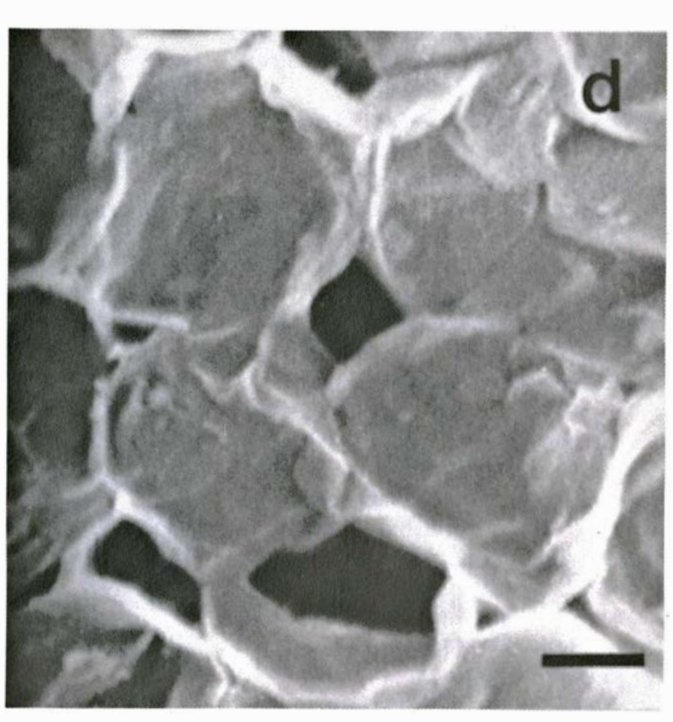
Una gran variedad de rocas sedimentarias (por ejemplo, areniscas, filitas, esquistos y calizas) proporcionan los restos fosilizados de las cubiertas de paredes orgánicas de algas unicelulares. Por comparación con las condiciones de hoy en día puede determinarse que los sedimentos que contienen estos microfósiles se formaron en cuencas marinas, de epicontinentales someras a moderadamente profundas. A los microfósiles de este tipo se les denomina colectivamente acritarcos (una palabra de raíz griega que significa "de origen inseguro").

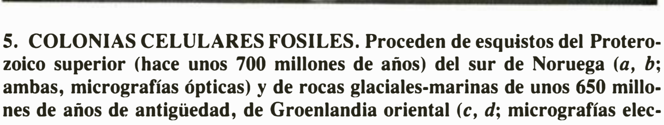
La morfología externa de los acritarcos del Precámbrico y del Paleozoico inicial se caracteriza por su amplia variabilidad: formas esféricas y poligonales (solitarias o coloniales) que desplegaban múltiples ornamentaciones superficiales (gránulos, protuberancias, estrías y espinas). La variabilidad morfológica aumentó extraordinariamente durante el Paleozoico inferior. Los acritarcos se encuentran distribuidos uniformemente en la matriz de sedimentos endurecidos. Así, aunque ocasionalmente pueden reconocerse y estudiarse en secciones delgadas de rocas, se concentran y se estudian más fácilmente en residuos resistentes a los ácidos; resisten, efectivamente, a la mayoría de ácidos y bases inorgánicos. Como reflejo de la forma en que puede inferirse el conocimiento de organismos del bentos, el modo de vida de los microfósiles acritarcos se deduce del examen de los sedimentos atrapados. Sugiere ésta medios de dispersión de flotación libre en la columna de agua, concordes con un modo de vida planctónico. La naturaleza planctónica viene



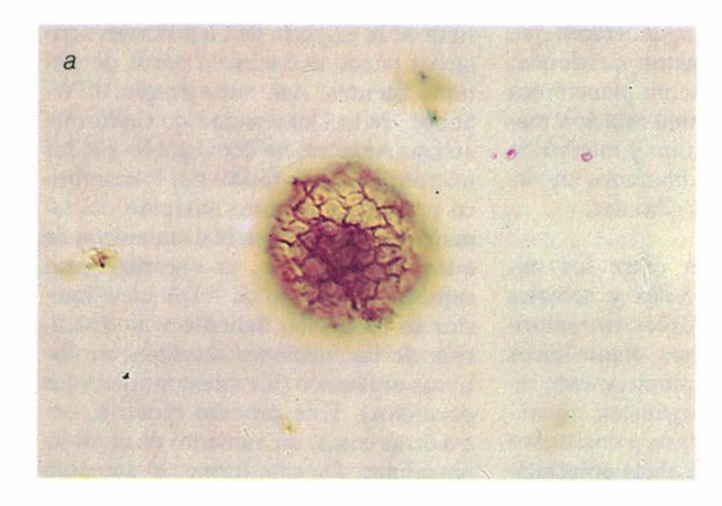


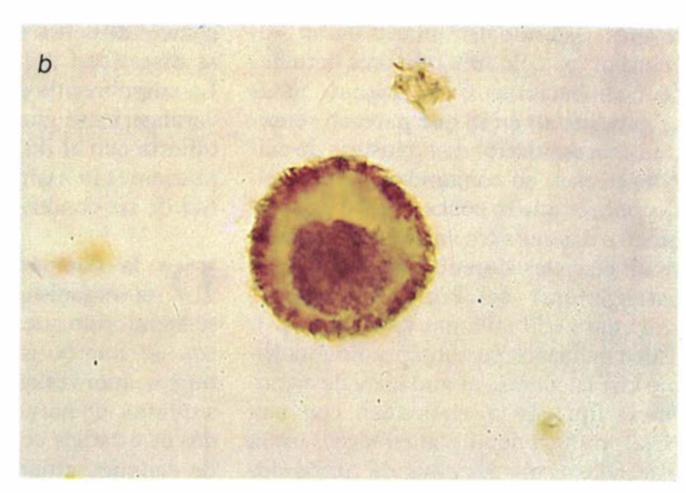


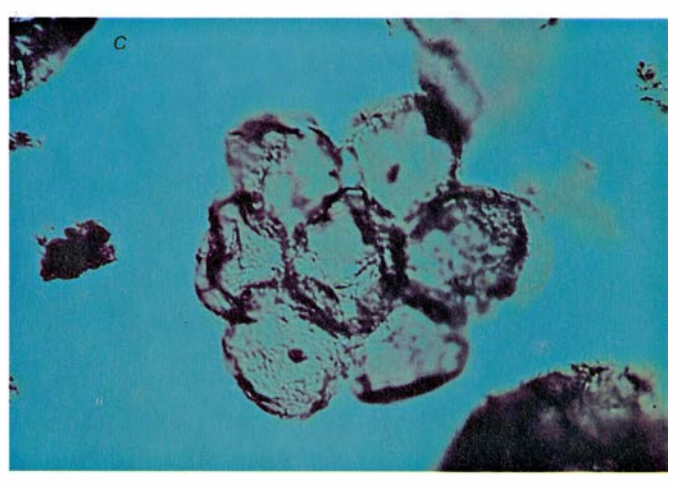


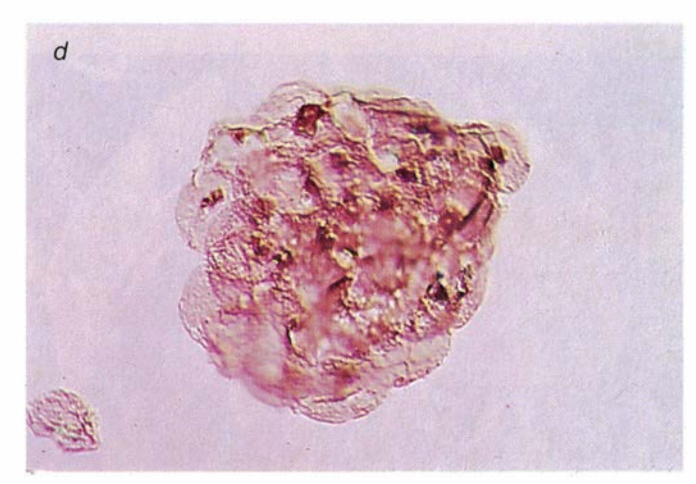


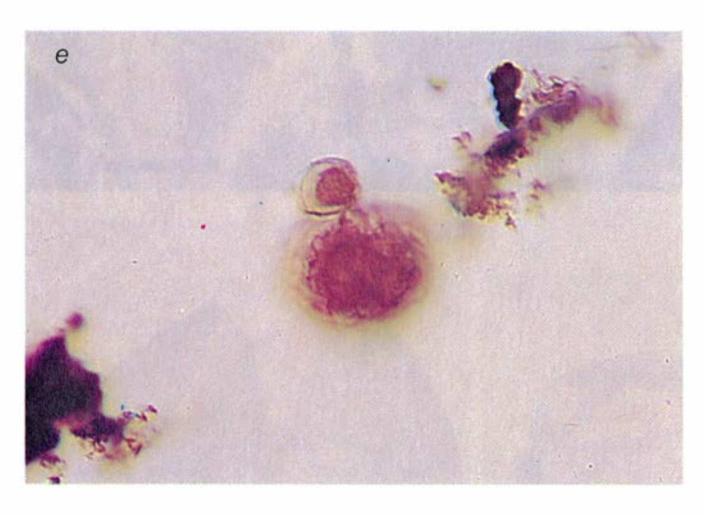
5. COLONIAS CELULARES FOSILES. Proceden de esquistos del Proterozoico superior (hace unos 700 millones de años) del sur de Noruega (*a, b*; ambas, micrografías ópticas) y de rocas glaciales-marinas de unos 650 millones de años de antigüedad, de Groenlandia oriental (*c, d*; micrografías electrónicas de barrido). Recuerdan otras colonias celulares actuales: las producidas por cianobacterias de los géneros *Gomphosphaeria*, *Coelosphaerium* y *Microcystis*, de la familia Croococáceas. Se encuentran en lo que parece acumulaciones explosivas de cianobacterias, en comunidades planctónicas pobres.

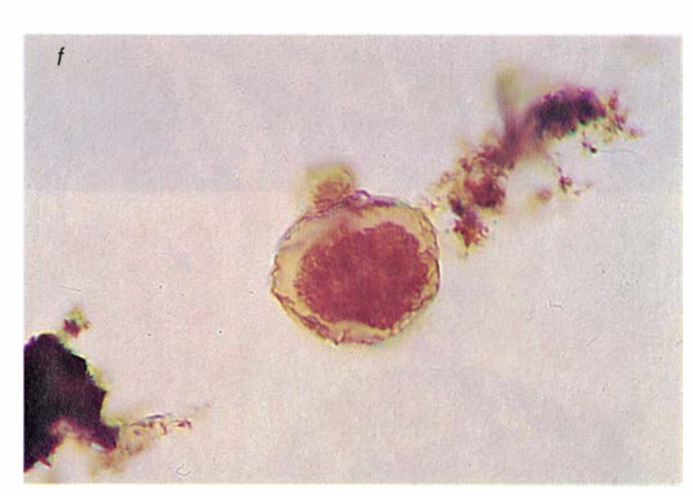












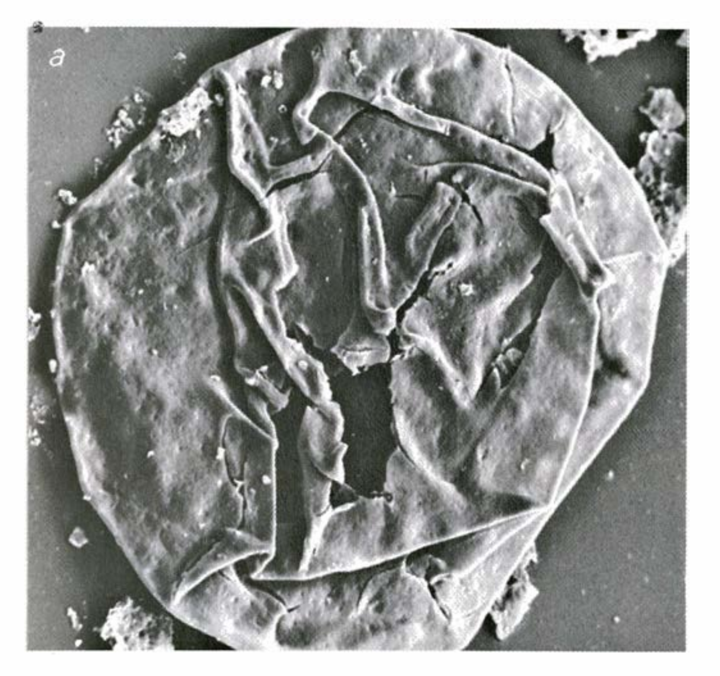
6. DISTINTOS MICROFOSILES ACRITARCOS pueden presentar corpúsculos internos que carecen de importancia con respecto a su posible organización procariota o eucariota. En los casos que se recogen aquí, los corpúsculos internos representan restos coagulados de materiales intracelulares. La robusta vesícula reticulada de *a* y *b* procede de rocas de unos 700 millones de años de antigüedad de Noruega meridional; con toda probabilidad se trataba de un microorganismo eucariota (con núcleo diferenciado). Los microfósiles de *e* y *f* provienen de las mismas rocas; parece más correcto interpretarlos como vainas de cianobacterias procariotas esferoidales. Los ejemplares arracimados en *c* y *d* derivan de rocas de unos 800 millones de años de antigüedad de Finmarca oriental. La agregación de vesículas robustas en *c* se parece a los agregados cenobiales que producen varias algas eucariotas actuales.

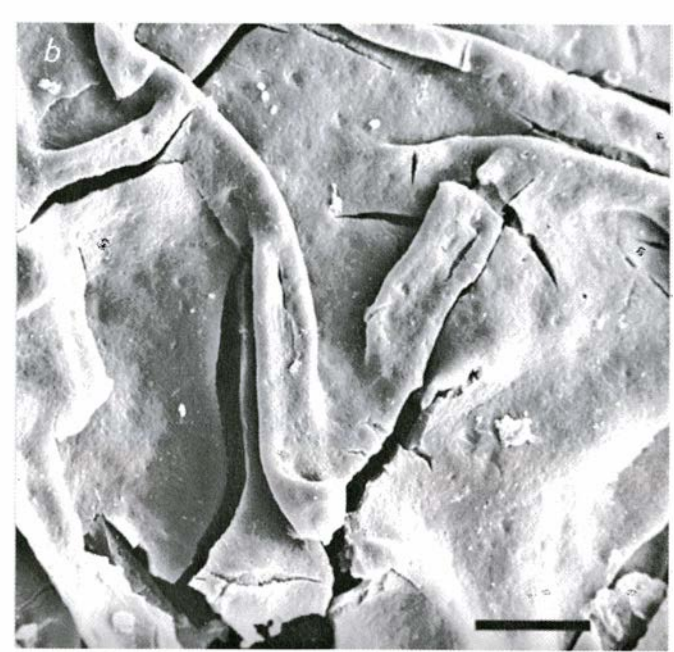
asimismo indicada por su presencia cosmopolita en capas sedimentarias contemporáneas. Además, su morfología externa y la distribución de asociaciones de morfotipos diferentes en los sedimentos circundantes (que refleja los modelos de dispersión originales) se conocían ya en microorganismos más antiguos, evidentemente planctónicos. La mayor parte de los acritarcos parecen haber sido algas eucariotas unicelulares, salvo en ciertos casos, muy pocos, en que no puede determinarse con seguridad la organización eucariota. Este es el caso de ciertos acritarcos esferoides solitarios y coloniales de tamaño moderado o pequeño (10-30 micrometros de diámetro), cuya pared vesicular es delgada y sin ornamentación alguna.

Por fin, otras formas exhiben rasgos morfológicos y modelos de distribución que indican niveles de organización procariota. Entre los elementos del plancton, los procariotas consisten en vainas filamentosas alargadas de pocos micrometros de diámetro, que a veces presentan septos. No se les considera acritarcos; diríase hoy que se trata de vainas abandonadas de cianobacterias oscilatoriáceas planctónicas. Algunas

formas esferoidales planctónicas recuerdan las colonias celulares actuales de cianobacterias croococáceas. Estas se encuentran en lo que parecen representar acumulaciones explosivas de cianobacterias, en comunidades plantónicas pobres que se concentraron en sedimentos acumulados en condiciones marinas glaciales durante la edad glacial varangeriense del Proterozoico superior (unos 650 millones de años a. p.). Tales hallazgos presentan un paralelismo con la copiosa abundancia de cianofíceas (que se corresponden con una baja productividad planctónica); están asociadas a niveles altos de nutrientes (fósforo y nitrógeno) orgánicos e inorgánicos disueltos en el agua. Hacen que la diversidad del plancton descienda. La empobrecida población planctónica varangeriense guarda una relación manifiesta con el flujo súbito y masivo de nutrientes inorgánicos liberados en virtud de las condiciones glaciales.

De la comparación entre los microorganismos fósiles y actuales se ha inferido que los fósiles precámbricos de microorganismos planctónicos representan vesículas químicamente resistentes, de paredes orgánicas, derivadas de estadios vegetativos y encistados de distintos grupos de algas unicelulares eucariotas. La organización eucariota de la mayoría de microfósiles acritarcos puede deducirse a partir de distintas fuentes. Así, por ejemplo. J. W. Shopf, de la Universidad de California en Los Angeles, ha demostrado que los microorganismos fósiles del Precámbrico presentan un claro aumento del tamaño en relación con la disminución de edad. Obviamente, la eucariogénesis supuso la reclusión de ADN en el interior de un núcleo definido y la separación de las funciones celulares en distintos orgánulos (las mitocondrias y los plastidios). Este proceso requirió, entre otras cosas, un aumento de el tamaño celular. De esta forma, el aumento en tamaño de los microorganismos fósi-











7. MICROFOSILES ACRITARCOS proterozoicos de rocas de unos 800 millones de años de antigüedad; presentan pliegues producidos por la compactación de los sedimentos. Estos robustos microfósiles representan las vesículas cistiformes abandonadas que proceden de estadios sésiles de algas eucariotas prasinofíceas (*a*, *b*). Algunas formas de rocas antiguas de Arizona (*c*, *d*) y de Noruega (*e*) ofrecen modelos esculturales característicamente estriados o granulares y excistamiento por una hendidura media (*e*). Las figuras superiores son micrografías electrónicas de barrido; las inferiores restantes, ópticas.






8. MICROFOSILES DE MICROORGANISMOS eucariotas que forman cistes robustos; abundan en el plancton del Proterozoico tardío. Estos ejemplares de rocas de unos 800 millones de años de antigüedad, de Suecia, exhiben una complicada ornamentación y poseen aberturas de encistamiento provistas de opérculos espinosos. La pared de la vesícula es frágil; por lo general, las vesículas presentan fracturas irregulares producidas por compresión.

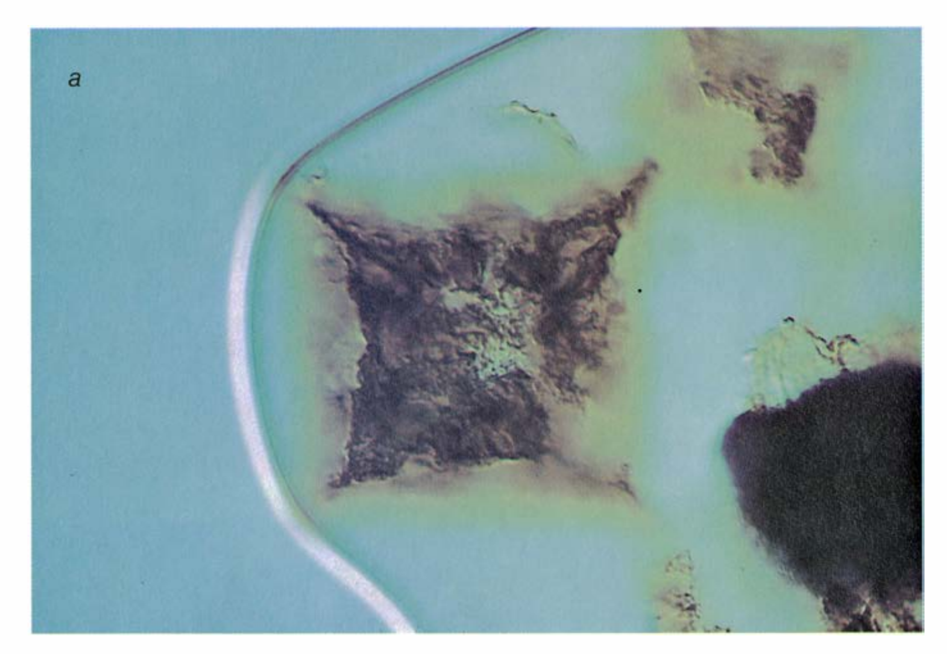
les que se ha señalado más arriba se atribuyó a la adquisición de la organización eucariota, hace de ello unos 1400 millones de años.

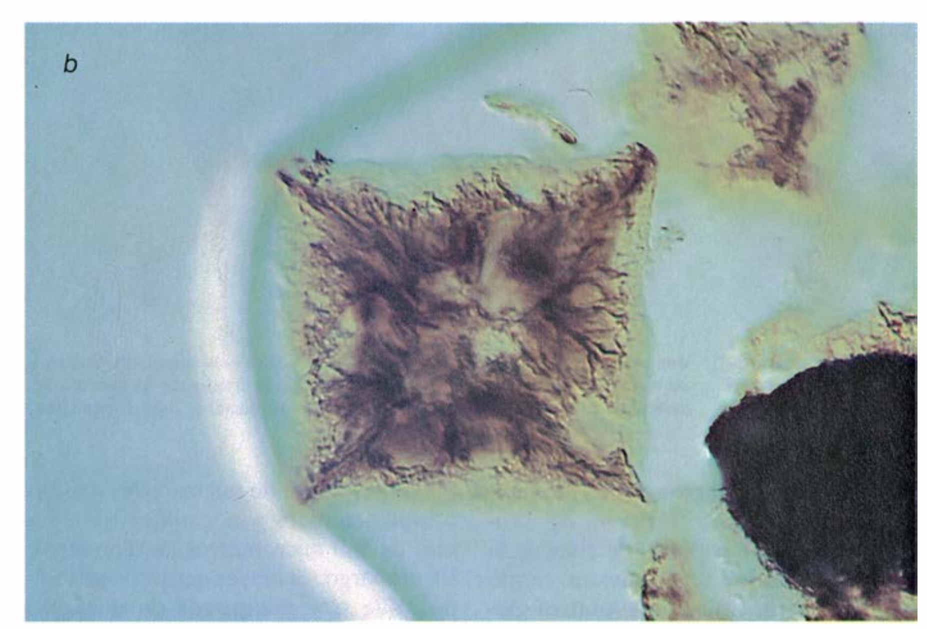
La eucariogénesis constituye un tema controvertido. Buena parte del debate sobre el origen de los eucariotas se ha centrado en el enfoque interpretativo de algunos microfósiles esféricos estromatolíticos y bentónicos que contienen corpúsculos internos de forma más o menos regular (que en algunos casos se han supuesto núcleos) o bien agrupados en configuraciones tetraédricas apretadas (interpretadas como mecanismos mitóticos o meióticos de división celular).

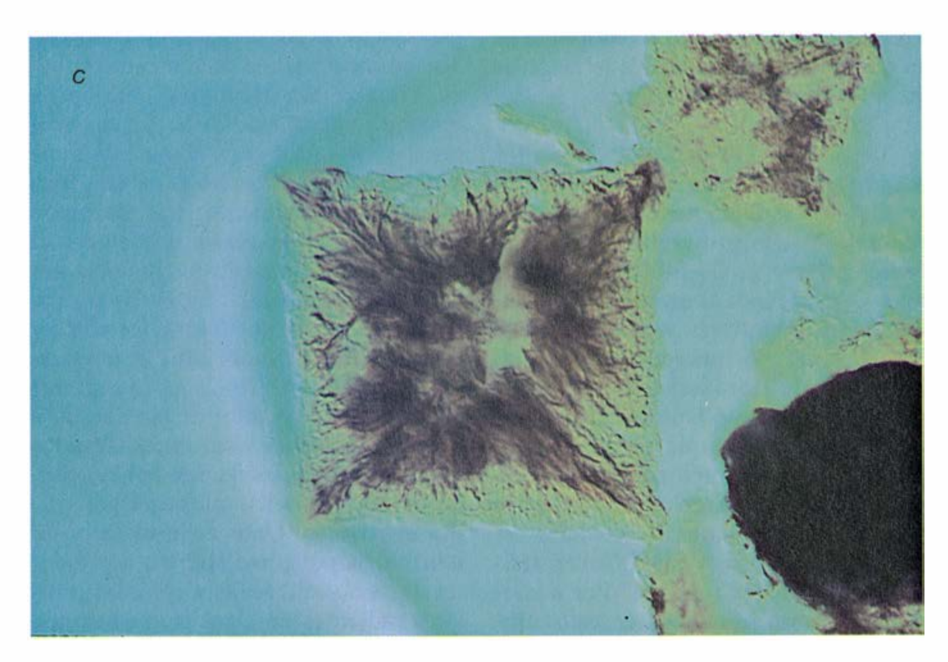
Pensar, a renglón seguido, que nos hallamos ante la llegada de la organización eucariota resulta precipitado. La mayoría de ellos, si no todos, pueden obedecer a procesos degradativos y de disposición fortuita entre microorganismos procariotas. Por el contrario, el registro de microfósiles acritarcos planctónicos, incluso de los más antiguos, no encierra ambigüedad alguna, como se explicará más adelante: constituye la radiación inicial de plancton eucariota. De ahí que el plancton precámbrico y paleozoico inferior ofrezca un destacado interés desde el punto de vista de la paleobiología: es una muestra representativa de la situación evolutiva global de la vida. Que ello es así nos lo corrobora la naturaleza cosmopolita de la mayor parte de formas a lo largo de períodos limitados de tiempo.

Los microfósiles acritarcos descritos por T. V. Jankauskas (del Instituto Geológico Lituano, en Vilnius) en rocas de los Urales meridionales del Rifense inferior (1650-1400 millones de años de antigüedad) semejan algas eucariotas prasinofíceas y clorococáceas. Por su parte, los microfósiles estudiados por R. J. Horodyski, de la Universidad de Tulane en Nueva Orleans, de rocas de Montana que tienen aproximadamente 1400 millones de años de antigüedad, incluyen cianobacterias procariotas filamentosas, vesículas esferoidales delgadas y microfósiles acritarcos de paredes robustas. Por analogía con formas más recientes, estos últimos pueden considerarse restos de algas eucariotas.

Gran número de microfósiles acritarcos planctónicos son grandes (de 10 a más de 500 micrometros de diámetro); sin embargo, el mayor acritarco conocido mide tres milímetros de diámetro (con lo que resulta decididamente megascópico) y posee paredes robustas. Suelen mostrar una forma característica y están ornamentados. Varios de ellos presentan hendiduras y aberturas en los tabiques, que serían distintos mecanismos de liberación celular después del excistamiento. Las aberturas circulares, únicas, serían, por su parte, aberturas flagelares de las envueltas vegetativas de la célula. En cualquier caso, debido a su morfología peculiar y métodos de excistamiento, la mayoría de acritarcos del Proterozoico superior y del Paleozoico inferior pueden atribuirse a vesículas cistiformes abandonadas, procedentes de estadios inmóviles de prasinofíceas, que son algas verdes eucariotas. Unos cuantos tipos de morfología poligonal podrían representar algas desmidiáceas y colonias celulares radiantes de algas clorococáceas. Además, colonias multicelulares de vesículas esféricas de paredes robustas se







han interpretado como algas clorococáceas coloniales.

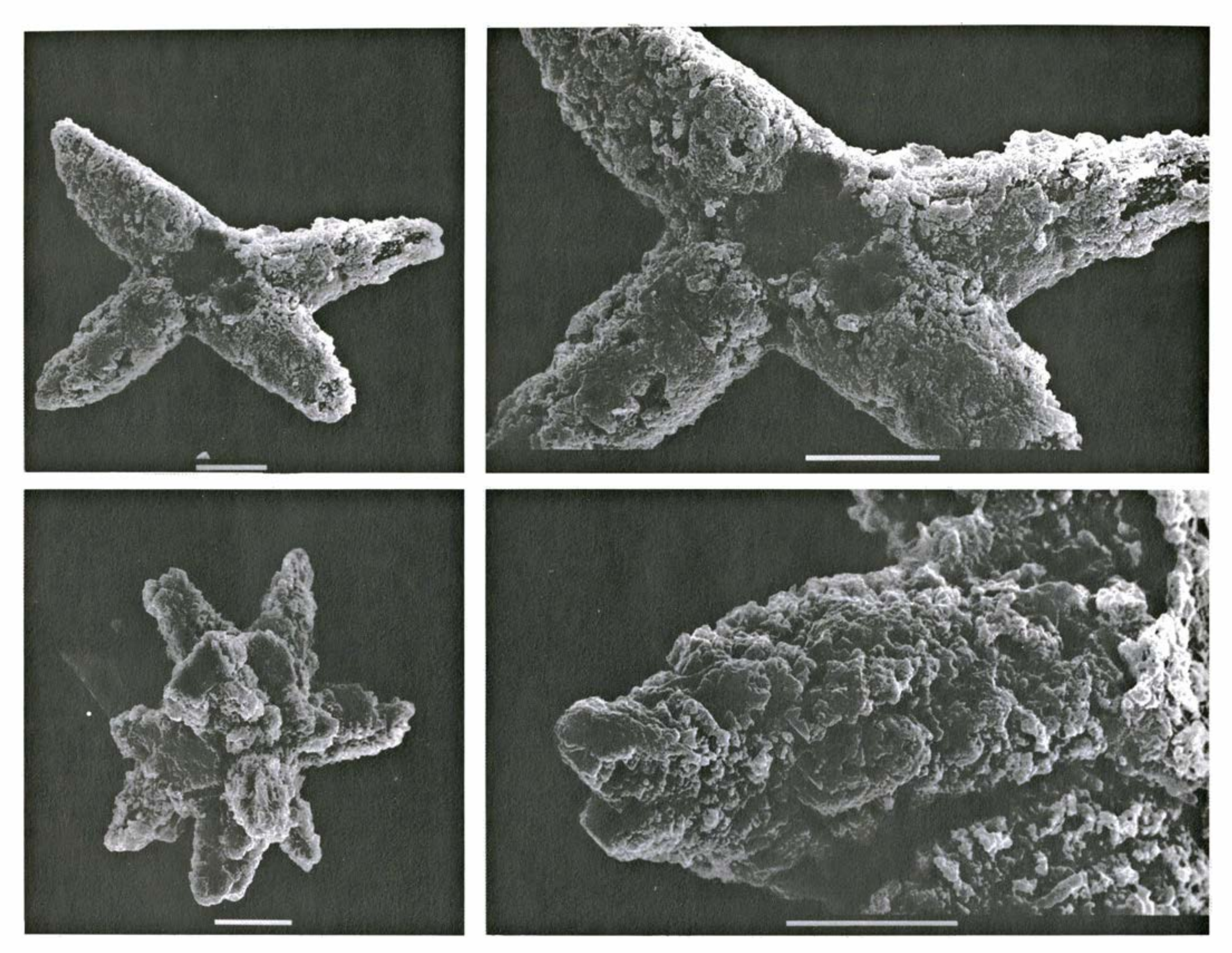
En resumen, se ha demostrado que durante al menos 1400 millones de años de evolución biótica han existido restos de eucariotas planctónicos.

Las raíces de un modo de vida planctónico pueden hundirse en un pasado más remoto. Las más antiguas asociaciones planctónicas razonablemente seguras de microorganismos constan de microfósiles unicelulares esféricos bastante grandes (de 5 a 31 micrometros de diámetro) de la formación Gunflint Iron, de Ontario, que tiene aproximadamente 2000 millones de años de antigüedad. Con toda probabilidad, estos restos microfósiles pertenecieron a microorganismos procariotas.

Parece evidente que el reino planctónico fuera colonizado, primero por fotosintetizadores procariotas. Un indicio a favor de esta hipótesis lo proporciona la existencia de vacuolas de gas en muchas cianobacterias, bacterias fotosintéticas, heterótrofos anaerobios y metanógenos. Se ha indicado que estas vacuolas representan una solución evolutiva precoz al problema de cómo conseguir el movimiento vertical en la columna de agua. Si bien es verdad que los microorganismos procariotas desempeñan un papel bastante secundario en las asociaciones planctónicas marinas de hoy en día.

Vale la pena recordar que los modelos aceptados sobre la evolución de la reserva atmosférica de oxígeno fotosintético concuerdan con los datos indicados arriba. La aparición de la organización eucariota (ya fuera mediante rutas evolutivas autógenas o bien simbióticas), supuso la aparición del metabolismo aerobio en una atmósfera oxigenada. Paradójicamente, las cianobacterias procariotas fotosintéticas (y, por ello, productoras de oxígeno), aunque responsables del aumento de la reserva inicial de oxígeno, se hallan torpemente adaptadas a niveles elevados de este gas. Además, se ha sugerido que determinadas formas aumentan su tolerancia al oxígeno mediante la producción abundante de mucílago protector. No obstante, la existencia de aerobios obligados entre los procariotas parece indi-

9. ACRITARCOS del Vendiense inferior (unos 700 millones de años de antigüedad), que exhiben complicadas morfologías poligonales. Se conocen morfologías comparables a éstas en acritarcos mucho más modernos, del Paleozoico inferior. Estos ejemplares proceden de esquistos de Suecia meridional; se halla también en rocas de igual edad en la Unión Soviética, Groenlandia y Noruega.



10. ACRITARCOS POLIGONALES ESTRELLADOS procedentes de rocas del Vendiense temprano (de unos 700 millones de años de antigüedad) de la península de Varanger, en el norte de Noruega. Se conoce también el mismo taxón procedente de rocas contemporáneas de otros lugares de Escandinavia y de la URSS. [*Compárese esta figura con la anterior.*] Estos enigmáticos microfósiles representarían colonias estrelladas de algas clorococáceas.

car, en sí misma, una evolución adaptativa gradual al metabolismo aerobio en una atmósfera cada vez más oxigenada.

Algunos procesos metabólicos actuales de los microorganismos proporcionan pistas sobre las vías seguidas en la evolución de los ecosistemas planctónicos primitivos.

La fijación de nitrógeno (N_2) es un proceso anaerobio, que requiere energía; se halla limitado a ciertos procariotas (bacterias y las cianobacterias que producen heterocistes). Los heterocistes son células vegetales de tamaño aumentado, de dos capas, en las que tiene lugar la fijación de nitrógeno. También son compartimentos de los que se excluye la fotogeneración de oxígeno. El oxígeno desactiva el enzima nitrogenasa, esencial para la fijación de nitrógeno; los heterocistes no se desarrollan ni en ausencia de fosfato ni en presencia de nitrógeno adecuadamente fijado (en forma de amonio). Puesto que la fijación de nitrógeno precisa condiciones ambientales anóxicas, se ha supuesto que el mecanismo se originó en un estadio muy primitivo de la evolución.

Lo más probable es que las primeras trazas significativas de oxígeno generado fotosintéticamente se acumularan en ambientes de aguas someras. Los niveles cada vez mayores de oxígeno producido fotosintéticamente pudieron haber inducido que los microorganismos fijadores de nitrógeno desarrollaran nuevas estrategias de protección frente al oxígeno; entre ellas: la colonización de ambientes anóxicos protectores, la producción de polisacáridos extracelulares y el desarrollo de heterocistes fijadores de nitrógeno. Además, la oxigenación irreversible de las aguas litorales pudo haber ejercido, asimismo, una presión adaptativa importante hacia la colonización de las aguas de alta mar, menos oxigenadas. La fijación de nitrógeno la consiguen varias cianobacterias planctónicas. Esta circunstancia y la supuesta antigüedad del mecanismo pueden indicar que la vida planctónica es también una adaptación muy antigua entre las cianobacterias. Se ha llegado a sugerir que la abundante reserva de materia orgánica en rocas de edad arcaica puede proceder de fuentes planctónicas primitivas.

Del mismo modo, la necesidad de reservas de fosfato entre los procariotas y los eucariotas pudo haber originado una importante presión adaptativa hacia un tipo de vida planctónico, que asegurase la máxima recuperación de los nutrientes disponibles (notablemente fosfato) disueltos en el agua. En un estadio primitivo, en una atmósfera prácticamente anóxica, ello habría ofrecido muy pocos problemas a las cianobacterias. El nuevo hábitat supuso

exposición a niveles altos de radiación ultravioleta, debido a la falta de una pantalla de ozono protectora plenamente desarrollada. Se sabe, sin embargo, que las cianobacterias se caracterizan por su resistencia a la radiación ultravioleta.

Parece probable que los microorganismos procariotas no alcanzaran nunca un éxito resonante en el reino planctónico; tal sugieren las pruebas que proporciona el registro fósil. Las cianobacterias constituyen una parte relativamente insignificante del registro proterozoico de vida planctónica. Las razones para ello han de ser, inevitablemente, muy especulativas. Sin embargo, el hecho es que las cianobacterias se originaron y evolucionaron en un ambiente predominantemente anóxico, que iba acumulando niveles cada vez mayores de oxígeno fotosintético. Ello debió convertirlas en un grupo cada vez menos competitivo en el nuevo ambiente que iba surgiendo.

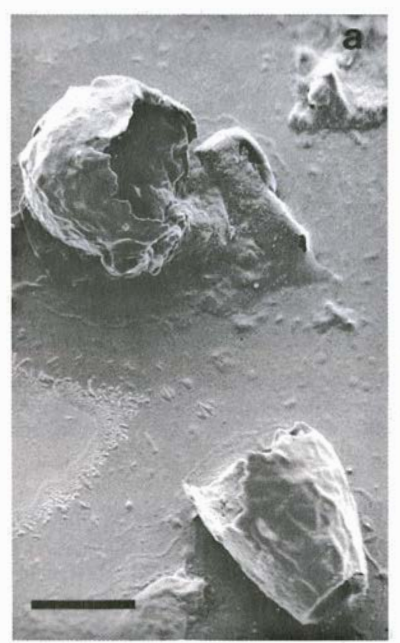
Paralelamente, los eucariotas que estaban apareciendo y toleraban niveles elevados de oxígeno y lo necesitaban como parte importante de su metabolismo, eran cada vez más competitivos en un ambiente cambiante, sobre todo en el dominio planctónico. Es evidente que la adaptación planctónica aseguró la disponibilidad de reservas de nutrientes minerales, acumuladas por erosión, mediante la colonización de los mares epicontinentales.

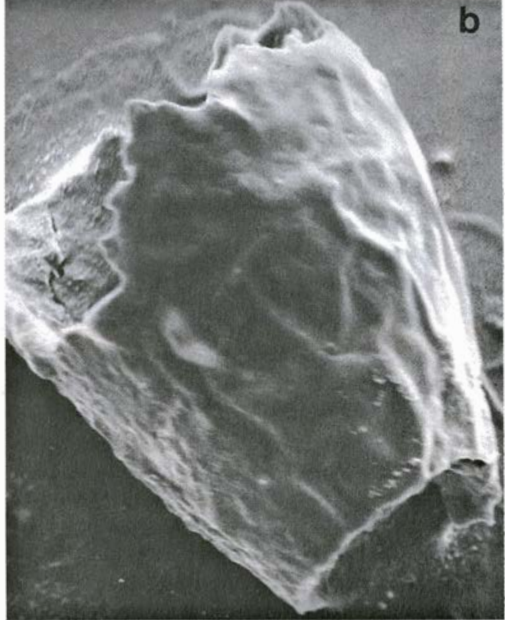
Presumiblemente, en un estadio posterior, la presión evolutiva pudo haber actuado en favor de la recuperación de nutrientes de aguas más profundas. El primer estadio está representado por el aumento, que se advierte, en la diversidad de los grandes acritarcos, eucariotas esferoidales y formadores de cistes de finales del Rifense (aproximadamente 900-700 millones de años antes de la actualidad).

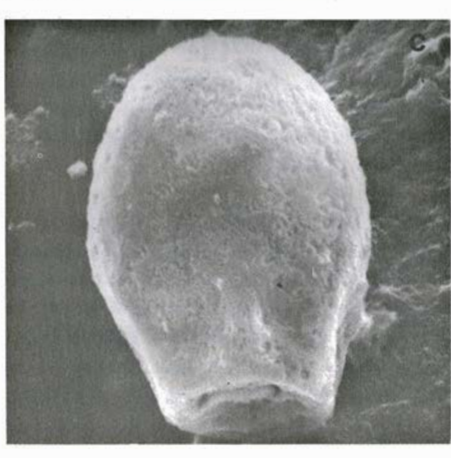
Este acontecimiento coincide curiosamente con un período de amplia separación de los principales continentes preexistentes y de formación de extensas cuencas intra y pericontinentales someras. La evolución de tales cuencas, a través de procesos de dislocación durante el Rifense superior, está ampliamente documentada en lo concerniente a América del Norte, Groenlandia, Europa septentrional y Plataforma Rusa. Estos procesos originaron la formación de extensas cuencas de sedimentación que acumularon secuencias de sedimentos continentales y marinos de considerable potencia. Tales circunstancias suministraron cantidades crecientes de nutrientes minerales a las cuencas epicontinentales marginales. En los microfósiles acritarcos de esta época predominan los tipos esferoidales de ornamentación variable correspondientes a eucariotas formadores de cistes, abundantísimos en rocas de ambientes marinos someros. Las rocas proterozoicas que se formaron en ambientes marinos más profundos son escasamente fosilíferas, pero contienen algunos tipos que se dirían mejor adaptadas a un modo de vida flotante.

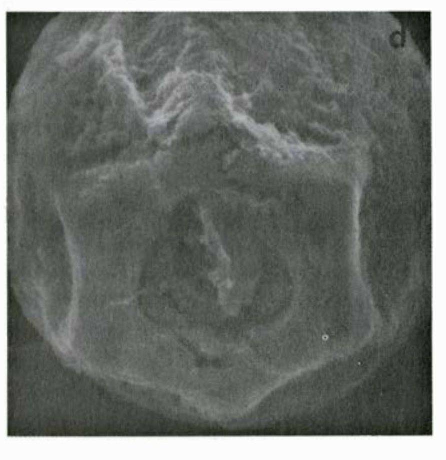
La morfología externa de los microfósiles acritarcos del Proterozoico superior se parece a la de algunas formas del Paleozoico inferior. Esta similitud puede extenderse a los ambientes que ocupaban los distintos grupos morfológicos. Aunque se hallaran sólo remotamente emparentados, sus medios de dispersión similares y su presencia en sedimentos parecidos son el resultado de soluciones adaptativas comparables y recurrentes ante requerimientos ambientales parejos. Así, diferentes tipos de acritarcos esferoidales, aunque también se encuentran en ambientes marinos más profundos, predominan en medios litorales de aguas someras. Hacia el final del Proterozoico (unos 800-700 millones de años a. p.) se habían ensayado todas las soluciones básicas encaminadas a la recuperación de las "fáciles" reservas de nutrientes disueltos en el agua, y las innovaciones probablemente se habían agotado ya. La presión adaptativa ulterior condujo al desarrollo de características que facilitaran la flotación.

Las soluciones más simples (y las que primero se consiguieron) se materializan en sedimientos fechados, mediante métodos de desintegración isotópica, en unos 800 millones de años a. p.; consistían en estructuras huecas en forma









11. MICROFOSILES DE FORMA DE JARRO que, presumiblemente, corresponden a protistas heterótrofos. Estos ejemplares son de rocas contemporáneas del Proterozoico tardío (de unos 800 millones de años de antigüedad) de Groenlandia oriental (*a*, *b*) y de Arizona (*c*, *d*). La abertura de forma triangular dentro de la región aboral hexagonal (*d*) se encuentra taponada. Microfósiles de este tipo se hallan también en rocas del Proterozoico superior (tardío) de Brasil, Arabia Saudita, Suecia, Noruega y Svalbard.

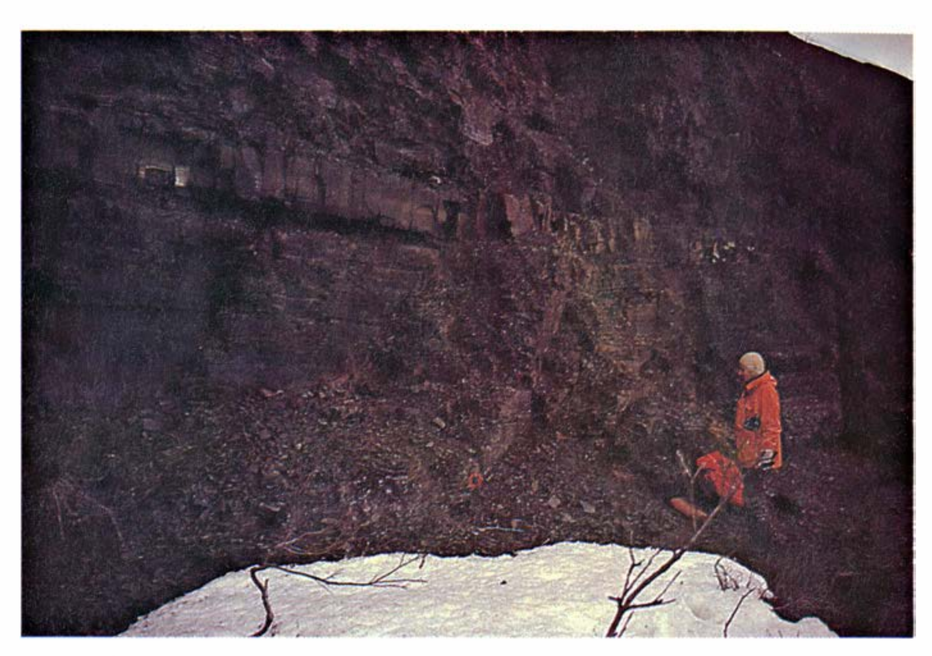
de ampolla (llenas probablemente de líquidos o gases flotantes) que rodeaban una pared vesicular esférica y robusta. Grupos coloniales de células, provistos quizá de flagelos, constituían otra solución plausible para satisfacer las necesidades primitivas.

Hace 700 millones de años, en las postrimerías del Proterozoico, se experimentaron desviaciones de la simetría esférica simple, que condujeron a vesículas de forma poligonal. Resulta sorprendente que la misma adaptación haya producido microorganismos comparables (e intrínsicamente distintos) durante períodos posteriores de la evolución biótica. Estas semejanzas adaptativas suelen repetirse en ulteriores ejemplos de adaptación paralela; verbigracia: los que corresponden a dinosaurios marinos, cetáceos, pinnípedos, pájaros bobos, etcétera.

Microfósiles de protistos heterótrofos en forma de vaso abundan en sedimentos fechados en unos 700 millones de años a. p.; por aquella época tenían una distribución parcial. Vivían en aguas costeras y se alimentaban de plancton algal. Sus cubiertas macizas (que en algunos casos pudieron haber estado mineralizadas) se observan en algunos tipos provistos de un collarín en forma de reborde. Algunos tipos tienen aberturas taponadas. Datos que nos sugieren una motilidad a través de undulipodios (una forma de flagelos). Estos tipos iban a conducir a la evolución de algas megascópicas pluricelulares, que se encuentran en el registro geológico en depósitos inmediatamente más recientes y que se han fechado isotópicamente como de unos 612 millones de años a. p. Estas rocas proporcionan asimismo las trazas dispersas más antiguas de animales pluricelulares, carentes de caparazones y mineralizados.

Un importante acontecimiento de diversificación de formas muy ornamentadas (espinosas), enormemente variadas y significativamente más eficientes en cuanto a flotabilidad, tuvo lugar en el Cámbrico inferior (pero no en el más antiguo), hace unos 550 millones de años. Este histórico episodio de diversificación planctónica coincide con la primera aparición de los trilobites, artrópodos paleozoicos que se caracterizan por su caparazón mineralizado.

Las estimas de la diversidad de las poblaciones planctónicas durante el Proterozoico y Paleozoico inferior son, desde luego, sólo aproximadas, aunque reales. Muestran fluctuaciones en la variabilidad que pueden atribuirse al polimorfismo taxonómico. Encierran interés desde el punto de vista paleobiológico de la velocidad de especiación y, también, desde el punto de vista de la historia global de los organismos y de su ambiente cambiante. Una disminución importante en la diversidad del plancton en el Proterozoico superior siguióse de la eutrofización general de las aguas en relación con los acontecimientos glaciares del Varangeriense. La aparición y la radiación rápida de formas desconocidas de microfósiles acritarcos en el Cámbrico inferior dependió, quizá, de la existencia de amplias fluctuaciones observadas del nivel del mar, que alcanzaron a todas las masas de agua.



12. SECCION DE ESTRATOS en la península de Varanger (Noruega septentrional), que representa un registro más o menos continuo de sedimentación a lo largo del Proterozoico superior y del Cámbrico inferior. Contienen restos fósiles de algas planctónicas, algas megascópicas y animales tubuliformes.

Los sedimentos se acumulan formando capas sobre otros más antiguos y se convierten en rocas a través de un proceso de litificación. El levantamiento subsiguiente puede producir su destrucción parcial o total mediante la acción de distintos agentes erosivos. De este modo, al libro de registros geológicos le faltan muchas páginas que, no obstante, alguna vez se escribieron. Los datos de que se dispone son en ocasiones ricos, y la deducción y la comparación con la información obtenida a partir de las condiciones actuales permiten reconstrucciones bastante fidedignas del pasado. La falta de registros se refleja asimismo en el contexto de la evolución biótica: saltos bióticos súbitos en la escala vertical de las rocas. Estos cambios se evidencian con particular nitidez por encima y por debajo de las uniones erosivas en secuencias de sedimentos estratificados, allí donde se arrancaron páginas del libro de registros geológicos.

Cada paquete de rocas estratificadas que se encuentra limitado por contactos erosivos puede proporcionar una secuencia o serie de conjuntos diferenciados de microfósiles. Tales secuencias pueden ser fechadas o agrupadas en el tiempo por datación isotópica absoluta de la cristalización de determinados minerales; sobre todo en el Precámbrico. Microfósiles aislados y grupos discretos de ellos, procedentes de paquetes de estratos rocosos de distintas regiones, pueden compararse entre sí para obtener correlaciones de estratos bastante exactas.

La evolución biótica del Precámbrico se desarrolló con lentitud. Sin embargo, el período de tiempo implicado es tan dilatado que cualquier progreso que lleve a la subdivisión de los estratos precámbricos en varios paquetes de estratos bioestratigráficamente distintivos reviste sumo interés. Durante los últimos treinta años se han obtenido buenos resultados en este sentido, que han posibilitado la subdivisión y correlación de rocas del Proterozoico superior y del Cámbrico inferior de regiones muy distantes. Debido a su modo de vida planctónico, los acritarcos del Proterozoico y del Cámbrico (así como los de épocas más recientes) tuvieron un gran éxito a la hora de conseguir una amplia distribución geográfica. Constituyen una importantísima herramienta para el perfeccionamiento continuo de la escala geológica.

Un vector para introducir genes en vegetales

La inducción de un tumor vegetal por una bacteria es una forma de ingeniería genética empleada por la naturaleza. El segmento de ADN que inyecta la bacteria sirve para mejorar las cosechas

Mary-Dell Chilton

Durante mucho tiempo, tal vez millones de años, la bacteria común del suelo *Agrobacterium tumefaciens* ha venido haciendo lo que ahora se esfuerzan en lograr los biólogos moleculares. Inserta genes foráneos en plantas y consigue que se expresen en forma de proteínas. En el proceso, la bacteria provoca la proliferación de las células vegetales y la formación de una agalla, o tumor, generalmente cerca de la unión del tallo con la raíz (el cuello).

La enfermedad denominada agalla del cuello (o de la corona, del inglés *crown gall*) puede afectar a una gran variedad de plantas dicotiledóneas (de hoja ancha) y produce considerables pérdidas en ciertos cultivos, principalmente viñedos, frutales y plantas ornamentales. Desde principios de siglo es objeto de estudio por parte de los fitopatólogos, dada su devastadora incidencia económica. Durante los últimos años, al haberse comprobado que el proceso infectivo era una forma natural de ingeniería genética, *A. tumefaciens* y el tumor que engendra han sido el tema de una investigación ferozmente competitiva entre genéticos moleculares pertenecientes a numerosos laboratorios, universitarios y de la industria privada. Lo que por mucho tiempo se ha considerado simplemente el agente de una enfermedad vegetal bastante fastidiosa, probablemente se convierta en una importante herramienta para la manipulación genética en vegetales: va a utilizarse para insertar genes en las plantas y así producir nuevas variedades con los rasgos genéticos deseados.

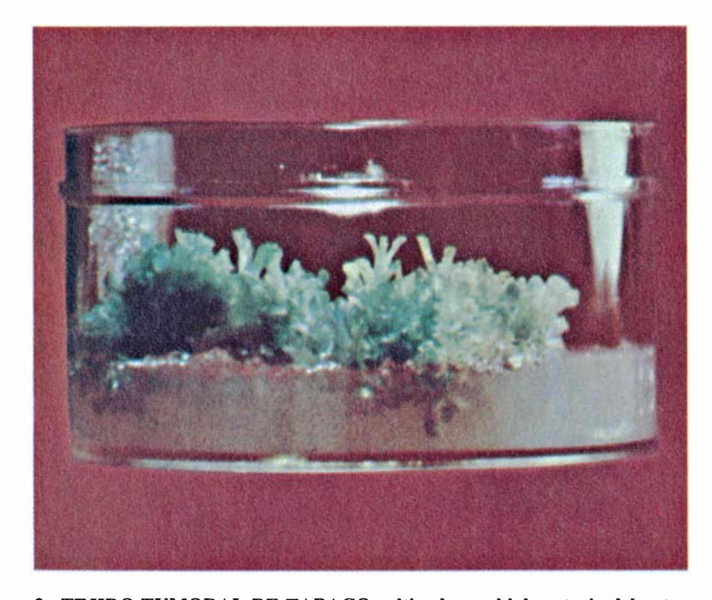
En 1907, Erwin F. Smith y C. O. Townsend, del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos, identificaron a *A. tumefaciens* como el agente causal de la enfermedad de la agalla de la corona. Lo lograron aislando la bacteria a partir de las agallas y demostrando que, al inocular las bacterias en una herida practicada a una planta sana, aparecía una nueva agalla. Desde entonces quedó claro que, para que progresara la infección, la herida había de ser reciente. Basta que pasen dos días para que la herida se haga refractaria a la invasión. Si se lava en seguida el "jugo de la herida" (la savia que fluye del tejido cortado), se puede bloquear la inducción del tumor. No todas las cepas de *A. tumefaciens* son virulentas, esto es, capaces de inducir un tumor. Se sabe que las bacterias virulentas se fijan a constituyentes pécticos específicos de la pared celular vegetal. Las células bacterianas entran solamente en células vegetales rotas, muertas, y sin embargo estimulan en las células vegetales adyacentes la formación de un tumor; las propias bacterias proliferan entre las células tumorales.

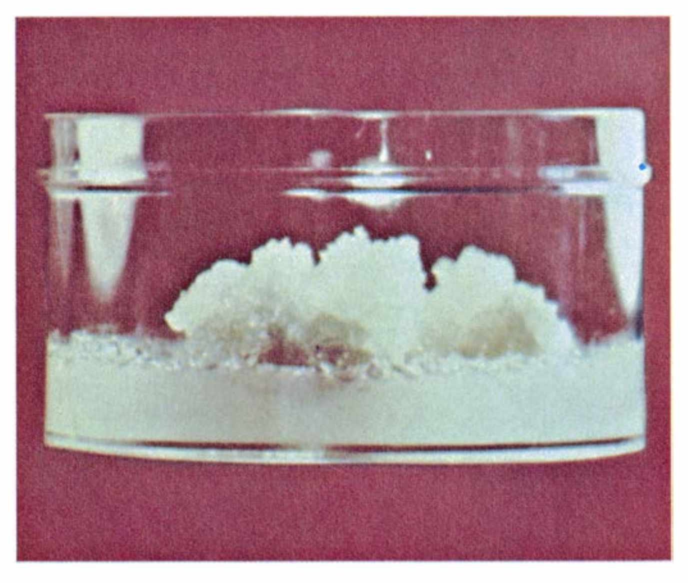
En 1947, Armin C. Braun, del Instituto Rockefeller de Investigación Médica, logró cultivar por primera vez tejido de agalla, libre de la bacteria inductora, en un medio definido, que contenía sólo sacarosa y sales inorgánicas. Encontró que el tejido poseía la propiedad característica de un tumor: una pauta de crecimiento descontrolado. Mientras que las células o tejidos vegetales normales crecen lentamente en cultivo, y sólo cuando se les aporta hormonas vegetales (citoquininas y auxinas), el tejido de agalla crecía rápidamente y en ausencia de cualquier hormona exógena. Continuaba desarrollándose, exuberante, cada vez que se transfería a un medio fresco. Braun concluyó que las células vegetales habían sufrido algún tipo de transformación –conversión en células tumorales– por un acto comparable al de "tirar la piedra y esconder la mano" por parte de *A. tumefaciens*. En su opinión, la bacteria introducía en la célula vegetal un "principio tumorígeno".

Georges M. Morel y sus colaboradores del Instituto Nacional de Investigación Agronómica de Versalles, descubrieron, en la década de 1960, una importante clave metabólica de la naturaleza del principio tumorígeno. Encontraron que las células de la agalla de la corona sintetizaban una nueva clase de sustancias químicas (que denominaron opinas), ausentes en las células normales de la misma planta. Las opinas son derivados de intermediarios metabólicos comunes en las vías de la mayoría de los aminoácidos (los constituyentes de las proteínas) y de varios cetoácidos o azúcares. Se estudiaron intensamente dos opinas: la octopina, un compuesto del aminoácido arginina y el ácido pirúvico, y la nopalina, un producto de arginina y ácido alfa-cetoglutárico. El grupo de Morel estableció dos hallazgos significativos. Primero: lo que determina que un tumor sintetice octopina o nopalina no depende de la especie de la planta hospedadora, sino de la cepa de la bacteria que induce el tumor. Segundo: una determinada cepa de la bacteria podía crecer en presencia de octapina o de nopalina, pero no de ambas; podía metabolizar todos los compuestos sintetizados por el tumor que inducía. Morel avanzó una importante predicción: la bacteria insertaba en la célula vegetal un gen que gobernaba la síntesis de octopina o de nopalina; el principio inductor del tumor había de ser ADN.

Pronto se razonó que, de ser cierta la hipótesis, el ADN debía hallarse en algún elemento móvil. Allen Kerr, de la Universidad de Adelaida, encontró que el carácter de la virulencia se transfería de una cepa portadora del mismo a otra que no lo tenía cuando se inoculaban

1. AGALLA DE LA CORONA, o agalla del cuello, en una planta de tabaco; se ha desarrollado en el vértice de un tallo, que se cortó e inoculó con *Agrobacterium tumefaciens*. Las bacterias infectivas portan una molécula circular de ADN accesorio: el plásmido *Ti* (por *tumor-inducing*, inductor de tumores). Un segmento del plásmido, denominado ADN-*T* (ADN transferido) se inserta en las células vegetales y genera el tumor, que en este caso es un teratoma: una masa tumoral a partir de la cual crecen, en desorden, raíces y tallos. Los genetistas esperan explotar este plásmido como vector para introducir nuevos genes en los vegetales y obtener especies con rasgos genéticos mejorados. La fotografía es de Robert y B. Gillian Turgeon, de la Universidad de Cornell.





2. TEJIDO TUMORAL DE TABACO cultivado en el laboratorio del autor, en la Universidad de Washington en San Luis. De estas líneas celulares derivadas de plantas infectadas se han eliminado las bacterias, cuya influencia persiste en forma de cambio genético de las células vegetales transformadas. Las células crecen en cultivo sin necesidad de añadir auxina ni citoquinina, hormonas necesarias para permitir el crecimiento en cultivo de células vegetales normales. Se muestran aquí dos clases de tejido tumoral: un teratoma, a la izquierda, y un callo (una masa de células indiferenciadas), a la derecha.

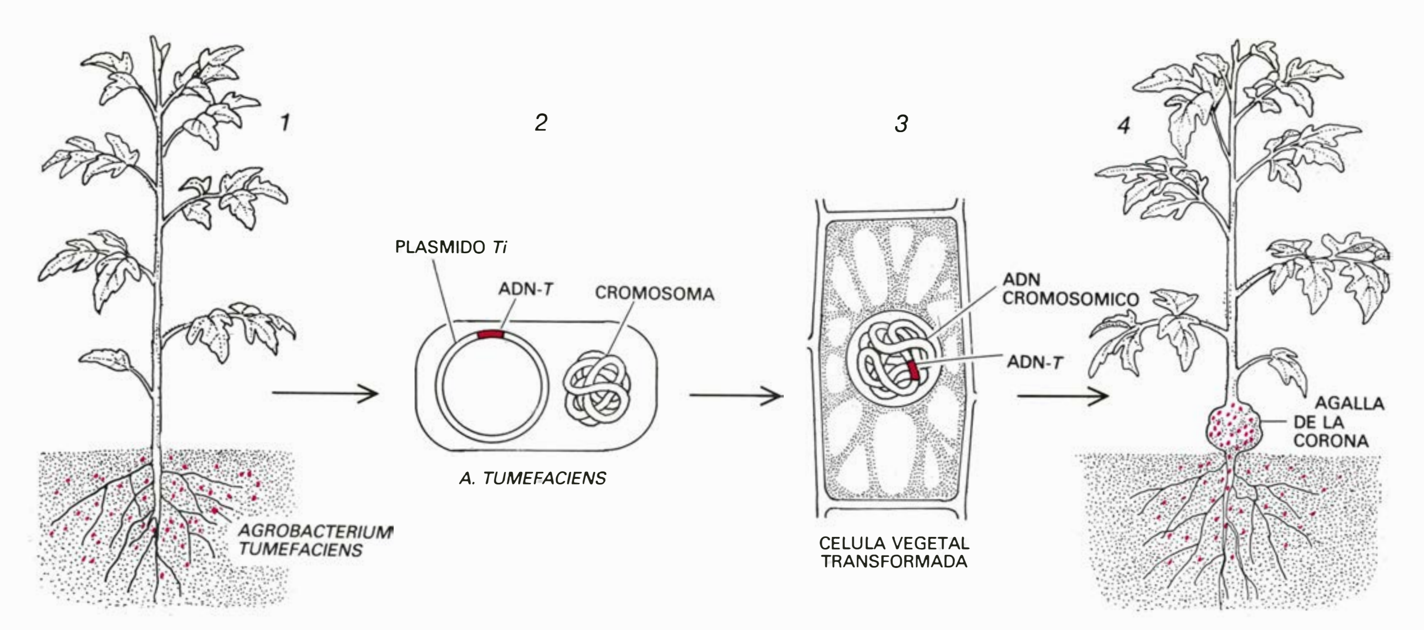
ambas cepas en la misma planta. La transferencia se daba incluso entre especies escasamente relacionadas de *Agrobacterium*, lo cual hacía poco verosímil la posibilidad de que los genes responsables de la virulencia estuviesen en el cromosoma bacteriano. Kerr supuso que los genes debía acarrearlos algún virus bacteriano o un plásmido (un pequeño anillo de ADN bicatenario no cromosómico que suele llevar genes subordinados, como los que afectan a la patogenicidad, al metabolismo de compuestos raros o a la resistencia a los antibióticos).

Recibió más apoyo la supuesta intervención de virus o plásmidos en la capacidad tumorígena de *Agrobacterium* al descubrirse que la virulencia podía perderse. En 1971, Robert H. Hamilton Jr. y M. Z. Fall, de la Universidad estatal de Pennsylvania, descubrieron una cepa de *A. tumefaciens* cuyo carácter virulento era sensible a la temperatura. Si se cultivaba la cepa *C*58 a una temperatura moderadamente alta (37 grados Celsius), las bacterias perdían su virulencia; nunca recobraban, de manera espontánea, la capacidad de inducir tumores. Dicho con otras palabras, algo de las células se perdía para siempre. De nuevo cabía deducir aquí que los genes inductores de tumores se hallaban en un virus o en un plásmido.

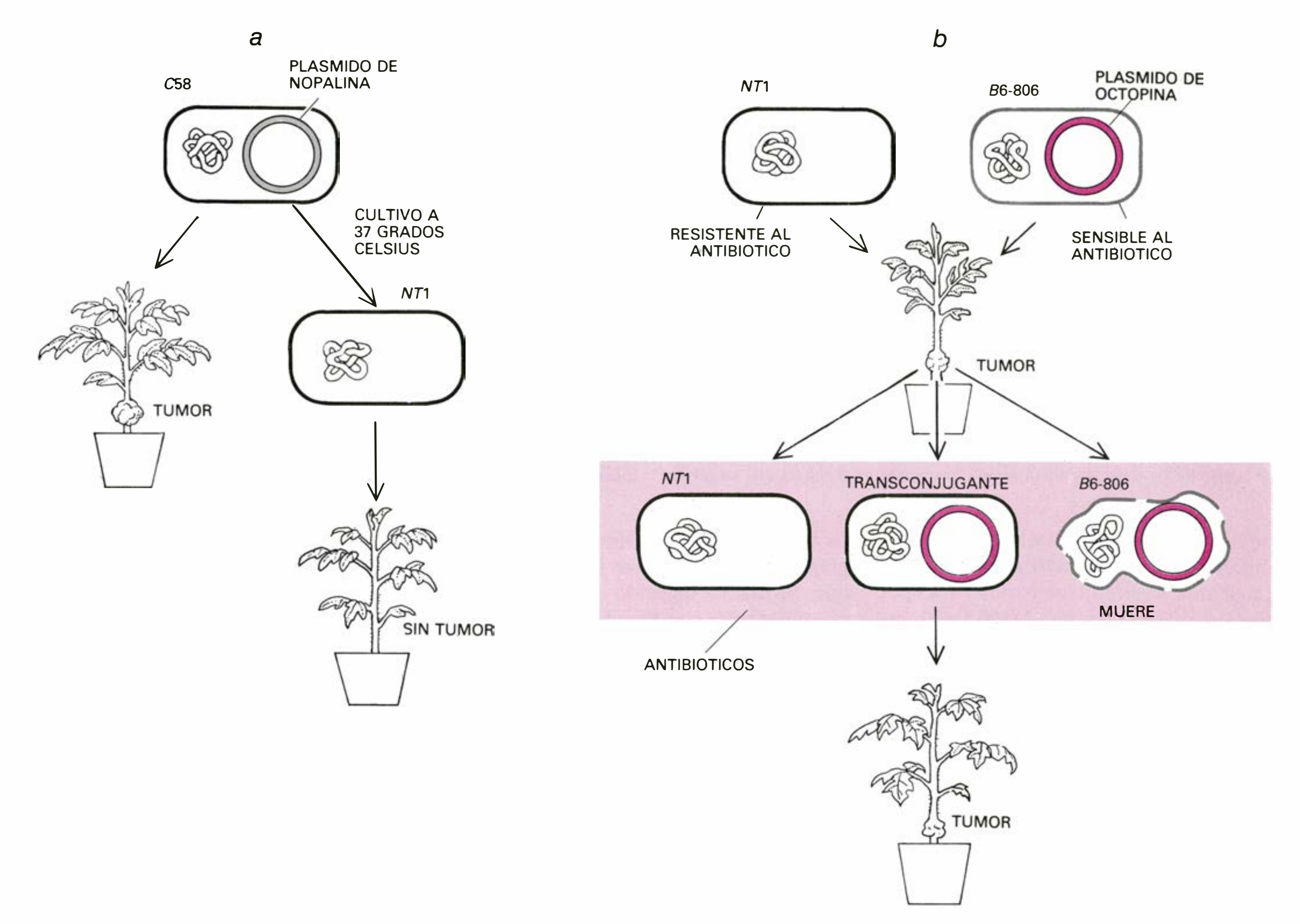
En 1974 se identificó tan esquivo ADN. Jeff Schell, Marc Van Montagu y sus colaboradores, de la Universidad de Gante, encontraron plásmidos muy desarrollados en todas las cepas virulentas; no los había en las cepas avirulentas. Pronto se vio que la pérdida de virulencia de la cepa *C*58 a 37 grados Celsius respondía a la pérdida del plásmido. También correspondía el plásmido al elemento móvil de Kerr; se transfería de una cepa virulenta a otra no virulenta por conjugación, una modalidad bacteriana de apareamiento. En experimentos de conjugación diseñados por Rob A. Schilperoort y sus colegas, de la Universidad de Leiden, se evidenció que el plásmido confería a la bacteria la capacidad de catabolizar (degradar) la octopina o la nopalina y, con ello, la de crecer sobre uno de esos compuestos; también el plásmido determinaba si el tumor sintetizaría octopina o nopalina. Hasta la dispersión de un determinado plásmido de virulencia en una población de *A. tumefaciens* estaba promovida por la presencia de la opina cuya síntesis y catabolismo él mismo especificaba: la transferencia del plásmido, en la conjugación, venía inducida específicamente por una opina.

El plásmido *Ti* (por inductor de tumores) constituye, pues, el elemento central de una interrelación ecológica maravillosa, altamente evolucionada. La presencia de un plásmido *Ti* permite a la bacteria subvertir la maquinaria metabólica de las células vegetales para que fabrique una sustancia que no va a utilizar la planta, pero en la cual puede proliferar la bacteria (y por ello también el plásmido simbiótico). El desarrollo de un tumor necesita un gran aporte de esa sustancia. En la naturaleza, el tejido tumoral se sitúa a nivel del suelo, y su opina probablemente se difunda al interior del suelo, donde la transferencia de plásmidos a bacterias hasta entonces no virulentas fomenta la supervivencia de la especie bacteriana y del plásmido.

Puesto que la agalla de la corona se genera por transferencia génica y los genes se hallan en el plásmido *Ti*, síguese que el ADN correspondiente al plásmido debe encontrarse en las agallas de la corona. En la Universidad de Washington en Seattle, Eugene W. Nester, Milton P. Gordon y yo mismo, en colaboración con un grupo de alumnos de licenciatura y especialización, emprendimos la tarea de hallar el ADN. En aquella época, no se conocía forma mejor de detectar un ADN (el plásmido *Ti*), en presencia de una gran cantidad de otro ADN (el propio de la planta), que midiendo la velocidad de reasociación del ADN. La doble hélice de ADN se desnaturaliza (se separan sus dos cadenas complementarias) al calentarla a 100 grados Celsius. Cuando la temperatura baja hasta 68 grados, las cadenas complementarias que salen mutuamente al encuentro se renaturalizan o se reasocian, y forman de nuevo una doble hélice. La velocidad de reasociación es proporcional al cuadrado de la concentración de ADN. Abordamos así el problema: comparamos la velocidad de reasociación del ADN del plásmido *Ti* desnaturalizado, aislado, con la velocidad de su reasociación en presencia del ADN vegetal normal, y en presencia del ADN de la agalla de la corona. Si en el ADN de la célula tumoral había copias del ADN del plásmido, éste se sumaría a la concentra-



3. SE INICIA EL TUMOR cuando las bacterias penetran en una lesión, que suele estar cerca del cuello de la planta y se fijan a las células (*1*). Una bacteria virulenta lleva, además de su ADN cromosómico, un plásmido *Ti* (*2*). El ADN-*T* del plásmido se introduce en la célula y se integra en su ADN cromosómico (*3*). Las células transformadas proliferan y forman un tumor, conocido por agalla de la corona (del inglés *crown gall*) (*4*). Las células del tumor sintetizan los compuestos denominados opinas, que sirven de nutrientes a las células de *A. tumefaciens* que habitan en la agalla. Dos de las opinas mejor estudiadas son la octopina y la nopalina. El plásmido *Ti* transportado por una determinada especie de bacteria siempre induce la síntesis de una misma opina.



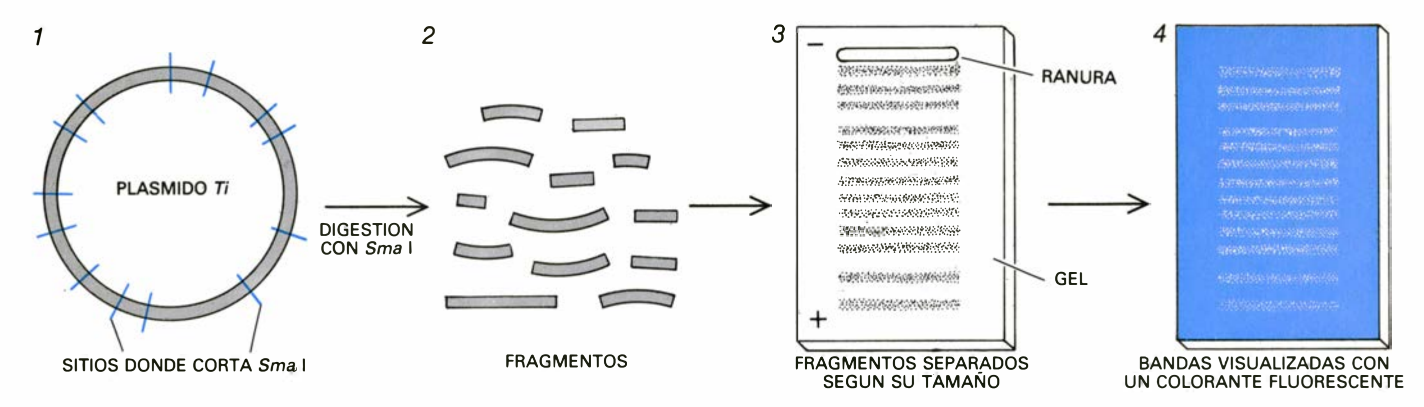
4. IDENTIFICACION DEL PLASMIDO como el agente tumorígeno. Habitualmente, la cepa *C*58 de *A. tumefaciens* es virulenta (*a*). Crece sobre nopalina e induce tumores que la sintetizan. Si se cultiva a 37 grados Celsius, la cepa *C*58 pierde virulencia y la capacidad de crecer en nopalina; la variedad no virulenta *NT*1 carece del plásmido *Ti* de *C*58. Puede devolverse la virulencia a *NT*1 cruzándola con una cepa virulenta (*b*). Para ello se inoculan en una planta de tomate células *NT*1 (mutantes resistentes a dos antibióticos) junto con *B*6-806, una cepa virulenta que crece sobre octopina. Se desarrolla un tumor, que se tritura y se dispersa sobre un medio que contiene los dos antibióticos; sólo formarán colonias las células resistentes *NT*1. Muchas de estas células serán transconjugantes: llevarán el plásmido para la octopina de la cepa *B*6-806, que habrán adquirido por conjugación, una variedad bacteriana de apareamiento. Los transconjugantes, por tanto, serán células virulentas, capaces de proliferar en octopina y de inducir tumores que sinteticen octopina.

ción de cadenas complementarias, por lo que el ADN de los plásmidos (que podríamos detectar, puesto que se había marcado con un isótopo radiactivo) se reasociaría más rápidamente y de una manera cuantitativamente predecible.

En nuestros primeros ensayos, la adición de ADN tumoral desnaturalizado al ADN plasmídico desnaturalizado no alteraba, de forma apreciable, la velocidad de reasociación; quedaba claro, pues, que en el tumor no había copias enteras del plásmido *Ti*. ¿Y fragmentos? Cortamos el ADN del plásmido con una endonucleasa de restricción. En esa familia de enzimas, cada tipo reconoce una breve secuencia de nucleótidos (subunidades del ADN) como sitio único donde seccionar; siempre corta un determinado ADN formando el mismo conjunto de fragmentos. La endonucleasa *Sma* I corta el plásmido *Ti* en unos 20 fragmentos de diferente tamaño; al digerir cierta cantidad de ADN del plásmido, se obtienen unas 20 clases únicas de fragmentos, que pueden separarse, de acuerdo con su magnitud, por electroforesis en gel. Cada grupo de fragmentos forma una estrecha banda horizontal sobre el gel, que se manifiesta por tinción con un colorante fluorescente. El ADN de cada banda puede purificarse para realizar luego otros experimentos.

Sometimos el ADN del plásmido *Ti* a electroforesis. Repetimos el experimento de reasociación ahora con los distintos fragmentos de ADN, en vez de recurrir al plásmido entero. ¿Qué vimos? Dos fragmentos se reasociaban más rápidamente en presencia del ADN tumoral; no ocurría así con los demás. Esos dos segmentos del plásmido *Ti* debían, por tanto, hallarse en las células tumorales. Experimentos posteriores,desarrollados con muchas líneas tumorales, demostraron que en las células de la agalla de la corona siempre había fragmentos específicos de los plásmidos *Ti* que inducían tumores. A esos fragmentos los denominamos ADN transferido, o ADN-*T*.

El análisis de las velocidades de reasociación ha sido sustituido ya por un método más directo de detección de fragmentos concretos de ADN inmersos en gran cantidad de ADN no específico. El método de transferencia de Southern, desarrollado en 1975 por E. M. Southern, de la Universidad de Edimburgo, combina la electroforesis con la reasociación y se ha convertido en una herramienta fundamental de la genética molecular. Para encontrar ADN de plásmido en células tumorales se empieza por digerir el ADN de la célula tumoral con *Sma* I, por ejemplo. En tanto que tal digestión proporciona 20 fragmentos del plásmido, produce alrededor de un millón de fragmentos del genoma (la dotación génica total) de la célula tumoral vegetal, enormemente mayor. Sometiendo el digerido a electroforesis en gel se forma una gran mancha sin solución de continuidad,



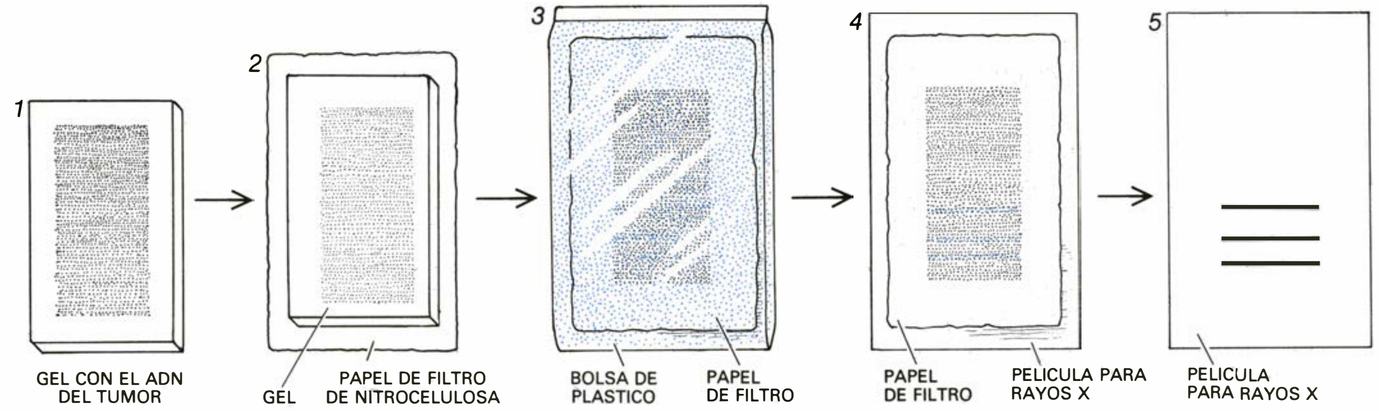
5. ANALISIS DEL PLASMIDO *Ti* por electroforesis. Se digiere el plásmido con una endonucleasa de restricción, un enzima que corta el ADN por sitios específicos. Los fragmentos producidos por la endonucleasa *Sma* I (que de hecho son miles de copias de cada fragmento, procedentes de miles de copias del plásmido) se colocan en una ranura practicada en el extremo de un gel de agarosa. En un campo eléctrico, los fragmentos de ADN cargados negativamente se desplazan hacia el polo positivo. Cuanto más pequeños son, más deprisa corren; los fragmentos forman una serie de bandas que pueden visualizarse con un colorante fluorescente. Un determinado plásmido, digerido con una endonucleasa específica, proporciona un patrón de bandas característico.

que en realidad está compuesta por un millón de bandas, aproximadamente. La técnica de Southern permite recuperar los fragmentos de ADN-*T* del tumor que quedan inmersos en la mancha.

Los fragmentos de ADN tumoral se desnaturalizan y se transfieren por contacto a una hoja de papel de filtro de nitrocelulosa, donde queda una huella nítida e invisible del patrón original. Se fija el ADN al papel y se incuba con una solución de fragmentos de ADN del plásmido, desnaturalizados y marcados radiactivamente, que sirven de sonda. Si en el tumor hay ADN del plásmido, el ADN sonda se reasocia con él, formando ADN bicatenario híbrido. El resto del ADN sonda se lava y se elimina, quedando el ADN radiactivo del plásmido unido a sus cadenas complementarias del ADN tumoral. Se pone entonces el papel en contacto con una película sensible a los rayos X. Al revelar la película, las bandas oscuras del autorradiograma señalan dónde se ha incorporado el ADN-*T* al ADN vegetal. Al comparar esas bandas con las que forma el digerido del ADN del plásmido puro con *Sma* I se aprecia qué fragmentos se hallan, en su totalidad o en parte, en el ADN-*T*: se trata, en nuestro caso, de los segmentos 3*b*, 10*c*, 16 y 17.

Para conocer bien la estructura de los plásmidos *Ti* y de su ADN-*T* había que determinar, en primer lugar, cómo se enlazaban los fragmentos para formar un anillo, y localizar luego los genes relativos a ciertas funciones en las porciones del mapa. Nuestro grupo de la Universidad de Washington dedujo el primer fragmento del mapa de un plásmido *Ti* (el plásmido *B*6-806 para la octopina), digiriendo éste con la endonucleasa *Hpa* I y observando cómo se superponían los fragmentos resultantes a los fragmentos obtenidos del mismo plásmido por acción de *Sma* I. Preparamos al efecto, por el método de transferencia de Southern, una copia de las bandas obtenidas con *Hpa* I [*véase la figura 7*] y la cortamos en tiras longitudinales. Cada tira se incubaba, para su hibridación, con un fragmento marcado de los obtenidos con *Sma* I. Un fragmento marcado que se una solamente a una banda *Hpa* I debe localizarse, en el mapa, donde lo haga esa banda; un fragmento que se engarce a dos bandas *Hpa* I cubrirá la unión entre esas dos bandas, y así sucesivamente. Aplicando criterios de este tipo y ensayando los fragmentos generados por varias endonucleasas se construyó el mapa completo de los fragmentos.

Se dio un paso más: situar en el mapa los genes del plásmido, asociando las mutaciones producidas en determinados puntos con las respectivas alteraciones funcionales. Para ello, varios grupos hicieron uso de la técnica de mutagénesis por trasposones. Algunos genes que confieren resistencia a antibióticos están integrados en trasposones, breves segmentos de ADN que tienden a saltar, casi al azar, de un sitio



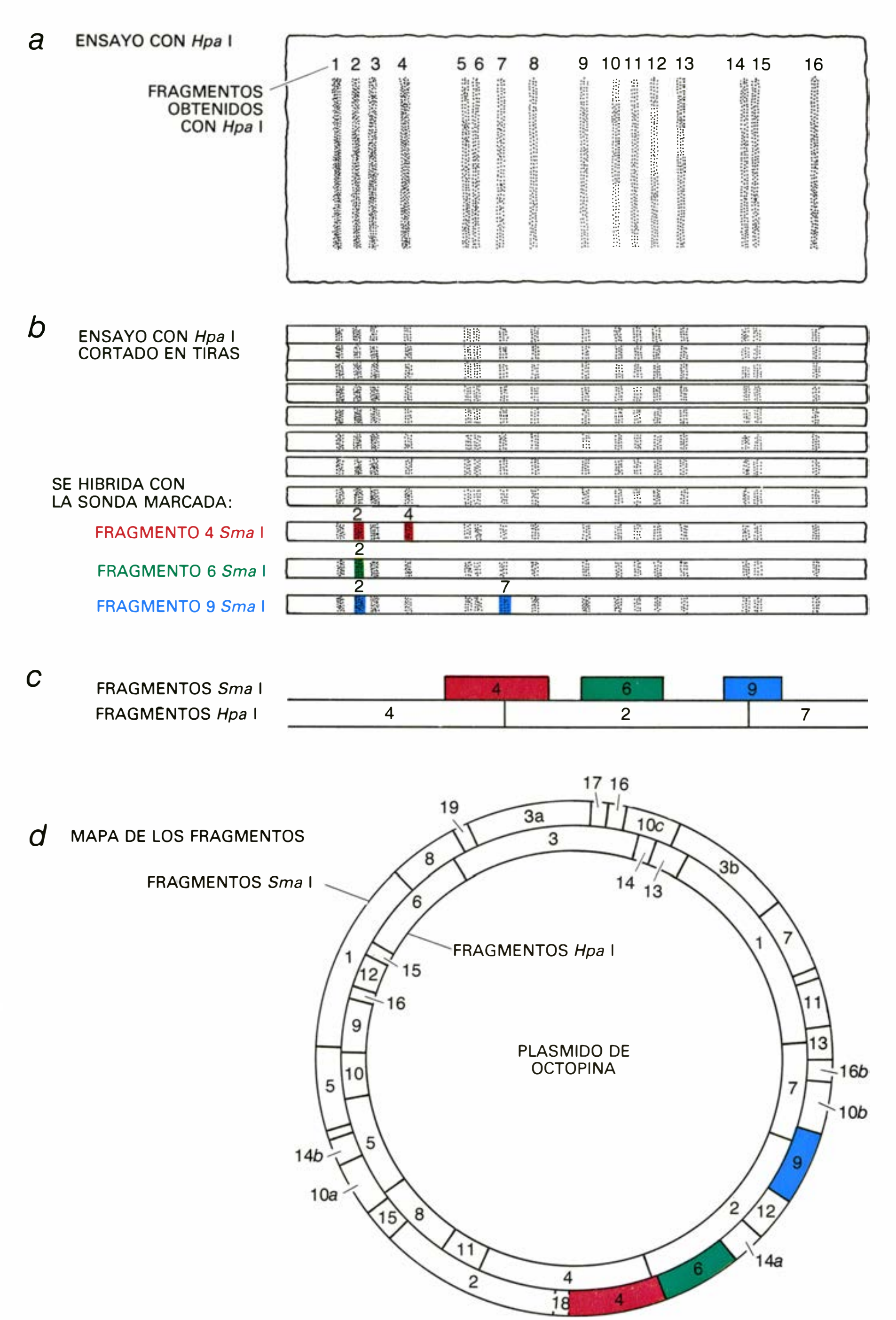
6. LA PRESENCIA DEL ADN DEL PLASMIDO (ADN-*T*) en el tejido de la agalla se demuestra por el método de transferencia de Southern. Se separan, en un proceso de electroforesis en gel, los fragmentos de ADN generados por digestión con *Sma* I. Los millares de bandas de fragmentos forman una mancha continua sobre el gel (*1*). Se desnaturaliza el ADN (se separan las dos cadenas) y se transfiere, por contacto, a un papel de filtro (*2*). El papel se incuba con ADN sonda (*color*): ADN del plásmido *Ti*, o sus fragmentos, marcado con un isótopo radiactivo y desnaturalizado (*3*). Los fragmentos sonda se reasocian con el ADN complementario, es decir, "encuentran", y se fijan a, las bandas que constituyen el ADN-*T*. El ADN sonda que queda sin fijarse se lava y se elimina (*4*). Las bandas de ADN-*T* se visualizan por autorradiografía (*5*). Los fragmentos pueden identificarse por comparación con el gel original.

a otro del cromosoma o de un plásmido. De un golpe, un trasposón genera una mutación (porque la inserción del trasposón interrumpe la secuencia de un gen del cromosoma o del plásmido), se identifica a sí mismo (porque la bacteria se hace resistente a un antibiótico) y avisa de su presencia y localización (porque el patrón de fragmentos generados por una endonucleasa cambia tras la inserción de nuevo ADN). En la Universidad de Washington, Nester y David Garfinkel introdujeron el trasposón por medio de un "vector suicida": un plásmido construido por John Beringer, del Instituto John Innes de Inglaterra, que portaba el trasposón *Tn*5 de resistencia a la kanamicina. Al introducirlo en *Agrobacterium*, el plásmido se autodestruye, pero sólo cuando el trasposón *Tn*5 ha logrado saltar a un nuevo sitio del cromosoma bacteriano o de un plásmido *Ti*.

Se seleccionan colonias bacterianas resistentes a la kanamicina en las que el *Tn*5 se ha integrado en el plásmido, y no en el cromosoma [*véase la figura 8*]; se investiga luego si se ha producido algún cambio en sus propiedades genéticas. Muchas mutaciones son "silenciosas", pero en algunos casos los cambios son detectables. Si las bacterias no pueden catabolizar octopina, por ejemplo, algún gen necesario para este proceso tiene que haber sufrido mutación. Para situar el gen en el mapa, se aísla ADN del plásmido *Ti* de bacterias mutantes, se digiere con *Sma* I y se examina el patrón de electroforesis que resulta. Supongamos que difiere del patrón normal: uno de los fragmentos usuales (llamémosle *X*) ha desaparecido y se detectan dos fragmentos nuevos; el tamaño de los dos nuevos fragmentos, juntos, es igual al del fragmento *X* más el de *Tn*5. El gen, pues, debe hallarse dentro del fragmento *X*. Puesto que, según sabemos, *Sma* I corta por un lugar cercano al centro de *Tn*5, podemos determinar la localización precisa del gen a partir del tamaño de los dos nuevos fragmentos y de otras informaciones.

Con este método analítico, Schell, Van Montagu, el grupo de Nester y el de Schilperoort determinaron el mapa genético de los plásmidos *Ti* de la octopina y de la nopalina. Un gran sector del plásmido, situado a la izquierda del ADN-*T*, transporta las funciones que le confieren virulencia. Las mutaciones que se producen en ese sector presumiblemente bloquean la fijación de la bacteria a la célula vegetal, la transferencia del ADN del plásmido a la célula o la integración del ADN en el cromosoma de la célula vegetal, o quizás varias de esas funciones. Otro gran sector, al otro lado del ADN-*T*, gobierna la toma y catabolismo de la octopina o la nopalina. Se han cartografiado los genes que gobiernan la capacidad del plásmido de ser transferido por conjugación, así como los genes que intervienen en el catabolismo de otras opinas. Amplios sectores del plásmido aparecen todavía silenciosos, pero ello quizá se deba a que determinan rasgos que aún no hemos tenido en cuenta, entre los que podría incluirse la capacidad de metabolizar otros nutrientes.

Las mutaciones producidas dentro del ADN-*T* resultaron especialmente interesantes porque identificaron genes transferidos de la bacteria a la planta.



7. MAPA DE FRAGMENTOS DEL PLASMIDO, obtenido al sobreponer los conjuntos de fragmentos generados por dos endonucleasas. Se prepara una transferencia por el método de Southern con el patrón de fragmentos generados al cortar el plásmido *Ti* con la endonucleasa *Hpa* I (*a*). Se corta la hoja a tiras; cada una de ellas se incuba con una sonda diferente de las obtenidas con *Sma* I, marcada radiactivamente; la sonda se reasocia con su contrapartida obtenida con *Hpa* I (*b*). El fragmento *Sma* I número 4, por ejemplo, se hibrida con los fragmentos *Hpa* I números 2 y 4; el fragmento *Sma* I número 6 se hibrida solamente con el fragmento *Hpa* I número 2. Tales datos proporcionan un patrón lineal de solapamiento de los fragmentos (*c*), y, por reiteración del proceso, un mapa completo del plásmido circular *Ti* (*d*).

En el plásmido de la nopalina estudiado por Schell y Van Montagu, una mutación situada dentro del ADN-*T* cancelaba la síntesis de nopalina en los tumores. Se confirmaba así la clarividente hipótesis de Morel; se disponía de pruebas directas, a nivel del gen, de que la capacidad de sintetizar nopalina estaba determinada por ADN transferido de la bacteria a la planta. Resultó que las células del tumor generado por ese plásmido *Ti* mutante no sólo albergaban el ADN-*T* usual, sino, además, una copia del trasposón que había dado lugar a la mutación. El trasposón en cuestión, *Tn*7, es un fragmento bastante grande de ADN. Su presencia en las células tumorales significaba que, con el ADN-*T*, podía transferirse un gran segmento de ADN foráneo, suficiente para transportar varios genes. En principio, por tanto, podría utilizarse el ADN-*T* como vector para introducir un gen deseable en las células vegetales. Si se lograba que el gen funcionase una vez introducido en las células vegetales, y si las células podían regenerar plantas sanas, se dispondría de un método para realizar proyectos de ingeniería genética en vegetales.

Nuevas mutaciones en trasposones de ADN-*T* permitieron al grupo de Schilperoort identificar sitios que controlaban la perturbación de la actividad hormonal aparentemente responsable del crecimiento del tumor. Las mutaciones comportaban dos clases de cambio en la morfología del tumor. Un tipo de mutaciones provocaba el brote de raíces a partir del tumor y, el otro tipo, daba origen a tallos. Precisamente esas mismas alteraciones se observan, en el tejido vegetal normal, cuando se da un desequilibrio hormonal: una elevada proporción de auxinas respecto a citoquininas induce una formación excesiva de raíces; una baja proporción de auxinas a citoquininas genera más tallos. Schilperoort demostró que podía invertirse el efecto de las mutaciones que afectan a la morfología del tumor corrigiendo la supuesta deficiencia hormonal, es decir, añadiendo citoquininas al medio, en el caso de mutantes "con muchas raíces", y añadiendo auxinas en el caso de mutantes "con muchos tallos".

En el laboratorio de Nester, varios alumnos confeccionaron un mapa preciso del ADN-*T*, incluidos los loci correspondientes a los genes productores de muchas raíces (que llamaremos gen *raíces*) y de muchos tallos (que llamaremos gen *tallos*). El método utilizado fue, otra vez, la mutagénesis con trasposones; puesto que ya se conocía en parte la estructura del plásmido *Ti*, la mutagénesis podía ahora "localizarse": se elegía un determinado fragmento del ADN-*T*, se clonaba en un pequeño plásmido vector, se provocaba una mutación y se transfería el fragmento a *A. tumefaciens* y al plásmido *Ti* mediante una doble recombinación. Se obtenía así un plásmido *Ti* con una mutación en un segmento previamente elegido.

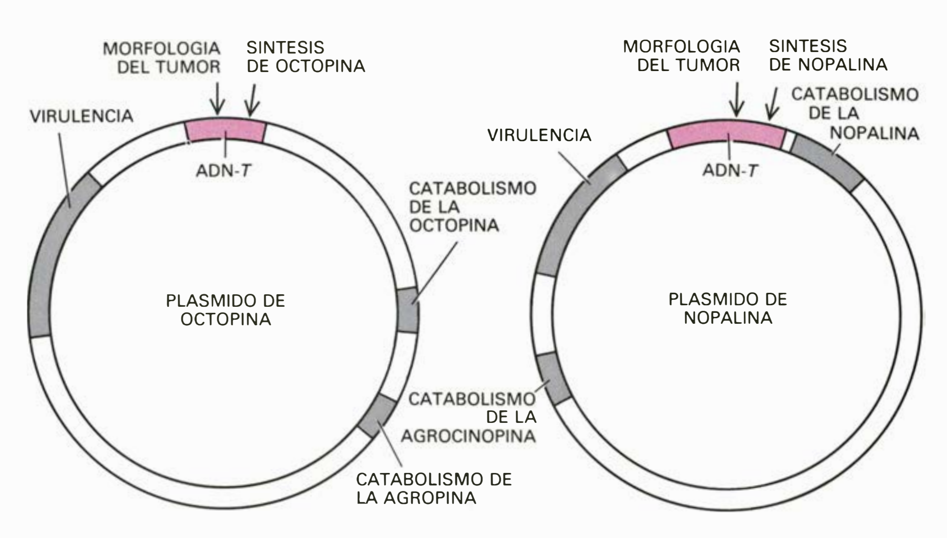
La reiterada mutagénesis del ADN-*T*, siguiendo este procedimiento, permitió definir los loci *raíces* y *tallos* y, además, el sitio de otra clase de mutaciones que generaban tumores excepcionalmente grandes. Amplias regiones del ADN-*T* aparecían silenciosas, es decir, las mutaciones que se provocaban en ellas no tenían ningún efecto aparente. Curiosamente, ninguno de los 75 plásmidos mutantes estudiados había perdido su virulencia por completo, de lo que se deducía que todos los genes que gobiernan la transmisión del ADN-*T* a una célula vegetal y su inserción en el ADN cromosómico estaban situados fuera del ADN-*T*, en la región correspondiente a la virulencia, a su izquierda. En ese sentido, el ADN-*T* se diferencia tanto de los virus como de los trasposones, ya que ambos llevan consigo las funciones vitales que les permiten transferirse a un nuevo hospedador.

Un gen se expresa cuando su ADN se transcribe a ARN mensajero y el ARN se traduce a proteína. Las células de la agalla de la corona contienen ARN transcrito a partir de genes de ADN-*T*, que parece tener las características especiales del ARN mensajero de las células eucariotas (las células con núcleo, de todos los organismos superiores a las bacterias) en lugar de las co-

8. DETERMINACION DEL MAPA GENETICO del plásmido por mutagénesis con trasposón. Se llama trasposón al segmento de ADN que tiende a saltar de un sitio a otro; puede contener un gen que confiera resistencia a un antibiótico. Se introduce en *Agrobacterium*, por conjugación, un plásmido "suicida" que lleva un trasposón (*color*) de resistencia a la kanamicina (*1*). El trasposón puede saltar (*2*) a un punto del cromosoma bacteriano (*a*) o del plásmido *Ti* (*b*, *c*). Allí donde se integre, el trasposón producirá una mutación. Ensayando su resistencia a la kanamicina se seleccionan las células cuyo plásmido *Ti* ha sufrido una mutación de ese tipo. Se estudian todas las células en busca del cambio de alguna función génica. Se determina el gen correspondiente a esa función comparando el patrón de fragmentos del plásmido mutante con el patrón normal (*3*). El fragmento *x* ha desaparecido del plásmido de la célula *b*, que presenta ahora los nuevos fragmentos *y* y *z*. Estos nuevos fragmentos proceden de la rotura, por la endonucleasa *Sma* I, de un nuevo punto del trasposón. El gen tiene que estar en el fragmento *x* que falta, cuya identidad se confirma por su tamaño: igual a la suma del tamaño de *y* más *z*, menos el tamaño del trasposón.

rrespondientes al ARN mensajero procariota (bacteriano). Se han establecido los tamaños y las posiciones que ocupan en el mapa las distintas moléculas del ARN tumoral; los ARN corresponden a los loci *raíces* y de morfología tumoral "grande" de los plásmidos de la octopina y de la nopalina; dos ARN están codificados por el locus *tallos*. Interesa señalar que casi todas las regiones silenciosas del ADN-*T* también codifican ARN mensajeros, algunos de los cuales podrían corresponder a genes para opinas que todavía no se han descubierto.

Las características biológicas, únicas, del plásmido *Ti* lo convierten en un agente natural para la transferencia de genes. Realiza la inserción del ADN-*T* en el ADN cromosómico de la planta; a partir de ese momento, el ADN-*T* queda en la célula vegetal, se replica junto con los propios genes de la planta, se transcribe a ARN y (al menos en su mayor parte) se expresa como proteína. ¿Cómo "decide" el plásmido qué parte de su ácido nucleico será ADN-*T*? Quizá se sirva de unas secuencias de señales específicas que se han identificado en las regiones terminales de ambos extremos del ADN-*T*. En esas regiones existe una secuencia de 25 nucleótidos "de repetición directa". (Los nucleótidos son las cuatro subunidades del ADN cuya sucesión, o secuencia, en las regiones informativas de un gen codifica o determina la información genética que especifica una proteína concreta. La repetición precisa de una corta secuencia de nucleótidos, ya sea directa o "invertida", sirve a menudo de señal para fenómenos de recombinación.) Los segmentos de repetición directa podrían definir los límites del ADN-*T*: cualquier ADN foráneo insertado entre las "repeticiones" podría manejarse como un ADN-*T*, es decir, podría transferirse a la célula vegetal.



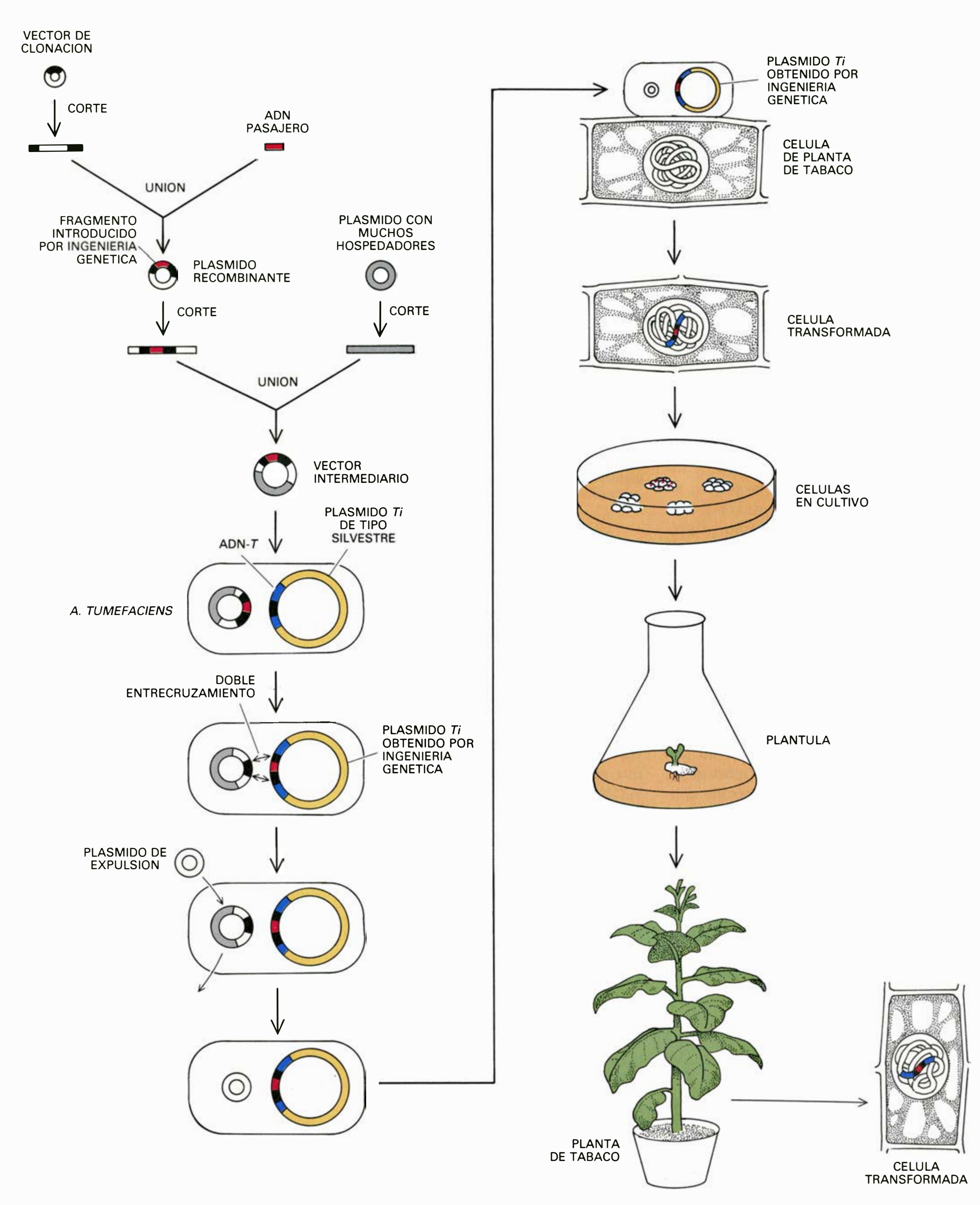
9. MAPAS GENETICOS de un plásmido *Ti* de octopina (*izquierda*) y de otro de nopalina (*derecha*), en cuya elucidación se trabaja. Se han situado ya los loci génicos que gobiernan la síntesis de octopina o de nopalina. Igualmente se conoce la ubicación de los genes que afectan a la morfología del tumor, puestos de manifiesto por las mutaciones que producen los fenotipos "muchas raíces", "muchos tallos" y "grande". En ambos plásmidos, una región situada a la izquierda del ADN-*T* gobierna las funciones virulentas, que permiten al plásmido inducir un tumor. En zonas situadas fuera del segmento ADN-*T* se controla el catabolismo de la octopina, o de la nopalina, y de otras opinas. (Los dibujos son de Bunji Tagawa.)

Examinemos ahora un método para introducir genes foráneos en un vegetal por medio de un plásmido *Ti* y de *A. tumefaciens*. Se parte de un plásmido recombinante: un pequeño plásmido apto para ser clonado en la enterobacteria *Escherichia coli*, en el que se ha introducido un fragmento de ADN-*T*, siguiendo el procedimiento empleado para la mutagénesis localizada, descrito más arriba. El plásmido recombinante se hiende y se abre por un punto del ADN-*T*, utilizando una endonucleasa de restricción. En la abertura se inserta un trozo de ADN "pasajero". El fragmento pasajero es bipartito: consta del gen foráneo que se desea insertar en la planta por medio del ADN-*T* y, unido a él, un marcador genético, por ejemplo un gen de resistencia a la kanamicina.

El plásmido combinado se vuelve a clonar en otro mayor, que se introduce en una cepa de *Agrobacterium* portadora de un plásmido *Ti* de tipo silvestre (sin modificar). Al proliferar la bacteria, se producirá a veces un raro acontecimiento de recombinación doble, que generará un clon de bacterias cuyo ADN-*T* alberga una inserción: el ADN pasajero añadido por ingeniería genética. Tales bacterias podrán identificarse y seleccionarse por su capacidad de supervivencia, después de eliminar el plásmido recombinante vector, en un medio que contenga kanamicina. Las bacterias seleccionadas se introducen en una planta; su ADN-*T* se inserta en las células vegetales y, con él, el ADN pasajero.

Un buen número de experimentos han dejado bien sentado que esta estrategia, u otra parecida de las varias que existen, puede dar origen a células de agalla de la corona genéticamente modificadas que crecen en una placa de cultivo. Este resultado está todavía lejos del objetivo de cultivar plantas sanas genéticamente modificadas a partir de una línea celular transformada. Se han desarrollado muy pocas plantas completas a partir del tipo silvestre de células de agalla de la corona y, en todos los casos, eran mutantes cuyo ADN-*T*, en su mayor parte o en su totalidad, había sufrido una deleción. La presencia de genes del ADN-*T* parece, pues, incompatible con el crecimiento de plantas sanas, presumiblemente porque perturban los niveles de auxina y citoquinina. ¿Cómo podría regenerarse una planta sana con el ADN-*T* y su pasajero integrados en el ADN cromosómico de la planta?

Una posible vía se apuntó a partir de los sorprendentes resultados obtenidos recientemente por Adrew N. Binns, de la Universidad de Pennsylvania, y por Kenneth A. Barton, Antonius J. M. Matzke y yo mismo, en mi laboratorio de la Universidad de Washington en San Luis. Insertamos un gen de levadura que determinaba el enzima alcohol deshidrogenasa en el locus *raíces* del plásmido de la nopalina y, con el plásmido resultante, infectamos una planta de tabaco. La sopresa fue que las células no eran las tumorales típicas: para crecer requerían la adición de citoquinina. Además, las células (que sintetizaban nopalina y no requerían el suplemento de auxina) producían plantas de tabaco cabales. El ADN aislado de estas plantas contenía unas 20 copias del ADN-*T* por célula y, en todas ellas, ¡había una copia del gen eucariota de la alcohol deshidrogenasa que habíamos insertado! En otras palabras, en lugar de ser mutantes por deleción, nuestras plantas tenían un número nunca alcanzado de copias del ADN-*T* por célula. Por autopolinización, las plantas produjeron semillas que dieron lugar a plantas sanas, cuyas células contenían ADN-*T* de longitud completa, que todavía incluía multiples copias del gen de la levadura. Concluimos que la mutación *raíces* desarmaba el ADN-*T* de



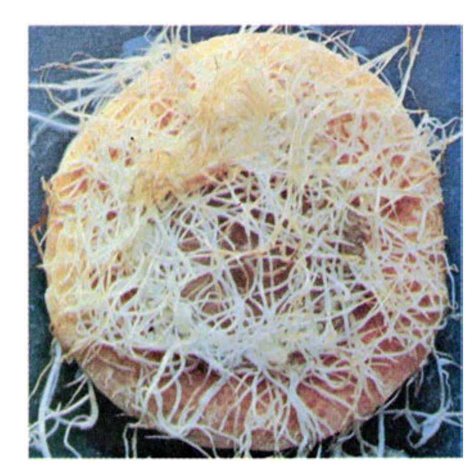
10. INSERCION DE UN GEN FORANEO en una célula vegetal y regeneración de la planta. Se rompe y se abre con una endonucleasa un pequeño plásmido portador de un fragmento de ADN-*T* (*negro*) que incluye el locus *raíces*, que da el fenotipo "muchas raíces". Se inserta en él un fragmento de ADN "pasajero": un gen de levadura que determina el enzima alcohol deshidrogenasa empalmado a un gen que confiere resistencia a la kanamicina (necesario para la selección posterior). El plásmido recombinante se vuelve a clonar en un plásmido que tiene una amplia gama de hospedadores; el nuevo vector intermediario se introduce entonces en una célula de *A. tumefaciens* con un plásmido *Ti* de tipo silvestre. El fragmento de ADN-*T* introducido por ingeniería genética en el vector intermediario puede recombinarse con el mismo fragmento (*negro*) que porta el plásmido *Ti*. Una recombinación por doble entrecruzamiento, poco frecuente, lleva el fragmento introducido por ingeniería, con su pasajero, al plásmido *Ti*. Se expulsa el vector con un plásmido "incompatible". Las bacterias que llevan el fragmento introducido por ingeniería en su ADN-*T* pueden identificarse por su resistencia a la kanamicina. Se emplean esas bacterias para transformar las células de la planta del tabaco. El ADN-*T*, con su pasajero, se integra en el ADN vegetal, produciendo células mutantes con el fenotipo "muchas raíces", que dan plantas sanas cuyas células contienen ADN-*T* con el gen de la alcohol deshidrogenasa.

la nopalina, de suerte que las células de tabaco transformadas por el ADN-*T* podían regenerarse. Habrá que ver si el proceso se desarrolla así con otros tipos de plásmidos *Ti* y en otras plantas.

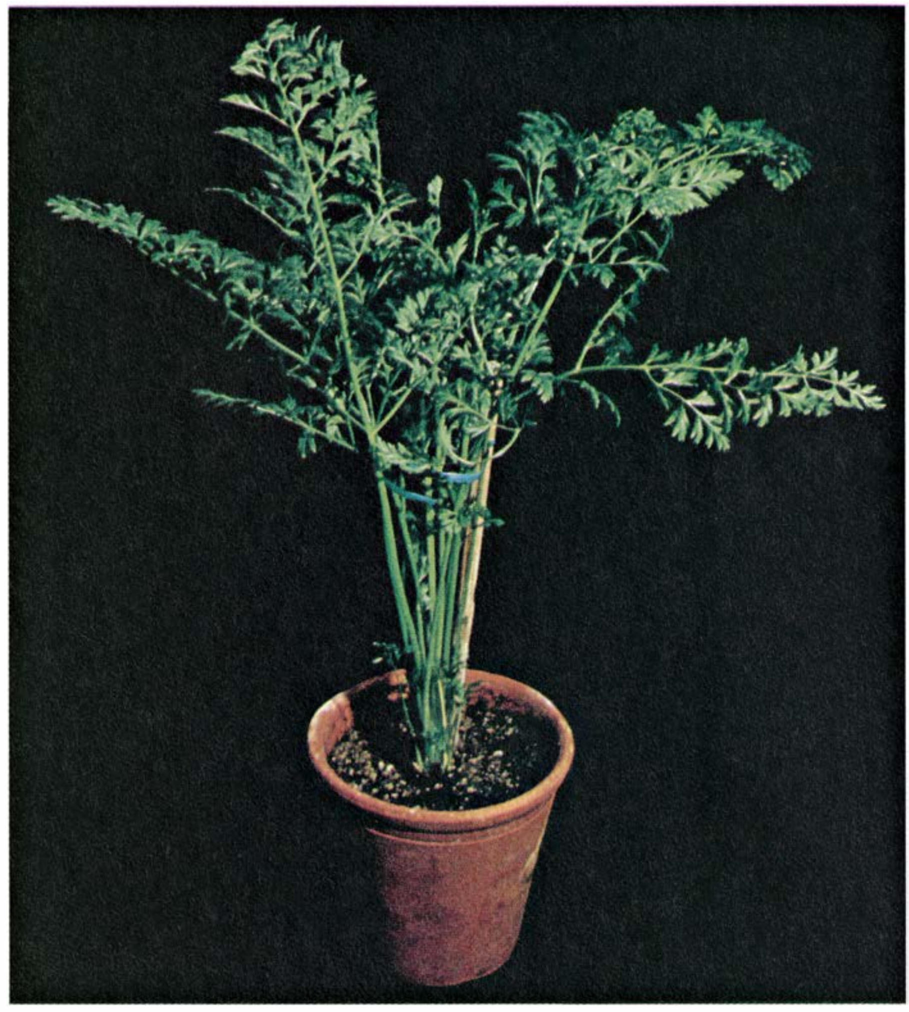
Una vía más general para construir un ADN-*T* vector desarmado puede ser la deleción de todos los genes propios del ADN-*T*; se indultaría sólo el ADN pasajero y las secuencias no codificantes de señales de repetición directa. Se ha construido ya este tipo de vectores en varios laboratorios, el mío incluido. Podrían llegar a ser los vectores de elección para la mayoría de las plantas susceptibles de infección por *A. tumefaciens*.

Existe otra familia de plásmidos de *Agrobacterium* que podrían servir de vectores de genes para la obtención de plantas sanas, genéticamente modificadas. Provocan una proliferación de las raíces, denominada "raíz en cabellera", en las plantas infectadas por *A. rhizogenes* y se llaman plásmidos *Ri* (de *root-inducing*, inductores de raíces). Las raíces, como el tejido de la agalla de la corona, crecen rápidamente en un cultivo libre de la bacteria infectiva. Jacques Tempé y sus colegas, del Instituto Nacional francés de Investigación Agronómica, han demostrado que las células de las raíces contienen opinas, así como varias copias de un ADN-*T*. Importa destacar que, como los plásmidos *Ti* de la nopalina del mutante *raíces*, los plásmidos *Ri* dan origen a células vegetales transformadas que pueden regenerar plantas fértiles intactas y sanas. Los plásmidos *Ri* parecen ser vectores desarmados sin violencia exterior.

Tenemos, pues, que se puede introducir genes foráneos en ciertas plantas y que pueden regenerarse plantas sanas genéticamente modificadas. ¿Llegarán a expresarse esos genes? ¿Producirán ARN mensajero y proteína? ¿Tendrán algún efecto en su nuevo emplazamiento? Un buen número de experimentos en los que se han transferido genes vegetales, animales, de levadura y bacterianos han fracasado en ese aspecto. A modo de ejemplo, nuestro gen de levadura para la alcohol deshidrogenasa no se expresa (no sintetiza el enzima) en las plantas de tabaco regeneradas. La expresión de un gen está regulada por varias secuencias de señales que flanquean al ADN que codifica una proteína. Las secuencias reguladoras más importantes se hallan en la región del promotor, que precede al gen. Para que pueda expresarse el gen, la planta debe reconocer las señales que rodean al gen foráneo insertado. Desde hace varios años se vienen obteniendo bacterias que sintetizan proteínas animales; para ello se inserta en la bacteria un gen quimérico: aquel en que la información reguladora de un gen bacteriano se empalma cuidadosamente con la región codificante de un gen animal.

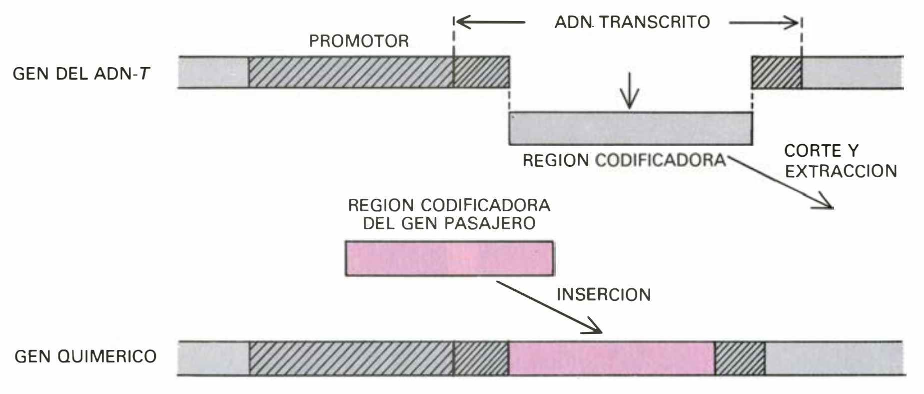






11. CELULAS DE ZANAHORIA transformadas por plásmidos *Ri*, transportados en *Agrobacterium rhizogenes*, que regeneran plantas de zanahoria sanas. El ADN-*T* del plásmido transforma las células de una rodaja de zanahoria en raíces en cabellera de crecimiento rápido (*arriba, a la izquierda*). Una sola raíz, colocada en un medio de cultivo, prolifera (*arriba, a la derecha*). Cuando una raíz crece en un medio sólido, forma un callo, que, transferido a un medio líquido, produce un embrión, del que se desarrolla una planta entera (*abajo*). También pueden regenerarse otras especies vegetales a partir de sus raíces en cabellera. El plásmido *Ri* parece ser un vector génico desarmado naturalmente, capaz de rendir plantas sanas genéticamente modificadas. Fotografías de Jacques Tempé, de la Universidad de París en Orsay.

Michael W. Bevan, de mi laboratorio, el grupo de Gante y los investigadores de la Monsanto Company de San Luis acaban de lograr un gen quimérico análogo que se expresa en células vegetales. En los tres laboratorios, el procedimiento que se siguió fue el de cortar y



12. GEN QUIMERICO, cuya construcción es obligada para que se exprese un gen pasajero introducido en una célula vegetal. Se corta y extrae la región informativa (codificadora) de un gen contenido en un ADN-*T*, dejando intactas la región promotora que precede al gen (y que regula su transcripción a ARN) y las secuencias señalizadoras (*trazos oblicuos*) que flanquean la región informativa (y que pueden intervenir en la regulación de la maduración del ARN para su traducción a proteína). Se inserta la región informativa del gen pasajero entre las zonas reguladoras para que se exprese como parte del ADN-*T*.

extraer la región codificante de un gen del ADN-*T*, empalmar, entre las regiones reguladoras del gen del ADN-*T*, un gen bacteriano de resistencia a la kanamicina e introducir el gen quimérico en plásmidos *Ti*, de manera parecida al proceso descrito antes. Las células vegetales transformadas por los plásmidos expresaban el gen bacteriano: eran resistentes a una concentración de kanamicina que hubiera matado las células del cultivo sin protección. Este éxito indica que el problema de la expresión génica en una planta genéticamente modificada puede resolverse, al menos en principio. Cuando se conozcan mejor los mecanismos reguladores de los genes vegetales, quizá se consiga una expresión selectiva modificando la región promotora de los genes. Se lograría entonces la expresión de un gen solamente en las hojas, o sólo en las semillas, o quizá sólo en respuesta a una señal química.

Que sepamos, no se ha conseguido obtener la regeneración y la expresión en un mismo experimento. Una meta que no parece lejana. El día que se alcance, la cuestión será cómo elegir y aislar genes que puedan mejorar las cosechas. Algunas aplicaciones posibles son obvias: obtener mejores cosechas y robustecer las plantas contra enfermedades, pestes, rigores del frío y sequía. El problema reside en que no se conocen los genes que controlan esos caracteres, la mayoría de los cuales probablemente estén gobernados por muchos genes y por complejos mecanismos de regulación. Aun cuando se identificaran los genes implicados, desconocemos las técnicas para aislarlos por métodos de recombinación de ADN. Hasta ahora, sólo se han aislado genes cuyo producto proteico se conocía de antemano.

Por otro lado, un objetivo alcanzable a corto plazo es el de la introducción de genes foráneos nuevos en plantas de cultivo para que adquieran resistencia contra herbicidas y pesticidas. Si una planta puede crecer en presencia de poderosos productos químicos agrícolas rendirá mucho más, ya que disminuirá la competencia de malas hierbas y el acoso de los depredadores.

Las perspectivas de aprovechamiento de los plásmidos *Ti* y *Ri* se limitan a la modificación de plantas dicotiledóneas, a las que infecta *Agrobacterium*. La bacteria deja en paz las plantas monocotiledóneas, incluidos los pastos y los cereales; también la mayoría de los vegetales de interés alimentario son monocotiledóneos. La razón de su inmunidad a la bacteria se desconoce. Existe todavía poca información sobre el recorrido de ADN-*T* desde el plásmido hasta el núcleo de la célula vegetal, ni se conoce cómo elige sus puntos de inserción en el ADN vegetal, en el supuesto de que lo haga. Debe avanzar la investigación en esta importante área, pues el dominio de la sucesión de acontecimientos que se desarrollan en la infección permitiría averiguar cuál es el paso que falla en las monocotiledóneas. Muchas especies de plantas dicotiledóneas regeneran fácilmente plantas intactas a partir de células en cultivo de tejidos; entre las monocotiledóneas, la regeneración es más rara y difícil de lograr, aunque recientemente se han conseguido notables progresos en la regeneración de plantas de cultivo de interés económico a partir de células. Ello debería alentar los esfuerzos para extender la gama de hospedadores del plásmido *Ti* a las monocotiledóneas y fomentar nuevos vectores que funcionen en las monocotiledóneas.

Agrobacterium ha puesto de manifiesto que se puede introducir ADN foráneo en los cromosomas vegetales. ¿Pueden los biólogos mimetizar el proceso natural con un plásmido de su propia elección o diseño? ¿Acaso la combinación simbiótica de *A. tumefaciens* y del plásmido *Ti* tiene ventajas inimitables, conformadas por la evolución y la selección natural? Hasta ahora los plásmidos artificiales introducidos en células vegetales mediante diversas técnicas no han logrado integrar su ADN en el del hospedador. Poco le faltó al propio plásmido *Ti* para fracasar cuando lo introdujimos artificialmente en protoplastos (células desprovistas de su pared celular externa rígida) de tabaco. La eficacia de la inserción del ADN-*T* es muy baja y, anormales, los extremos del ADN, lo que revela que el mecanismo habitual de integración no funciona.

Agrobacterium sí sabe bien cómo introducir ADN-*T* en el núcleo de la célula vegetal. ¿Cómo lo logra? Quizá haya un enzima bacteriano que corte y extraiga del plásmido el ADN-*T*. Importa sin duda la forma que presenta el ADN-*T* a su llegada al núcleo. El ADN podría ser lineal o circular, monocatenario o bicatenario, desnudo o formar un complejo con proteínas bacterianas; podría replicarse independientemente en la célula vegetal o tal vez quedar integrado de inmediato. La célula bacteriana infectiva podría transformar el estado de la célula en uno receptivo para la inserción del ADN, o quizá la bacteria tenga una especial afinidad por las células receptoras. A lo mejor, la secuencia de señales del extremo del ADN-*T* importa para la excisión del plásmido o para su inserción en el ADN vegetal. Se desconoce qué estructura (ni en qué organismo) lee las señales.

Ante semejantes lagunas, el plásmido *Ti* constituye hoy por hoy el único vector de genes para células vegetales que tiene éxito. Aparte de su prevista explotación para la mejora de cosechas, el plásmido se ha convertido en un valioso instrumento de investigación. Nos ofrece un camino para manipular genes vegetales y estudiar, por tanto, la estructura y regulación génicas. Ha puesto de manifiesto genes que influyen en los niveles hormonales de los vegetales, genes que serán de sumo interés para el estudio del desarrollo. Por último, el ADN-*T* ha demostrado, por primera vez, que el ADN del plásmido bacteriano se recombina en la naturaleza con el ADN cromosómico vegetal, poniendo así de manifiesto un canal evolutivo para la transmisión de genes del que no se tenía noticia.



Calderas volcánicas gigantes

Estos cráteres, de decenas de kilómetros de diámetro, los abrieron erupciones mucho más violentas que cualquiera de las registradas en la historia humana. En el último millón de años se formaron unos diez

Peter Francis

La erupción, el 18 de mayo de 1980, del monte Santa Elena, situado en el sur del estado norteamericano de Washington, arrojó 0,6 kilómetros cúbicos de magma y dejó un cráter de dos kilómetros de diámetro. Un acontecimiento espectacular, sin duda. ¿Cómo calificaríamos otra erupción que ocurrió, 950 kilómetros al este del monte Santa Elena, hace unos 600.000 años? Este fue el cuadro: vomitó 1000 kilómetros cúbicos de piedra pómez y ceniza y dejó una caldera alargada de 70 kilómetros en su dimensión máxima. (Las calderas son grandes cráteres volcánicos.) Los efectos encubridores de la vegetación y la glaciación hacen que resulte muy difícil identificar hoy las señales de dicha erupción; el vestigio más obvio es el géiser Old Faithful, del Parque Nacional de Yellowstone. Yellowstone es, sin duda, un producto de procesos volcánicos que funcionan a la escala máxima: una caldera resurgente, es decir, una caldera cuyo fondo se ha abovedado lentamente durante los milenios transcurridos desde la erupción. Las calderas en trance de renacer son, con mucho, las mayores del planeta. Por consiguiente, erupciones volcánicas como la que formó la caldera de Yellowstone deben contarse entre las mayores catástrofes de la naturaleza, comparables tal vez con el impacto de un asteroide.

Por suerte son raras. En los escasos milenios de historia escrita no se ha producido ninguna y, en los Estados Unidos, sólo se conocen tres ocurridas durante el último millón de años. Además de la de Yellowstone, una erupción de hace 700.000 años formó la caldera de Long Valley, en California, y otra abrió la caldera de Valles, Nuevo México, hace un millón de años. (La caldera de Long Valley ha constituido motivo de preocupación particular últimamente al detectarse una serie de pequeños seísmos en la región.) Tal vez se llegue a demostrar que ocurrieron erupciones de edad parecida en otras partes del mundo. Con todo, probablemente se constate que durante el último millón de años no se han producido más de 10 en todo el mundo. Por otra parte, una cartografía detallada de las montañas de San Juan, Colorado, a cargo de Thomas A. Steven y Peter W. Lipman, del Servicio Geológico de los Estados Unidos, reveló la existencia de por lo menos 18 calderas de 20 a 30 millones de años de antigüedad; se han identificado muchas otras de edad comparable en el sur de Nuevo México, Arizona y Nevada. En los últimos decenios, los vulcanólogos han avanzado a buen ritmo en la comprensión de los orígenes de calderas gigantes que renacen y de las catastróficas erupciones que las forman.

El mecanismo fundamental de formación de una caldera está claro. La súbita emisión de grandes volúmenes de magma desde una cámara magmática situada a pocos kilómetros bajo la superficie terrestre elimina bruscamente el apuntalamiento del techo de la cámara. El techo se hunde y aparece una caldera en la superficie. En una obra clásica sobre la geología volcánica de Escocia, publicada en 1909, C. T. Clough, H. B. Maufe y E. B. Bailey propusieron la primera explicación de este proceso, al que denominaron subsidencia de caldera. El proceso tiene lugar en una amplia gama de escalas, y genera calderas cuyo diámetro va de los pocos kilómetros a 50 o más.

Aparte de su tamaño, el rasgo definitivo de una caldera resurgente es el lento levantamiento de su techo, probablemente a consecuencia de la intrusión de nuevo magma en la cámara magmática que creó la caldera por primera vez. La magnitud de la resurgencia vertical puede rebasar el kilómetro. A diferencia de un volcán corriente, una caldera que renace es, pues, una ancha depresión con un macizo central. El fenómeno del resurgimiento lo identificó por vez primera, en 1939, el geólogo holandés R. W. van Bemmelen durante el estudio de la caldera de Toba, en Sumatra septentrional. Van Bemmelen calculó que el fondo de la caldera se había hundido hasta dos kilómetros, permitiendo que se formara un lago, y que luego se había elevado centenares de metros y creado la isla Samosir, situada en el centro del lago. La de Toba sigue siendo hoy la mayor caldera renaciente conocida: su dimensión máxima ronda los 100 kilómetros. Pero Toba apenas ha recibido atención suficiente por parte de los investigadores; los detalles sobre la resurgencia los han desvelado principalmente científicos adscritos al Servicio Geológico norteamericano que han estudiado las calderas del sudoeste de Estados Unidos. La misma expresión caldera renaciente la acuñaron, en 1962, Robert L. Smith y R. S. Bailey, del Servicio Geológico.

Otra característica de dichas calderas tiene que ver con la naturaleza de los procesos volcánicos. En cualquier erupción volcánica, el magma que llega a la superficie puede salir de tres maneras: en forma de lava, en chorro ("material que cae del aire") o a modo de colada piroclástica. La lava no es más

1. CALDERA DE CERRO GALAN, al noroeste de Argentina, no identificada en las prospecciones geológicas convencionales de la región, se descubrió merced a esta imagen en falso color obtenida desde un satélite Landsat. El propio tamaño de la caldera la enmascaraba. El borde de la caldera, cubierto de nieve en algunos puntos, es una elipse de 34 kilómetros de diámetro máximo (norte-sur). El centro, también cubierto de nieve, es una elevación cuya cima queda a seis kilómetros del nivel del mar. La elevación (un centro resurgente) resulta de la acumulación de magma nuevo bajo la superficie durante milenios, desde la erupción catastrófica en el lugar, que ha abovedado el fondo de la caldera. El terreno grisáceo y fuertemente abarrancado que rodea la mitad norte de la caldera es el resquicio sumamente erosionado de un gran abanico de ignimbrita: roca que se formó con la piedra pómez y ceniza arrojadas en la erupción.

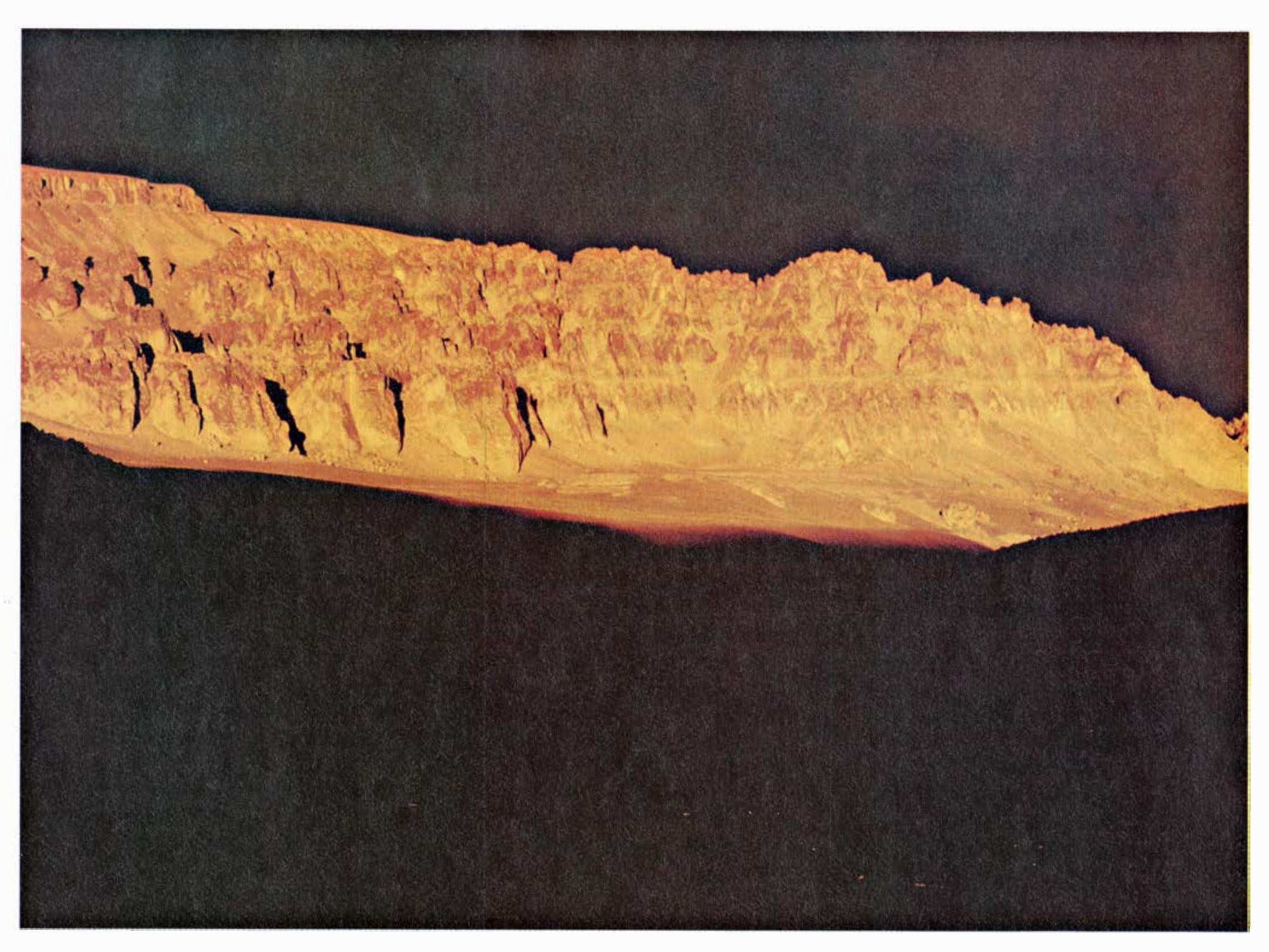
que magma que sale a la superficie, se derrama en forma líquida y se solidifica en roca ígnea finamente cristalina, o incluso vítrea. Según la composición del magma, la roca será basalto, material gris oscuro relativamente pobre en sílice (SiO_2), andesita o dacita y riolita, material gris claro rico en sílice. La erupción de magma en chorro está formada por piedra pómez, o pumita (sustancia vítrea espumosa), junto con partículas más finas de ceniza y polvo. (El término polvo suele aplicarse a partículas de menos de cuatro micrometros de diámetro. Las partículas de entre 4 y 63 micrometros reciben el nombre de ceniza fina.) El material se origina cuando fragmentos de magma solidificado son arrojados atmósfera arriba por gases convectivos muy calientes.

Las coladas piroclásticas también están compuestas de pumita, ceniza y polvo. Aquí, sin embargo, el material volcánico forma una nube incandescente pegada al suelo que corre por la superficie a velocidades de hasta 100 metros por segundo, flotando fluidizada por gas caliente. A menudo la nube deposita clastos, o sea fragmentos, de pumita a muchas decenas de kilómetros de la fuente de la erupción.

La mayoría de erupciones volcánicas producen lava y cenizas que caen del aire; las coladas piroclásticas son menos comunes. En cambio, en erupciones que forman una caldera resurgente las coladas piroclásticas representan con mucho la proporción máxima de lo arrojado. Las coladas piroclásticas suelen acumularse en una caldera renaciente en lechos de más de un kilómetro de grosor; en la base de cuyo montón los clastos de pumita se ablandan y cementan entre sí, produciendo una roca característica e inconfundible. En 1935, P. Marshall, estudiando la roca resultante de coladas piroclásticas en Nueva Zelanda, la bautizó ignimbrita: roca de nube de fuego. Hoy el término se aplica a depósitos dejados por coladas piroclásticas pumíticas, estén o no cementados los clastos. Grandes grosores de ignimbrita soldada son un indicio excelente de calderas antiguas.

Las calderas renacientes son grandes, y es extraordinariamente voluminoso el material arrojado por las erupciones que las conforman. No obstante, cuesta identificarlas. En muchos casos quedan disimuladas por sus propias dimensiones. Años atrás, M. C. W. Baker y el autor, primero en la Universidad inglesa a Distancia y luego en el Instituto Lunar y Planetario de Houston, emprendimos una búsqueda de calderas en la cordillera andina de Sudamérica por medio de imágenes obtenidas desde satélites Landsat. En la búsqueda se sacó partido de la gran ventaja que ofrecían las imágenes obtenidas desde satélite en comparación con la fotografía aérea convencional: la altura de la nave espacial (900 kilómetros) brinda una vista sinóptica, imposible de obtener de otra manera, de grandes estructuras de la superficie terrestre. Descubrimos dos grandes calderas que habían pasado desapercibidas en prospecciones geológicas anteriores.

La más impresionante de las dos es la caldera de Cerro Galán, al noroeste de



2. RISCO DE IGNIMBRITA de casi medio kilómetro de altura que aflora por erosión en Cerro Galán, en un punto del abanico de ignimbrita situado a unos 20 kilómetros al oeste del borde de la caldera. Cada capa horizontal del risco representa material depositado por una erupción distinta; la superior corresponde a material depositado por la erupción que formó la caldera de Cerro Galán, hace unos 2,6 millones de años. Fotografía de Peter Francis.

Argentina, de 34 kilómetros de diámetro y rodeada de un espectacular abanico de ignimbrita que se prolonga 70 kilómetros más allá de la linde de la caldera. Más tarde supimos que también habían detectado la caldera J. D. Friedman, del Servicio Geológico, y Grant H. Heiken, del Centro Espacial Johnson, en fotografías obtenidas en 1974 desde la nave espacial *Skylab 4*. La caldera es tan moderna (2,6 millones de años) y su estructura tan definida que apenas cabía dudar de su naturaleza.

La segunda caldera era menos evidente. Las imágenes Landsat que examinamos nos indujeron a creer que el macizo montañoso boliviano Kari Kari, de cinco kilómetros de altura, probablemente representara el centro resurgente de una gran caldera antigua. Una cartografía anterior del Kari Kari, sin embargo, sugería que el macizo era un batolito: una gran masa de roca ígnea cristalina de grano grueso que se había solidificado dentro de la corteza terrestre y había aflorado como consecuencia de la erosión. Nuestro trabajo de campo en el lugar pronto confirmó la identificación. La textura soldada de la roca del macizo demostró concluyentemente que se trataba de ignimbrita. El centro resurgente constituye la prueba de una caldera cuya dimensión mayor medía originariamente unos 36 kilómetros de diámetro. Tiene 20 millones de años. Hemos hallado algunas otras calderas en partes inexploradas de los Andes centrales.

En principio, parece que el lugar donde con más probabilidad puede registrarse una erupción que forme una caldera renaciente es una zona de subducción, el límite, en la superficie terrestre, donde una placa de corteza oceánica resbala bajo una placa continental y se sumerge hacia el manto subyacente. Al fin y al cabo, las zonas de subducción son lugares de actividad volcánica y sísmica intensa. La caldera de Toba, en Sumatra, se halla en un contexto de ese tipo. Sin embargo, en la mayoría de los casos, el contexto geológico es mucho menos sencillo. Por ejemplo, la mayoría de las calderas norteamericanas más recientes quedan a centenares de kilómetros de cualquier zona de subducción moderna.

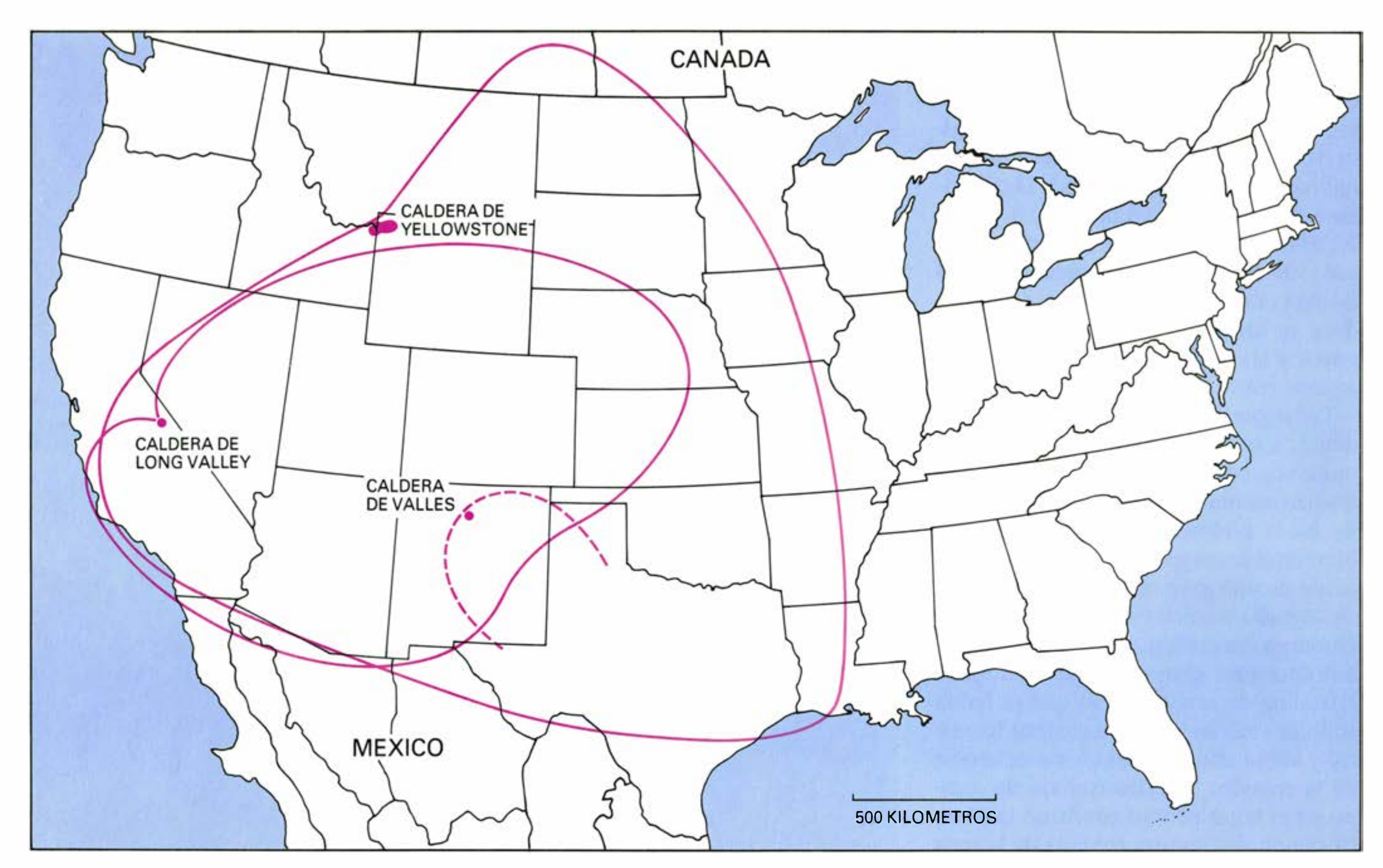
Con todo, las calderas renacientes no están distribuidas al azar por el planeta. Las ignimbritas que las caracterizan son resultado de la erupción de magma dacítico o riolítico, que es viscoso, rico en sílice y se produce típicamente en regiones de corteza continental gruesa. Por consiguiente, pueden formarse cal-



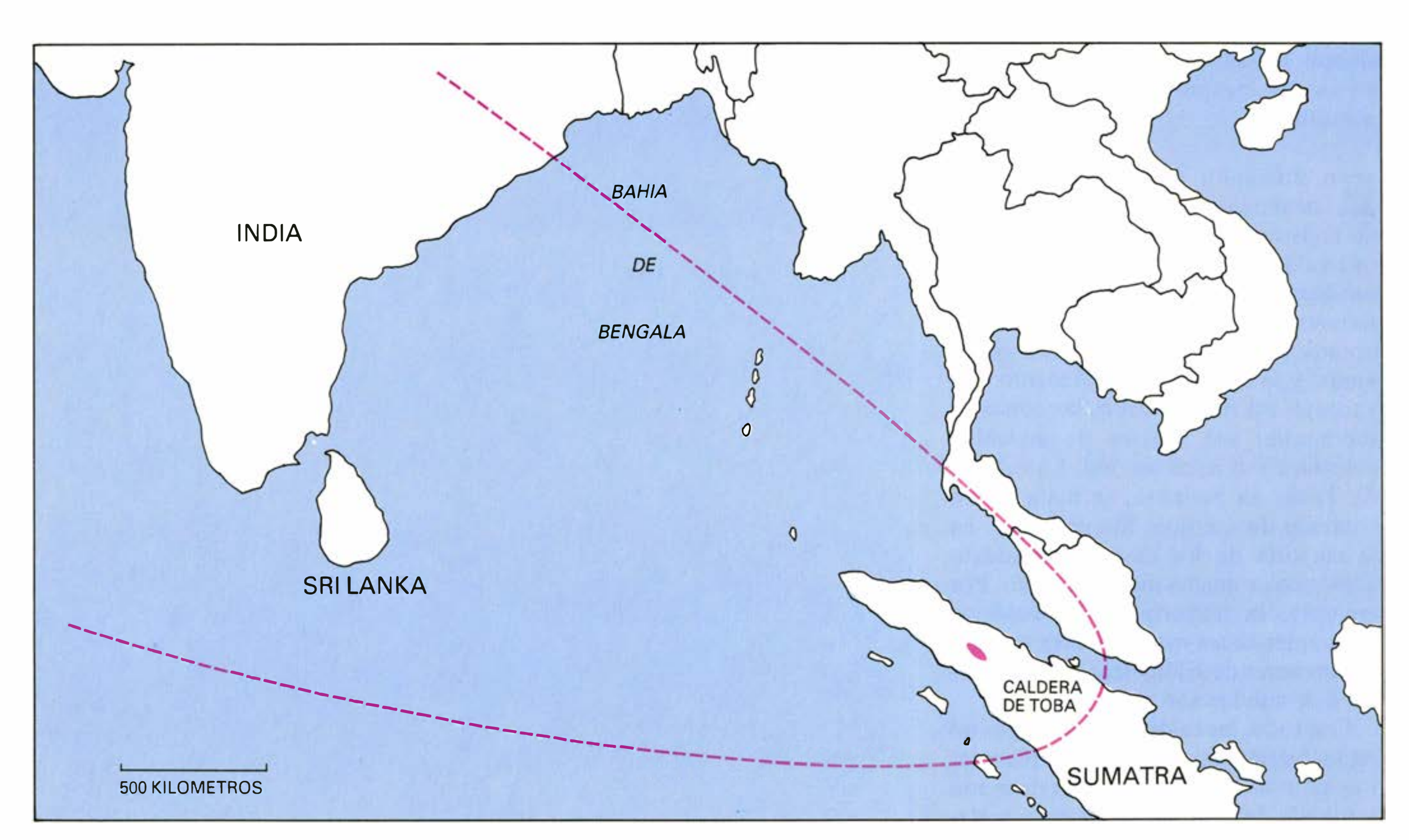
3. IGNIMBRITA CEMENTADA, vista a tamaño natural, fotografiada en los flancos de la caldera de Valles, en Nuevo México. Las listas oscuras son clastos, o fragmentos, comprimidos de pumita vítrea (roca volcánica espumosa) que se ablandaron y fundieron al calor de la capa de productos emitidos por la erupción que formó la caldera. Los clastos se encuentran en la actualidad en una roca densa dura.



4. IGNIMBRITA NO CEMENTADA fotografiada en los flancos de la caldera de Cerro Galán. Los clastos de pumita se hallan en una matriz de ceniza y polvo volcánicos. Pueden extraerse con la mano.



5. LLUVIA DE CENIZAS de las tres erupciones que dejaron calderas renacientes en los Estados Unidos en el último millón de años. Una erupción de hace un millón de años produjo la caldera de Valles, en Nuevo México; una erupción ocurrida hace 700.000 años formó la caldera de Long Valley, en California, y otra de hace 600.000 años formó la de Yellowstone, en Wyoming. La cartografía la efectuaron, principalmente, G. A. Izett y sus colaboradores; el límite, incierto, de la ceniza de la caldera de Valles se representa por la línea a trazos. Los volcanes corrientes pueden esparcir ceniza por grandes extensiones, pero el grosor de la capa de ceniza dejada por una erupción que forma una caldera se mide en centímetros, no en fracciones de milímetro.

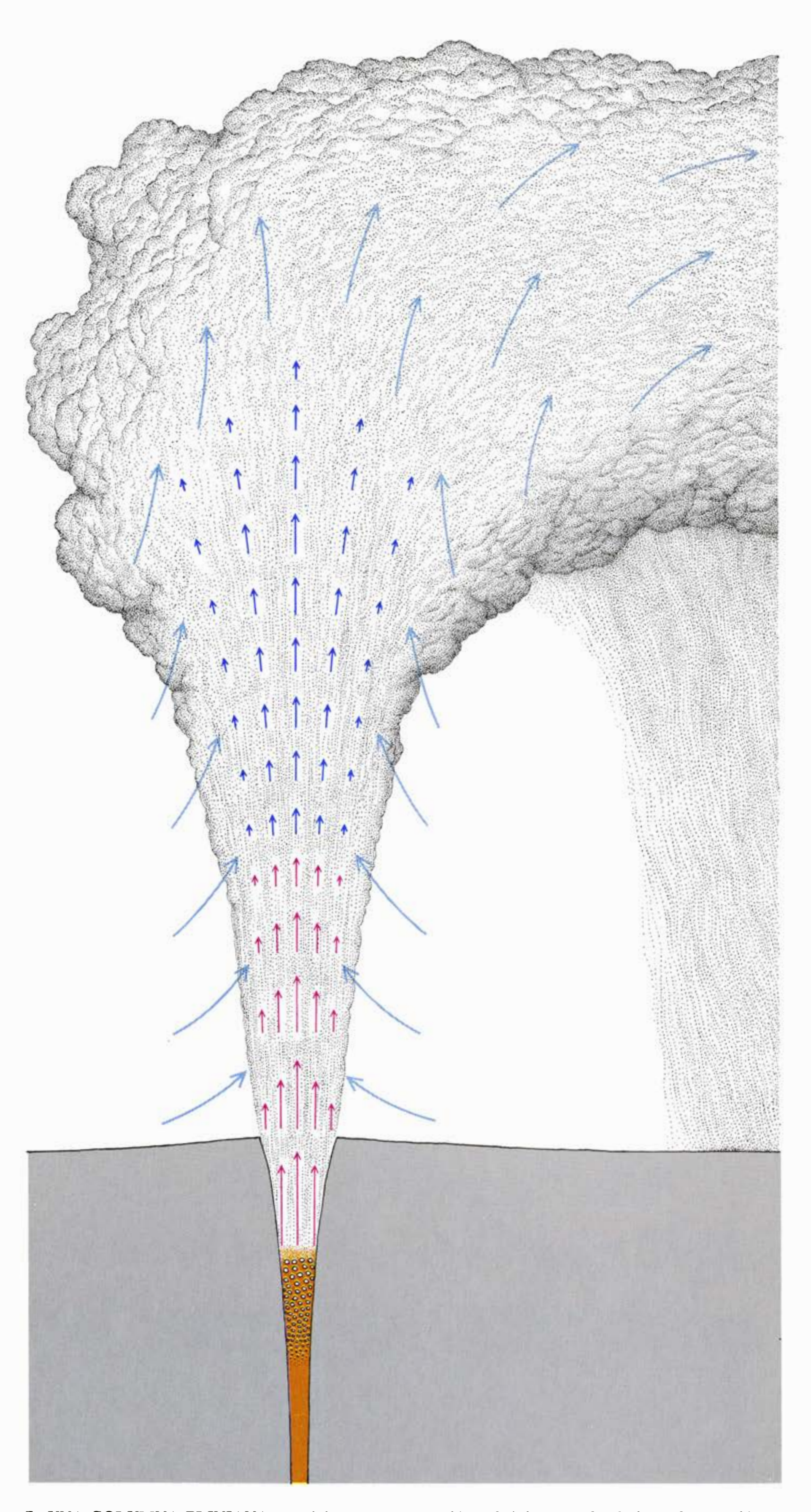


6. CENIZA DE LA CALDERA DE TOBA, en Sumatra, que se depositó, hace 75.000 años, sobre una región que comprende la mayor parte de la bahía de Bengala y zonas de Sumatra, Sri Lanka y la India. El modelo de distribución lo determinó un grupo encabezado por Dragoslav Ninkovich, del Observatorio Geológico Lamont-Doherty, de la Universidad de Columbia. Descubrió una capa de ceniza de más de 10 centímetros de grosor en testigos extraídos del fondo marino a distancias de hasta 2000 kilómetros de la propia caldera de Toba. Es la más moderna y mayor de cuantas calderas se conocen.

deras renacientes en regiones de la corteza continental donde una pluma termal (un "punto caliente") del manto terrestre sea lo suficientemente grande y duradera para fundir vastos volúmenes de roca. La pluma no funde la corteza continental directamente; funde parte del manto y crea un magma basáltico. El magma basáltico asciende, fundiendo la roca a niveles más someros.

Consideremos algunas calderas en particular. En los Estados Unidos, la caldera de Yellowstone queda en el extremo nororiental de una senda de actividad volcánica que empieza en Idaho, en la roca basáltica de la llanura del río Snake. En el transcurso de los últimos 15 millones de años, el foco de actividad volcánica ha emigrado a lo largo de la ruta hasta su actual posición de Wyoming, tal vez en respuesta al desplazamiento de la placa que incluye la corteza continental norteamericana por encima de una pluma termal fija del manto. Varias otras calderas, de no más de escasas decenas de millones de años, caen en una zona de centenares de kilómetros de anchura que abarca Nevada, Arizona, Utah y Nuevo México. La caldera más moderna del grupo queda en los flancos del valle de fractura ("rift") de Río Grande, que discurre centenares de kilómetros hacia el norte, a través de Nuevo México, hasta Colorado. Se considera que en el rift de Río Grande la corteza continental ha sufrido un cierto adelgazamiento, a causa del propio valle de fractura. Se supone que un proceso parecido ha abierto valles de fractura en la corteza oceánica en las cercanías de muchos de los arcos insulares del Pacífico. En el rift de Río Grande, el adelgazamiento puede haber permitido que el calor procedente del manto ejerciera un efecto muy pronunciado.

También pueden darse en otros contextos. En Argentina y Bolivia se han formado calderas renacientes no sólo a lo largo de la cordillera volcánica principal de los Andes, sino también en una segunda cordillera, situada a más de 200 kilómetros tierra adentro. No hay aquí indicios claros de adelgazamiento cortical, sino todo lo contrario: la corteza continental puede medir hasta 40 o 50 kilómetros de grosor bajo las calderas de Cerro Galán y Kari Kari. Se cree que los conductos magmáticos que llegan hasta la superficie de la cordillera interior se originaron por un esfuerzo de extensión localizado: fracturación de la corteza provocada por la presión de un magma que asciende a causa de su flotabilidad.



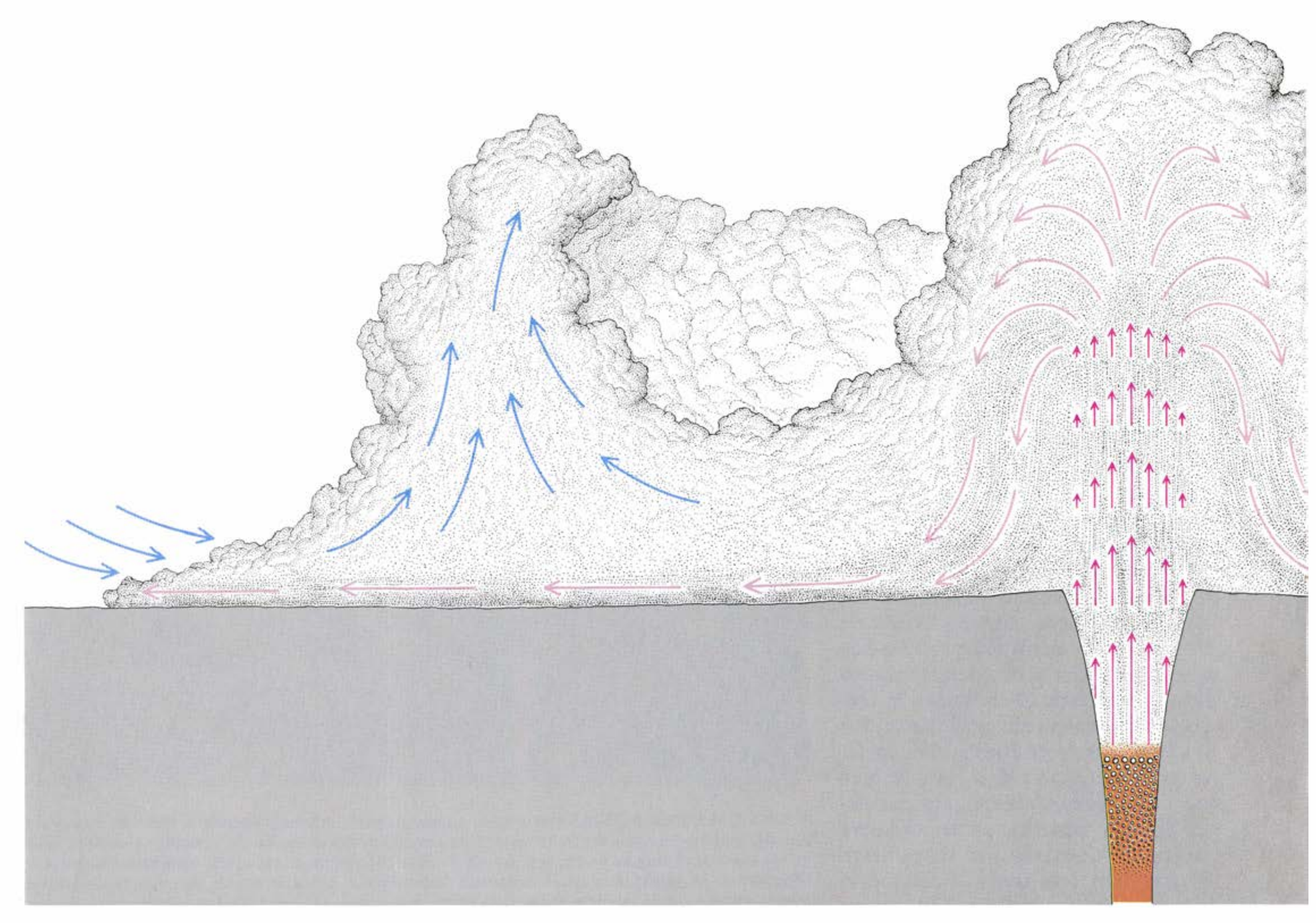
7. UNA COLUMNA PLINIANA se origina en una erupción volcánica cuando el ritmo de erupción es grande, cuando el magma arrojado comprende grandes proporciones de gas disuelto y cuando la fisura por la que sale el magma es angosta, tal vez de 50 a 100 metros de diámetro. Aproximadamente a un kilómetro de profundidad, el gas se desprende de la solución, lo que determina que el magma explote en piedra pómez y ceniza incandescentes. Las cenizas se disparan cual balas (*flechas rojas gruesas*) y forman la parte inferior de la columna pliniana. En la parte superior se elevan muchos kilómetros más (*flechas azules gruesas*) por acción de corrientes de convección atmosféricas. Se cree que, a menudo, las columnas plinianas constituyen la fase primera de la erupción catastrófica que forma una caldera resurgente.

En la evolución de una caldera típica se distinguen varios procesos: abovedamiento anterior a la formación de la caldera, hundimiento de la caldera, erupción de material que caerá del aire ("chorros") y de coladas piroclásticas, resurgencia posterior a la formación de la caldera y, finalmente, extrusiones de lava en fases tardías. El abovedamiento previo a la caldera es la elevación de la superficie terrestre que antecede a una erupción masiva. Se produce cuando un gran volumen de magma penetra en un nivel somero de la corteza continental y crea un plutón, o cámara magmática, cuyo techo puede quedar a sólo cuatro o cinco kilómetros de la superficie. El abovedamiento genera un campo local de esfuerzos de extensión en la roca superficial, esfuerzos que son importantes para el siguiente acontecimiento de la evolución: el hundimiento de la caldera.

De todos modos, sigue planteada una ambigüedad. ¿Es la presión hacia arriba del plutón lo que produce la rotura de la roca que constituye el techo de la cámara, permitiendo que el magma escape hacia la superficie a lo largo de una gran fractura anular que se desarrolla sobre el perímetro del plutón? La salida del magma dejaría vacío un espacio subterráneo sobre el cual podría hundirse el techo. ¿O acaso el techo del plutón se hunde en el magma y, en el proceso, abre la fractura anular a lo largo de la cual hace erupción el magma? T. H. Druitt y R. S. J. Sparks, de la Universidad de Cambridge, razonan que tanto si la subsidencia es causa como efecto de la erupción, la fractura anular, que se convierte en la pared de la caldera, deberá ser o vertical o campaniforme, inclinada hacia afuera, para ajustarse al ritmo de erupción y a la caída del techo a modo de pistón.

El magma del techo del plutón, que tiene una temperatura de 700 a 1000 grados Celsius, es rico en gases disueltos, principalmente en vapor de agua. El magma asciende hacia la superficie a lo largo de la fractura anular acabada de formar. La presión a que está sujeto va disminuyendo conforme asciende, hasta que, a una profundidad de un kilómetro, aproximadamente, los gases se desprenden de la solución de modo muy parecido a como lo hacen cuando se descorcha una botella de champaña. Con todo, el magma dacítico o riolítico es mucho más viscoso que el champaña (incluso el magma basáltico), y por tanto los gases no se limitan a burbujear, sino que arrastran consigo el magma y lo desparraman. El proceso real es complejo, pero el resultado es sencillo: el magma que sube desde el plutón hacia la superficie se expande en pumita y se fragmenta explosivamente en partículas sólidas incandescentes cuyas dimensiones oscilan entre milésimas de milímetro y metros.

La clave para comprender los efectos de una erupción generadora de una gran caldera radica en la acción de la mezcla incandescente de polvo, cenizas, pumita y gases liberados cuando sale a la superficie. La cinética de la emisión la ha analizado un grupo originalmente centrado en torno a G. P. L. Walker, del Imperial College of Science and Technology, en especial Sparks, de Cambridge, Lionel Wilson, de la



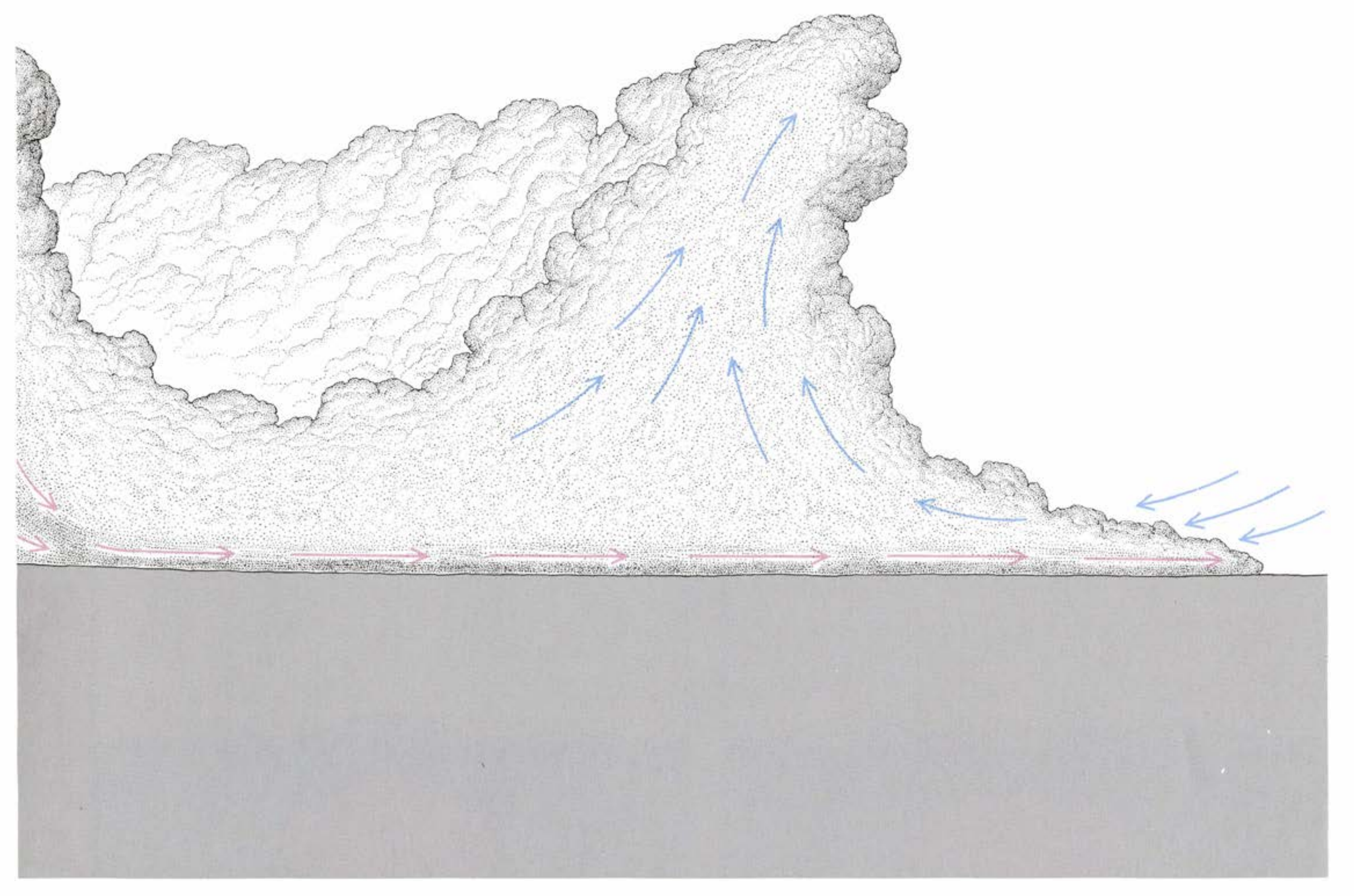
8. UNA COLADA PIROCLASTICA se origina en una erupción cuando el ritmo se modera, cuando el magma arrojado contiene poco gas o cuando la chimenea se ensancha. A menudo, una de esas coladas se produce cuando una columna pliniana se desmorona, con lo cual las partículas volcánicas se elevan

Universidad de Lancaster, y Colin J. N. Wilson, de la Universidad de Auckland. Han demostrado que cuando el ritmo de erupción es grande y la chimenea es relativamente pequeña (tal vez de 50 o 100 metros de diámetro), se forma una columna eruptiva que se eleva decenas de kilómetros en la atmósfera. (La columna eruptiva del monte Santa Elena alcanzó, el 18 de mayo de 1980, unos 20 kilómetros.)

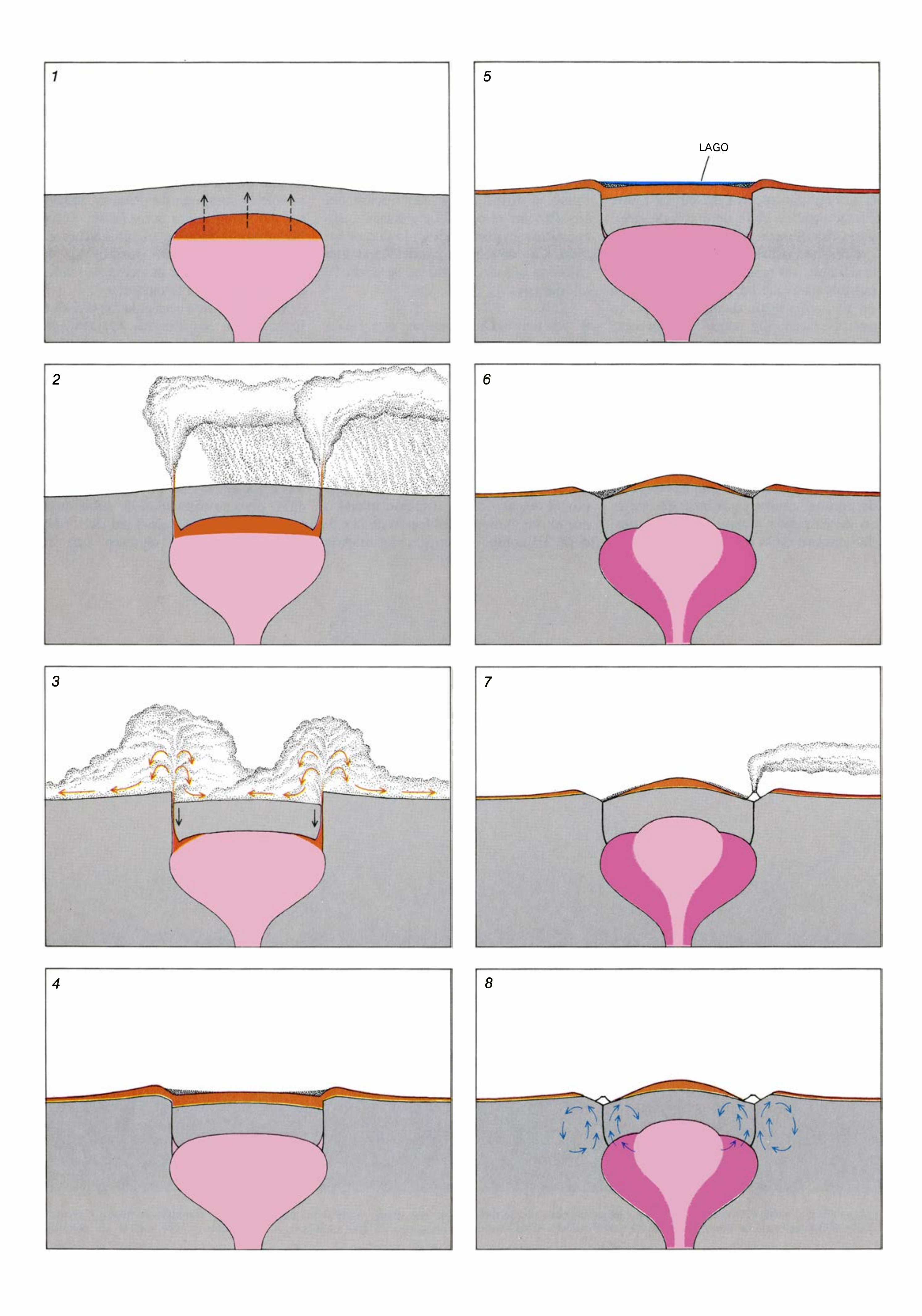
Conviene subrayar que la pumita de la columna no resulta simplemente impulsada hacia arriba, como si se tratara de un perdigón de escopeta. Es cierto que, directamente sobre la chimenea, la energía de la columna es principalmente cinética. Las velocidades de ascenso son de centenares de metros por segundo. Sin embargo, conforme asciende, la pumita modera rápidamente la marcha; se frena, no sólo por gravedad, sino también por arrastre aerodinámico. Un segundo proceso empieza entonces a aportar energía. El conjunto de pumita, ceniza y gas incandescentes en deceleración atrapa y calienta aire del entorno de la columna. Como consecuencia de ello, el conjunto adquiere flotabilidad y empieza a ascender por convección. Incluso puede volver a acelerarse hacia arriba. Las columnas eruptivas que ascienden por convección son bien conocidas; constituyen la esencia de lo que se llama una erupción pliniana, nombre que hace referencia a Plinio el Joven, cuya descripción del Vesubio en el año 79 de nuestra era constituye el primer ejemplo documentado. La convección puede llevar una columna pliniana a alturas de hasta 50 kilómetros.

Las columnas plinianas compactas pueden señalar el inicio del hundimiento catastrófico que crea una caldera. Sin embargo, conforme prosigue la erupción, lo típico de las columnas plinianas es que dejen paso a coladas piroclásticas, que dan lugar a la fracción mayor, con mucho, del volumen emitido. Las razones son varias. El tamaño de la chimenea puede incrementarse por el disparo de la erupción inicial o por el hundimiento del fondo de la caldera. El contenido en gas del magma puede disminuir a medida que va manando magma de niveles inferiores del plutón. En tales circunstancias, a la columna pliniana le resulta cada vez más difícil sostenerse a sí misma. La columna deviene más densa que el aire que la circunda y pronto cae. Es decir, la masa de pumita y gas incandescentes adquiere sólo la componente primera, balística, del movimiento ascendente. Todavía es capaz de alcanzar una altura de 10 kilómetros pero, desprovista de flujo convectivo que la sostenga, vuelve a caer en torno a la chimenea.

Se forman entonces coladas piroclásticas. Están constituidas del material que cae; se difunden hacia afuera desde el punto donde el material llega al suelo. Su movilidad es extraordinaria. En base a la distribución de las ignimbritas que depositan se sabe que pueden subir montañas de hasta un kilómetro de altura y recorrer distancias de hasta 150 kilómetros. No se han observado coladas piroclásticas de gran escala en acción, pero su capacidad de subir montañas implica una velocidad del orden de 100 metros por segundo. Las co-



sólo por efecto balístico (*flechas rojas gruesas*) y luego vuelven a caer al suelo. Allí forman la colada: una nube de partículas a ras de suelo que flota fluidizada por gases; puede subir montañas de un kilómetro de altura y recorrer distancias de 150 kilómetros a velocidades de 100 metros por segundo.


1
2
3
4
5
LAGO
6
7
8

ladas menores de las fases más tardías de la erupción del monte Santa Elena alcanzaron velocidades de 30 metros por segundo.

La explicación de la movilidad está bastante bien establecida, gracias a estudios teóricos y experimentales recientes, como los de Sparks y Colin Wilson. Las coladas se mueven bajo condiciones de fluidez parcial. Es decir, los gases que siguen saliendo de las partículas de pumita caliente, combinados con el gas atmosférico atrapado en el frente de la colada, ascienden en corrientes entre las partículas, arrastrando los granos más finos. A su vez, éstos proporcionan un medio lubricante en el que se dispersan los clastos mayores. De este modo, la colada llega a adquirir una densidad menor y una viscosidad mucho más baja que las que tendría un agregado no fluidizado de piedra pómez y polvo. Aprovecha eficazmente su energía cinética, resultante de su caída vertical desde una altura de varios kilómetros.

El principal depósito formado por una colada piroclástica es un manto de pumita y partículas menores que puede alcanzar varios metros de grosor y extenderse a más de 50 kilómetros de la grieta. Además, las partículas finas arrastradas por la colada forman una nube de ceniza secundaria típica que se eleva por convección muchos kilómetros. La posterior caída de partículas desde la nube puede dar lugar a la deposición de una delgada capa de ceniza por una región mucho más extensa que la cubierta por la ignimbrita de la propia colada piroclástica. En realidad, dicha capa, llamada ceniza coignimbrítica, puede representar hasta una tercera parte del volumen total de la ignimbrita.

¿Por qué las erupciones que forman calderas renacientes son exclusivamente de magma dacítico o riolítico? Dos factores interrelacionados son responsables de ello. En primer lugar, dada la menor viscosidad del magma basáltico, los gases que se desprenden de la solución magmática pueden escapar fácilmente. La erupción no es catastróficamente explosiva, y se impide la producción de pumita y ceniza fina. En segundo lugar, dado que una erupción basáltica origina escasa ceniza fina, la transferencia de calor de la columna en erupción a la atmósfera resulta disminuida. (Tal transferencia es mucho más eficaz con partículas de menos de un milímetro de diámetro que con las mayores.) Por consiguiente, resulta difícil que una erupción de magma basáltico genere corrientes convectivas en la atmósfera y se convierta en una columna pliniana.

Las "fuentes de fuego" que se observan en los volcanes activos de las islas Hawai constituyen un ejemplo excelente. En una fuente de fuego se desparraman por el aire, a gran altura, vastos volúmenes de lava, pero la lava, que es basáltica, sale en grandes bolos líquidos, a veces de un metro o más de diámetro. Apenas sale ceniza fina. Los bolos no transfieren fácilmente calor a la atmósfera, con lo cual no hay posibilidad práctica de que se desarrolle una columna convectiva. Al contrario, la erupción deja la lava vertida por el suelo alrededor de la grieta. Dado que la lava retiene casi todo su calor original, abundan las coladas secundarias.

Uno de los aspectos más sorprendentes de las erupciones catastróficas que forman una caldera renaciente es su brevedad. Michael T. Ledbetter, de la Universidad de Georgia, y Sparks han estudiado la velocidad de decantación de las partículas de ceniza en agua marina. Depende de la densidad y del radio de cada partícula; por consiguiente, pueden llegar simultáneamente al fondo del mar la ceniza fina proyectada al principio de la erupción y la ceniza gruesa de la emisión del final de la erupción. Ledbetter y Sparks deducen de los datos que han recabado que los 300 kilómetros cúbicos de ceniza arrojados desde la caldera de Atitlán, en Guatemala, hace 84.000 años, cayeron en un período de sólo 20 o 27 días. Les parece improbable que la erupción fuera continua. Por el contrario, la columna pliniana se desmoronó quizá varias veces, produciendo el sucesivo emplazamiento de mantos de ignimbrita diferenciados. (La caldera de Atitlán mide 28 kilómetros de diámetro, pero su centro no es resurgente.) El mismo razonamiento induce a pensar que la erupción que formó la caldera de Toba depositó más de 1000 kilómetros cúbicos de ceniza en sólo nueve días.

Después de la erupción se desarrollan varios procesos. Lo típico es que un lago llene la nueva caldera. Se erosiona sedimento de la pared de la caldera y se acumula en el fondo del lago. A una escala menor, se inicia el nuevo ascenso del fondo de la caldera. En general no se trata de una simple subida del fondo (y de la ignimbrita que ahora lo cubre) a modo de pistón a lo largo de la fractura anular. La cartografía de la ignimbrita en Cerro Galán y otras calderas muestra que ésta se halla inclinada hacia fuera a partir de un punto central bien definido, a menudo según un buzamiento de más de 45 grados. Ello sugiere que la resurgencia es un fenómeno local. Probablemente se produce encima de un pequeño plutón recién introducido en el que provocó la erupción. En algunos casos, incluido el de Yellowstone, en una caldera hay dos centros de resurgencia distintos.

La constatación de que sedimentos lacustres modernos habían ascendido centenares de metros permitió a van Bemmelen demostrar que la resurgencia del fondo de la caldera de Toba había formado la isla de Samosir, de 640 kilómetros cuadrados. En Cerro Galán, el reascenso de más de un kilómetro ha elevado el centro de la caldera a una altura de más de seis kilómetros por encima del nivel del mar, convirtiéndolo en una de las montañas más altas de Argentina. Poco se sabe acerca de la tasa de resurgencia, pero en el caso de la caldera de Long Valley, aquella para la cual la datación de los acontecimientos geológicos es menos ambigua, el proceso puede haber persistido durante 200.000 años. Dado que la caldera de Toba tiene sólo 75.000 años de antigüedad, la resurgencia de Samosir quizá no haya acabado.

Tras la resurgencia vienen los episodios finales de la evolución de una caldera: la efusión relativamente tranquila de lava dacítica o riolítica desde un collar de chimeneas a lo largo de la fractura anular. Lo habitual es que el volumen de material liberado sea pequeño, pero las efusiones prosiguen intermitentemente durante mucho tiempo después de la erupción catastrófica que formó la caldera. En Long Valley se desarrollaron distintos episodios de efusión hace 500.000, 300.000 y 100.000 años. Cabe sacar la conclusión verosí-

9. ETAPAS CARACTERISTICAS en la evolución de una caldera renaciente. En la primera etapa, el magma, situado a sólo cuatro o cinco kilómetros de la superficie, forma un plutón, o cámara magmática, que va abovedando poco a poco la superficie (*1*). En el plutón existen zonas de composición diferente, con magma viscoso rico en sílice (SiO_2) y gases disueltos en el techo (*naranja*). En un momento dado se produce la erupción. Sobre una gran fractura anular se desarrollan columnas plinianas (*2*). Minutos u horas después, se hunde el techo del plutón a todo lo largo de la fractura, dejando una caldera; las columnas plinianas ceden paso a coladas piroclásticas (*3*). La erupción dura pocos días. Colmata la caldera con ignimbrita y cubre la región circundante (*4*). La pared de la caldera empieza ya a erosionarse (*punteado negro*). También puede formarse un lago (*5*). Mucho después, durante un período de algunos centenares de miles de años, la intrusión de magma nuevo en el plutón provoca una nueva ascensión de parte del fondo de la caldera (*6*). Persiste una actividad volcánica menor a lo largo de la fractura anular (*7*). El calor del plutón puede impulsar corrientes convectivas de agua rica en minerales (*8*) y dar lugar a manantiales termales y géiseres en la superficie durante millones de años. Dibujos de Tom Prentiss.

mil de que los acontecimientos volcánicos asociados a la formación de una caldera pueden continuar con poca violencia durante un período de hasta un millón de años. Los manantiales termales y géiseres, que representan agua calentada geotermalmente que se abre paso hacia la superficie, pueden perdurar mucho más tiempo.

Nunca se han analizado en detalle los riesgos que, para la vida humana, representaría una erupción formadora de una caldera. Sin duda, serían de gran alcance. Dependerían mucho del volumen total de la erupción y de la proporción de ceniza, ignimbrita y ceniza coignimbrítica caídas del aire. Consideremos una erupción de 1000 kilómetros cúbicos. Se hundiría una extensión de terreno de un área superficial de tal vez 500 kilómetros cuadrados; la caldera resultante se colmataría con ignimbrita. También quedaría cubierta de ignimbrita un área circundante de hasta 30.000 kilómetros cuadrados. La profundidad de la cubierta oscilaría entre más de 100 metros en el borde de la caldera y unos pocos milímetros en el límite más distante que alcanzara la ignimbrita. Morirían vegetales y animales de toda la zona cubierta. Los edificios quedarían demolidos o incendiados.

A corto plazo, la consecuencia más grave de la erupción sería probablemente la lluvia de ceniza coignimbrítica, cuya disposición dependería de los vientos dominantes y de la distribución por tamaños de las partículas. Las partículas de más de 80 micrometros se mantienen en la atmósfera unas cuantas horas, como máximo. Las menores permanecen suspensas mucho más tiempo. Las partículas de menos de 10 micrometros de diámetro tienen velocidades de decantación en la atmósfera que no superan las velocidades típicas de una turbulencia atmosférica. Por consiguiente, pueden mantenerse en el aire hasta 100 días, y caer a gran distancia. Las cenizas coignimbríticas tienden a ser extremadamente finas: probablemente se dispersarían a través de varios millones de kilómetros cuadrados.

Imaginemos la erupción del monte Santa Elena, multiplicada más de cien veces y localizada en Yellowstone. Además de los efectos inmediatos, que incluirían la inmovilización del tráfico terrestre y aéreo por la ceniza coignimbrítica, el efecto más grave lo padecería probablemente la agricultura, dado que millones de kilómetros cuadrados de campos de cereales quedarían cubiertos de ceniza hasta una profundidad de varios centímetros. El resultado es fácil de predecir: la pérdida de la cosecha de por lo menos un año y posiblemente de



10. DOS CAPAS DE CENIZA del Crater Lake de Oregón, resultantes de una erupción ocurrida hace 7000 años que arrojó el magma viscoso del techo de un plutón y luego el magma subyacente, menos viscoso. Las capas de ceniza presentan esta relación invertida. La inferior, de color claro, se depositó primero. Es rica en sílice y pobre en hierro y magnesio. La capa superior, más oscura, se depositó inmediatamente después. Es más pobre en sílice y más rica en hierro y magnesio. Los escasos nueve kilómetros del Crater Lake resultan pocos para que pueda encuadrarse entre las grandes calderas.

varios. A más largo plazo, el clima del planeta resultaría afectado por la inyección de polvo en la atmósfera, junto con un aerosol de permanencia sumamente duradera de partículas procedentes de gases volcánicos ácidos. La perturbación mundial resultante sobre la agricultura persistiría varios años.

¿Cabe predecir una erupción tal? El indicio más fiable de una futura erupción formadora de caldera puede ser el "derrame" de magma dacítico o riolítico por la superficie en tanto se desarrolla una fractura anular. Además, señales sísmicas pueden indicar el movimiento de magma hacia una cámara situada a pocos kilómetros de la superficie. (De los dos tipos de ondas sísmicas, *S* y *P*, las ondas *S* son las más elocuentes, ya que no pueden propagarse por un líquido.) El emplazamiento de la cámara lo confirmaría una anomalía local del campo gravitatorio terrestre. (La densidad del magma es menor que la de la roca sólida cortical.) Otro indicador importante sería la tumescencia, o elevación, del terreno, y en particular un aumento del ritmo de tumescencia. Técnicas convencionales de prospección pueden revelar esos cambios.

La dificultad radica en interpretar esos signos diversos como precursores de un acontecimiento particular, y en situarlos en un calendario, a falta de un caso histórico conocido. Recientemente se ha detectado actividad sísmica y tumescencia en la caldera de Long Valley, indicios interpretados como indicadores del emplazamiento de magma nuevo a una profundidad de varios kilómetros. ¿Seguirá una gran erupción? ¿Acaso los acontecimientos presagian sólo la tranquila extrusión de un nuevo domo de lava en superficie? Apenas se sabe nada acerca de los precursores inmediatos de una erupción formadora de una caldera. Además, la actividad precursora puede perdurar durante un lapso que abarque muchas generaciones humanas. Por consiguiente, tal vez no pueda predecirse correctamente una erupción. Con todo, no deberían ignorarse los indicios de actividad renovada de cualquier caldera conocida.

Las erupciones que forman calderas renacientes son tan raras que en promedio probablemente resulten ventajosas para el ser humano. Una caldera emplazada sobre un plutón marca una anomalía térmica en la corteza, que puede seguir poniéndose a sí misma de manifiesto en forma de manantiales termales durante dos, e incluso tres, millones de años después de la erupción. Aparte del espléndido espectáculo que brindan los géiseres, el agua y el vapor calientes son fuentes potenciales de energía útil, lo mismo que la roca caliente que cubre el propio plutón. Un experimento importante en vías de realización en los Estados Unidos es el Proyecto sobre Roca Seca Caliente (*Hot Dry Rock Project*) del Laboratorio Nacional de los Alamos. En los flancos de la caldera de Valles se vierte agua a un pozo profundo de una zona de roca fracturada caliente. El agua, calentada, regresa a la superficie por un segundo pozo. El agua caliente puede emplearse para generar electricidad.

Algunas ventajas menos inmediatas aparentes de las calderas radican en los minerales útiles depositados en calderas renacientes, o a su alrededor, durante un período de tiempo. La caldera de Kari Kari constituye un ejemplo geológicamente típico y también rico en asociaciones históricas. En los flancos de la caldera se halla la ciudad de Potosí y también el Cerro Rico, montaña cuya cima queda a 4900 metros por encima del nivel del mar. El pico está compuesto de riolita que hizo intrusión en la fractura anular de la caldera hace unos 13 millones de años. Mientras se enfriaba iba alterándose químicamente por acción de soluciones hidrotermales: líquidos calientes ácidos que ascienden después de la reacción de agua con roca caliente de profundidad. En el siglo XVII, Potosí se convirtió en la mayor ciudad del hemisferio occidental por la riqueza de la plata extraída de las vetas dejadas por las soluciones. La importancia que tuvo la explotación para España no es ninguna exageración: dio origen a una popular expresión castellana, "vale un potosí". A la larga, el caudal de plata de Potosí y de otras minas del Nuevo Mundo acarrearía una desastrosa inflación a la economía española. La explotación minera de Cerro Rico se ha mantenido ininterrumpida desde 1544, pero hace ya mucho que se agotó la plata fácilmente explotable de los niveles superiores del depósito. Hoy se busca estaño a niveles más profundos.

Sin duda, las fuentes de calor profundas que crean calderas son capaces de impulsar una circulación hidrotermal durante largos períodos y está claro que la actividad hidrotermal produce reacciones químicas complejas que permiten la precipitación de yacimientos minerales. Tal vez se tarde en desentrañar todos los pormenores, pero la asociación de calderas con energía geotérmica y con yacimientos minerales valiosos debería inspirar gratitud.

Ciencia y sociedad

Cuatro de cada diez

El cuarenta por ciento de la población mundial vive en la India o en China. La política gubernamental sobre el crecimiento demográfico que adopten esas dos naciones incidirá, no poco, en el tamaño y bienestar de toda la población humana. La evolución demográfica reciente de esos países se presta a una instructiva comparación, por sus mismas semejanzas. Se trata de dos naciones pobres, de fuerte implantación agrícola. Atravesaron una larga historia colonial hasta la segunda guerra mundial, cuando alcanzaron la independencia económica tras sendos movimientos revolucionarios. Sus gobernantes se han planteado siempre como uno de sus primeros objetivos la reducción de la tasa de natalidad. Obviamente, entre la India y China hay diferencias económicas y políticas fundamentales. Mientras que la economía india es, en su mayor parte, de mercado, la china está sometida casi por completo al control estatal. En una reciente edición de la norteamericana *Proceedings of de National Academy of Sciences,* Ansley J. Coale, de la Universidad de Princeton, resume las disparidades demográficas más importantes que cabe achacar, en parte, a las diferencias políticas que se dan entre los dos países.

La población actual de China es de 1000 millones de habitantes; la de la India es de 700 millones. De 1951 a 1981, la población china creció un 80 por ciento y, la india, un 90 por ciento. No obstante, en China hubo, en la década de 1970, una importante reducción de la tasa global de crecimiento. Esa reducción no se ha dado en la India. La tasa global de crecimiento demográfico se determina a partir de las tasas de natalidad y mortalidad. En ambos países, esta última era elevada al término de la segunda guerra. En China, en los años 1950, de 1000 personas morían cada año 18; en los 70, la cifra había descendido a siete por 1000, un valor semejante al de muchos países desarrollados. En la India, en cambio, la tasa de mortalidad era del 26 por 1000 en los años 50 y aún del 17 por 1000 en los 70.

Según Coale, el mayor descenso de la mortalidad en China responde en gran parte a que su sistema sanitario es mejor y más igualitario que el indio. La proporción de médicos por habitantes es superior en China que en la India. Además, los galenos están mejor distribuidos en aquélla que en ésta, donde la relación médico/habitantes es ocho veces superior en las ciudades que en el campo. China dispone de un amplio sistema de personal sanitario financiado por el gobierno, desplegado sobre todo en la zonas rurales. Más del 80 por ciento de la población china e india vive en el campo. La mejor asistencia sanitaria rural china parece ser, en gran parte, la razón de la diferencia entre las tasas de mortalidad de los dos países.

En China, la fertilidad ha descendido al paso con la mortalidad. En la década de 1960, la tasa de natalidad era de 36 nacimientos por 1000 habitantes. En los 70 era de 23. El descenso se debió principalmente a un riguroso programa oficial de planificación familiar. La intensa coordinación que en China guardan todas las actividades sociales y políticas contribuyó de forma decisiva al éxito del programa. Tal coordinación aumenta, a su vez, la posible coacción a la hora de planificar la familia. Las parejas chinas deben obtener un "certificado de nacimiento planificado" antes de que la esposa quede embarazada. Coale aduce informes según los cuales se ha obligado a abortar a mujeres que habían quedado embarazadas sin el permiso correspondiente.

También en la India la coacción gubernamental se ha dejado sentir, por más que los esfuerzos oficiales de planificación han alcanzado frutos más modestos. La tasa de natalidad anual India era, en los 70, de 39 nacimientos por cada 1000 personas, sólo ligeramente inferior a la de la década de 1960. Según Coale, "a pesar del apoyo oficial (durante 30 años) a la planificación familiar, el gobierno no ha logrado desarrollar un programa de control de nacimientos que proporcionara con regularidad servicios convenientemente dotados de personal a la mayoría de la población". Debido en parte a los fracasos anteriores, el gobierno de la primer ministro Indira Gandhi instituyó un draconiano programa de esterilización con el Acta de Emergencia de 1975. Pronto corrieron rumores de que se había esterilizado contra su voluntad a aldeanos indios. Según Coale, aunque el gobierno negó las acusaciones de coacción, ésta se hizo inevitable, ya que los funcionarios establecían cupos por aldeas y por el número de parejas que cada maestro había de convencer. El rechazo del programa de esterilización contribuyó a la derrota del gobierno Gandhi en las elecciones de 1977. La planificación familiar desapareció entonces de los proyectos gubernamentales, hasta la reelección de la señora Gandhi.

Los dirigentes chinos e indios ven la necesidad de reducir la tasa de crecimiento demográfico. Al explicar el éxito chino en el asunto, muy superior al indio, Coale lo basa en la forma de gobierno y en la cultura china, más proclive que la india al uso de anticonceptivos y a la idea de limitar el tamaño de la familia. Sin embargo, a pesar de los anteriores éxitos del programa estatal de control de nacimientos, la población china seguirá creciendo durante varias décadas, puesto que es grande el número de jóvenes que alcanzan ahora la edad de reproducción. Coale estima que China podría dejar de crecer hacia el 2020; tendría entonces 1200 millones. La población india, inferior, tiene una tasa de crecimiento mucho más elevada. Coale calcula que si la tasa de crecimiento empieza pronto a descender, el tamaño final estable de la población india sería también de unos 1200 millones. Concluye que, en ambos países, "es deseable hoy una tasa de nacimiento inferior, pero que la tasa ideal no es la nula. Son altos los costes políticos y sociales que comporta la obsesión por el logro inmediato de familias muy pequeñas; en el cálculo de la política a seguir para alcanzar la población deseable deben entrar los derechos y sentimientos de la población actual, así como los efectos desequilibradores de un cambio drástico de la composición de la misma por edades.".

Del dicho teórico al hecho observacional

Los últimos éxitos de la física subnuclear han correspondido a la detección de partículas que sólo pueden existir en las condiciones extremas en que las crea un acelerador de alta energía. De los tres bosones vectoriales intermedios, W^+ y W^- se deducen de los

productos de cinco colisiones energéticas observadas a principios de año por dos grupos de investigadores de la Organización Europea de Investigación Nuclear (CERN). Se han registrado desde entonces cuatro sucesos más, lo que da un total de nueve. Quizá se haya detectado también el tercer bosón vectorial intermedio, Z^0; se observó un par aislado de electrones, con una energía de unos 50 GeV (50.000 millones de electronvolt) cada uno, separándose en sentidos contrarios del punto donde habían colisionado un protón y un antiprotón. Para los físicos, eso sería la rúbrica dejada por el Z^0.

Según la interpretación provisional del análisis de los datos del bosón vectorial intermedio, efectuada por el CERN, se revela también ahí el hallazgo del quark t (por *top,* cima), largo tiempo buscado. Queda por realizar un análisis más detallado antes de confirmar la existencia de Z^0 y t. Tras la colisión a altas energías entre electrones y positrones han aparecido mesones dotados de belleza desnuda, esto es, mesones con una composición de quarks en la que la propiedad b (por belleza) no se cancela. La detección de todas estas partículas exóticas importa para confirmar hipótesis teóricas. Son entidades de vida efímera: quizá sólo se presenten en los instrumentos de los físicos y en ninguna otra parte del universo.

La teoría postula fenómenos en la materia común que la observación experimental no ha visto todavía. Siguen abiertas tres cuestiones fundamentales: ¿Existen monopolos magnéticos? ¿Tiene masa el neutrino? ¿Se desintegra el protón? La respuesta afirmativa a esas cuestiones no sólo significaría una espectacular confirmación de las predicciones teóricas, sino que cualquier conclusión definitiva tendría profundas implicaciones en los esfuerzos por aventurar el futuro del universo. Sin embargo, pese a los años que se lleva trabajando en ello, no se han obtenido aún respuestas tajantes; los físicos experimentales tan sólo han afinado el margen donde pueden detectarse esos fenómenos.

La atención que merece el monopolo se debe a que postulan su existencia las teorías de gran unificación, que enlazan las interacciones fuerte, débil y electromagnética, tres de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza (la cuarta es la gravitacional). Según esas teorías, en los primeros 10^{-35} segundos de la gran explosión se crearon polos magnéticos aislados con una masa de unas 10^{16} veces la del protón. Tales partículas poseen una masa que supera, en varios órdenes de magnitud, la que ostentan las mayores partículas que pueden generarse en los aceleradores. Si se crearon al inicio de la gran explosión, la mayoría de ellas debería existir todavía, quizás en forma de materia densa capturada en el núcleo de la tierra o como micrometeoroides ligados gravitacionalmente a nuestra galaxia o al sistema solar [véase "Monopolos magnéticos superpesados", por R. A. Carrigan, Jr., y W. P. Trower INVESTIGACION Y CIENCIA, junio, 1982].

Los monopolos de origen cósmico serían los de más fácil detección. Blas Cabrera, de la Universidad de Stanford, diseñó recientemente un instrumento en el que se montan, según tres ejes perpendiculares entre sí, tres bobinas de niobio superconductor. Si un monopolo atravesara las bobinas, o una coraza que protege a las bobinas, se induciría, al menos en una de ellas, una corriente, aunque pequeña, mensurable. Cabrera creyó haber detectado el paso de un monopolo el año pasado, tras el cambio de corriente en una bobina menos refinada y de menor tamaño; parece probable, sin embargo, que la señal fuera errónea. De momento, con el nuevo instrumento, Cabrera no ha observado nada; si la masa del monopolo es, efectivamente, 10^{16} veces la del protón, sus datos indican que en el universo no puede haber más de un monopolo por cada 10^{17} protones.

Las bobinas superconductoras de Cabrera pueden detectar monopolos que se desplacen a cualquier velocidad, pero su ritmo de detección es bajo, puesto que las bobinas son pequeñas. Un contador de centelleos puede muestrear la materia más deprisa, si bien los monopolos, que se desplazan despacio, escaparían quizás a esa detección. En la Universidad de Stanford, y en la de Utah, se preparó la caza de monopolos en un contador de centelleo. No se ha observado ninguno con velocidades comprendidas entre $1{,}4 \times 10^{-4}$ y 3×10^{-2} veces la velocidad de la luz. La intensidad de la radiación de monopolos en la vecindad de la tierra es, probablemente, inferior a 5×10^{-12} por centímetro cuadrado por estereorradián y por segundo.

El descubrimiento de monopolos magnéticos superpesados contribuiría, de forma significativa, a definir la masa total del universo. Asimismo, la comprobación de una masa no nula para el neutrino redundaría en el avance de la cosmología: si los neutrinos tuvieran masa, su montante bastaría para que la gravedad frenara el proceso de expansión del universo y devolviera toda la materia y energía al punto singular primordial del que partieron.

Para detectar la masa, los experimentadores siguen un procedimiento que se funda en la existencia de tres tipos de neutrinos. Si los neutrinos tienen masa, la mecánica cuántica establece que los tres tipos de neutrinos deben oscilar, esto es, intercambiar libremente sus identidades. Físicos experimentales del Instituto de Tecnología de California, la Universidad Politécnica de Munich y el Instituto suizo de Investigación Nuclear están midiendo el flujo de neutrinos que sale de un reactor nuclear instalado en Gosgen, Suiza. El aparato es sensible a los neutrinos electrónicos; si al salir del reactor éstos se transforman en neutrinos muónicos o neutrinos tau, la población de neutrinos electrónicos debe disminuir en proporción a la distancia al reactor. Felix H. Boehm, del Instituto de Tecnología de California, informa que no se han observado esas variaciones, por lo que, si existen, las oscilaciones neutrínicas deben ser bastante pequeñas.

Los experimentos de oscilación no establecen directamente un límite superior para la masa del neutrino; sólo permiten estimar el cuadrado de la diferencia entre las masas de dos tipos de neutrinos. Un experimento efectuado hace tres años por investigadores rusos estimaba directamente la masa del neutrino midiendo el ritmo de desintegración del tritio, el isótopo radiactivo del hidrógeno. Concluyeron que el neutrino tenía una masa pequeña, pero finita, de entre 14 y 46 electronvolt. La revisión del análisis de los datos rusos efectuada por J. J. Simpson, de la Universidad de Guelph, sugiere, sin embargo, que los datos son coherentes con la hipótesis de una masa nula del neutrino. El grupo de Boehm acaba de asignar un límite superior para la masa del neutrino entre 10 y 20 electronvolt; el grupo midió la tasa del proceso de desintegración denominado desintegración doble beta del isótopo germanio 76. En el Instituto de Tecnología de California se está preparando un experimento a mayor escala, en el que se medirán ritmos de desintegración doble beta en 3000 litros de xenón 136.

Quizá el resultado experimental más sensato para las teorías de gran unificación sea un nuevo límite inferior en la vida del protón. En su versión más sencilla, la teoría de unificación exige que el protón se desintegre en menos de

10^{29} años, con un error máximo de más menos 2 en el exponente. Sucesos tan poco frecuentes pueden detectarse explorando la desintegración del protón en un gran volumen de materia ordinaria. Científicos de la Universidad de California en Irvine, de la Universidad de Michigan y del Laboratorio Nacional de Brookhaven están controlando 8000 toneladas de agua, es decir, unos 10^{33} protones, en una mina de sal próxima a Cleveland, sin que hasta el momento se haya observado ninguna desintegración. Ello implica que la vida del protón es superior a $6,5 \times 10^{31}$ años, lo que resulta demasiado para la predicción que hace la versión simplificada de la teoría de gran unificación, aún considerando el margen de error admitido.

Los investigadores pueden todavía alentar alguna esperanza. En otros dos experimentos parece haberse encontrado pruebas de la desintegración del protón. En unas minas situadas al sur de la India se han registrado tres posibles candidatos a tales sucesos. Investigadores del CERN, que controlan planchas de hierro suspendidas en el túnel del Mont Blanc, que va de Francia a Italia, han informado de un fenómeno de desintegración plausible. Todavía debe pronunciarse el jurado sobre si estos resultados representan verdaderas desintegraciones de protones y, de serlo, cómo pueden reconciliarse con los resultados negativos de Cleveland. En cualquier caso, según Maurice Goldhaber, "la idea de gran unificación vivirá siempre". Otras versiones, mucho más complejas, de la unificación de las fuerzas de la naturaleza esperan su turno de citación judicial.

Patatas bravas

La patata comestible, *Solanum tuberosum,* es una hortaliza sensible a una gran variedad de insectos dañinos. La patata silvestre, *Solanum berthaultii*, se muestra en cambio resistente. Su éxito parece deberse a dos tipos de diminutos pelos glandulares que recubren el tallo y las hojas. Se creía que los insectos, en particular los áfidos, quedaban atrapados por los pelos y sus exudados pegajosos. La estrategia antiáfidos de *S. berthaultii* ha resultado más compleja de lo que se presumía. En la estación experimental de Rothamsted, Inglaterra, se ha comprobado que uno de los tipos de pelo libera un hidrocarburo y que éste es el componente principal de una feromona áfida. (Una feromona es una sustancia de tipo hormonal que, segregada por un animal, influye en los demás individuos de su especie). En particular, esta feromona actuaba de señal de alarma entre los áfidos. La planta, pues, suplantaba químicamente a un áfido que recomendara a sus compañeros mantenerse alejados.

R. W. Gibson y J. A. Pickett informan en *Nature* que descubrieron la falsa feromona sometiendo hojas de *S. berthaultii* a extracción por alcohol y analizando el extracto por cromatografía de gases y espectrometría de masas. De los distintos hidrocarburos del extracto que no se hallaban en un extracto similar de hojas de patata comestible, uno resultó ser el (*E*)-beta-farneseno, la hormona de los áfidos. Su fuente se localizó en una gota pegajosa dispuesta en el ápice de los pelos de tipo *B*. Para demostrar que la sustancia era lo bastante volátil para influir en los áfidos que se aproximaban a la planta, Gibson y Pickett recogieron aire de encima de hojas intactas, lo pasaron por un disolvente (pentano) y midieron la cantidad de farneseno que había quedado retenido en el pentano. De 20 mililitros de aire recuperaron 500 billonésimas de gramo de la feromona, concentración suficiente para generar una respuesta de alarma.

El paso siguiente fue provocar la aparición de la respuesta. Introdujeron hojas de *S. berthaultii* en una jeringa e impulsaron aire hacia una colonia de áfidos ápteros (*Myzus persicae*) situada a un centímetro de distancia. Los áfidos se dispersaron según el mismo patrón conductual que los que se habían expuesto a muestras auténticas de la feromona; el aire que se impulsaba con una jeringa vacía o con otra cargada de hojas de la patata comestible no desencadenaba una respuesta de ese tipo. Se dispuso a continuación una hoja de patata a un centímetro de los áfidos. La mayoría de ellos caminaba directamente sobre la hoja si era de patata comestible. Cuando la hoja era de patata silvestre, sólo seis de 48 lo hicieron; los demás, o se giraban de espaldas a la hoja, manteniendo una distancia de uno a tres milímetros, o caminaban paralelos al borde de la hoja a una distancia similar. La conducta, pues, era comparable a la que seguían los áfidos frente a una planta tratada con (*E*)-beta-farneseno.

No es difícil, aseguran Gibson y Pickett, cruzar *S. berthaultii* con la patata de consumo. Algunos híbridos están dotados de abundantes pelos de tipo *B*. Si pudiera introducirse en *S. tuberosum* la capacidad de secretar la feromona, se protegerían las cosechas de patata frente a la lesión por succión de los áfidos, y frente a los virus que dispersan los insectos.

El hombre de Pekín

A lo largo de 230.000 años de habitación en una cueva, Homo erectus pekinensis *dejó abundantes fósiles y útiles que ahora nos proporcionan información sobre su evolución biológica, tecnológica e incluso social*

Wu Rukang y Lin Shenglong

Uno de los lugares con más dilatada historia de ocupación por el hombre o sus antepasados es una cueva situada cerca de la estación de ferrocarril de Zhoukoudian (Chukutien), a unos 50 kilómetros al sudoeste de Beijing (Pekín). Mientras que las ciudades modernas no suelen sobrepasar unos pocos milenios de antigüedad, la cueva de Zhoukoudian fue ocupada casi de manera continuada durante más de 200.000 años. Las diversas capas con restos fósiles indican que el hombre primitivo empezó a habitarla hace 460.000 años, y que la abandonó hace 230.000, cuando se vio forzado por el progresivo relleno de la misma, de cantos y sedimentos. La especie de homínido que vivió allí se clasifica como *Homo erectus pekinensis* u hombre de Pekín. (La expresión se acuñó antes de que se normalizara el uso del nombre en *pinyin,* donde Pekín pasa a ser Beijing.)

La dilatada permanencia de la habitación en Zhoukoudian ofrece la oportunidad de seguir el desarrollo de una misma comunidad a lo largo de un período que corresponde a una fracción significativa de la evolución del género *Homo.* El período es suficientemente largo para que puedan apreciarse los cambios progresivos en la morfología de los restos fósiles; uno de los rasgos físicos más importantes es el aumento de la capacidad craneana. Igualmente importante es la posibilidad de reconstruir determinados hechos de la evolución cultural de la especie. Existen pruebas, en los depósitos de la cueva, de que el hombre de Pekín dominaba el fuego y que lo empleaba para la preparación de su comida. Los huesos de animales fósiles indican que los ocupantes de la cueva eran hábiles cazadores, de piezas grandes y pequeñas; las semillas fosilizadas revelan otro de los componentes de su dieta. La gran abundancia de piedra tallada informa de su destreza en la fabricación de instrumentos. Tras el estudio de los materiales encontrados en la cueva podemos imaginarnos incluso la organización social de la comunidad. Y así, hay datos que permiten conjeturar sobre la distribución de la comida y la división del trabajo entre ambos sexos.

Durante los cinco últimos años, más de 120 científicos, entre ellos los autores de este artículo, han acometido un estudio completo de la estación de Zhoukoudian. El trabajo está patrocinado por el Instituto de Paleontología de Vertebrados y Paleoantropología, de la Academia china de Ciencias, y los investigadores representan a 17 universidades e instituciones científicas. Su campo de especialidad cubre desde el estudio del hombre primitivo y sus instrumentos hasta el de los climas del pasado, de las cuevas y terrenos donde vivieron, de los suelos antiguos, del polen y de la datación del material arqueológico. En este artículo presentamos los descubrimientos más notables efectuados por el grupo e intentaremos un esbozo de retrato del hombre de Pekín y su ambiente natural.

En el esquema global de la evolución de los Primates superiores, el hombre de Pekín y los otros grupos de *Homo erectus* representan un estadio relativamente tardío. El primer hominoideo, es decir, el antecesor a la vez del hombre y de los antropoides, se separó de los demás primates hace unos 35 millones de años. Caminaba empleando sus cuatro extremidades y cogía semillas y frutos para su alimentación. Hace ocho o diez millones de años, el primer homínido, el fundador de una estirpe genética cuyo único representante actual es el hombre moderno, fue separándose de los demás hominoideos, como el chimpancé y el gorila. Los homínidos más primitivos poseían un cráneo pequeño, con una capacidad de unos 350 centímetros cúbicos; se desplazaban utilizando solamente sus extremidades posteriores y podían acarrear objetos mientras andaban. Hasta hace cuatro millones de años no hizo su aparición un homínido evolucionado, clasificado en el género *Australopithecus.* Los restos más antiguos de australopitecinos se descubrieron en el valle medio del río Awash, Etiopía. El esqueleto estaba adaptado para soportar su movimiento definidamente bípedo, y la cavidad del cráneo tenía una capacidad próxima a los 500 centímetros cúbicos.

Durante los últimos cien años se encontraron en Europa, Asia y Africa numerosos cráneos y fragmentos esqueléticos pertenecientes a formas humanoides más evolucionadas que *Australopithecus.* Durante cierto tiempo, cada descubrimiento que se realizaba daba lugar a una nueva entidad taxonómica; si bien todos esos ejemplares han acabado por integrarse en una única especie, *Homo erectus.* Atendiendo a los estudios cronológicos realizados en el contexto geológico en que se encontraban, se llegó a la conclusión de que la especie apareció como mínimo hace 1,5 millones de años. *Homo erectus* podía andar erguido, como sugiere su nombre específico, pero su cráneo era todavía muy primitivo, con una capacidad que oscilaba entre los 850 y los 1100 centímetros cúbicos. Podía fabricar instrumentos de piedra más perfectos que los guijarros groseramente desbastados de los homínidos más antiguos. Algunos de los últimos representantes de *Homo erectus,* incluyendo en ellos al hombre de Pekín, desarrollaron una cultura bastante avanzada, caracterizada por la habitación en cavernas y la caza de animales. Llegaron a utilizar el fuego para preparar sus alimentos, aunque no está claro si conocían realmente el modo de encenderlo.

El subsiguiente curso de la evolución de *Homo erectus* hasta llegar al hombre moderno no puede trazarse con detalle. Baste decir que hace unos 200.000 años surgió una forma humana con un rostro más grácil y una cavidad craneana superior a la de *Homo erectus.* Los miem-

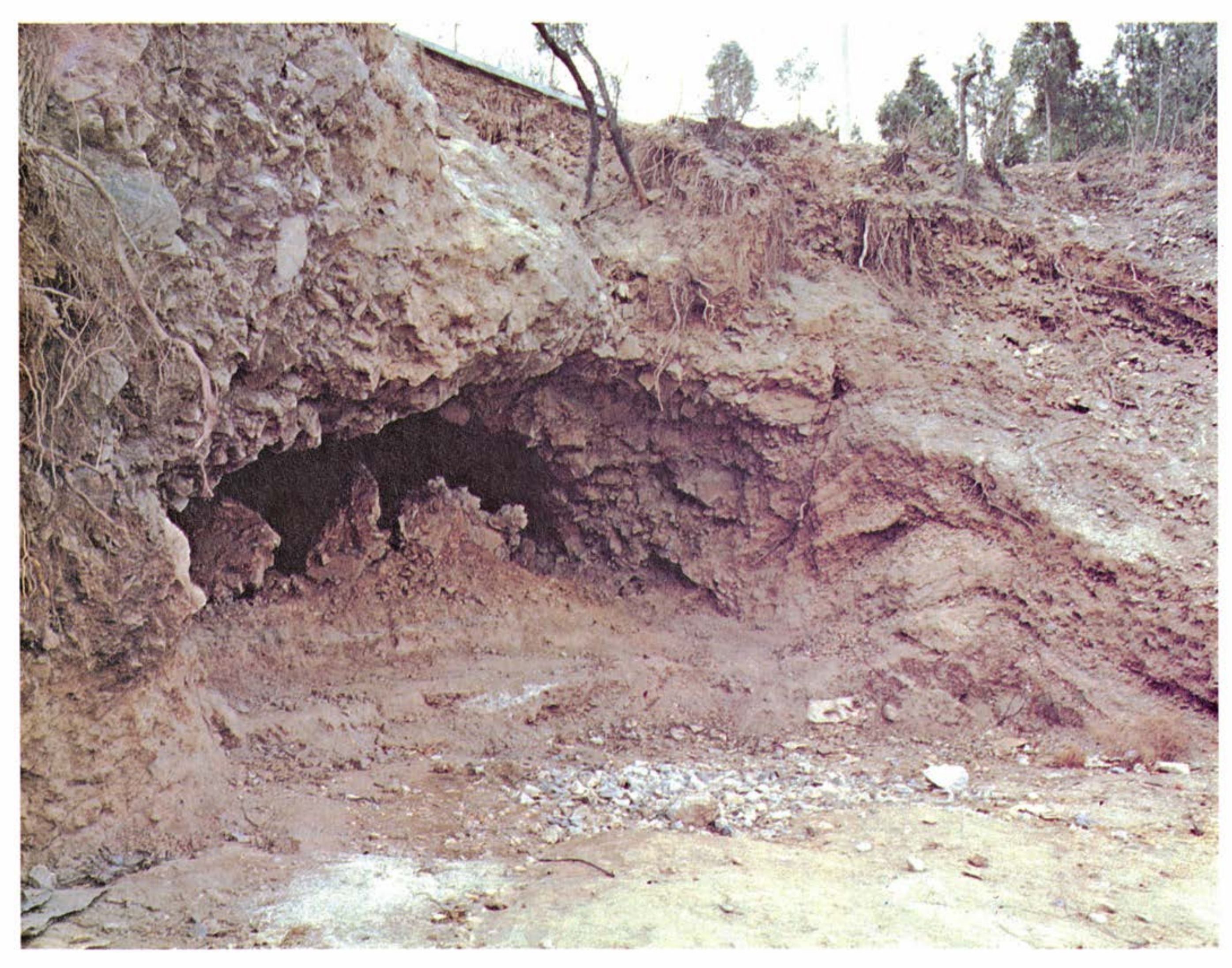
bros de esta especie, representantes antiguos del *Homo sapiens,* aparecieron en Europa, Asia y Africa hace alrededor de 100.000 años. Construían viviendas al aire libre, conocían el fuego y fabricaban primorosos instrumentos de piedra tallada. Debido a la proximidad de sus caracteres morfológicos con los del hombre moderno, y a la marcha ascendente de su cultura, se les considera los antepasados directos del *Homo sapiens* moderno.

La cueva de Zhoukoudian

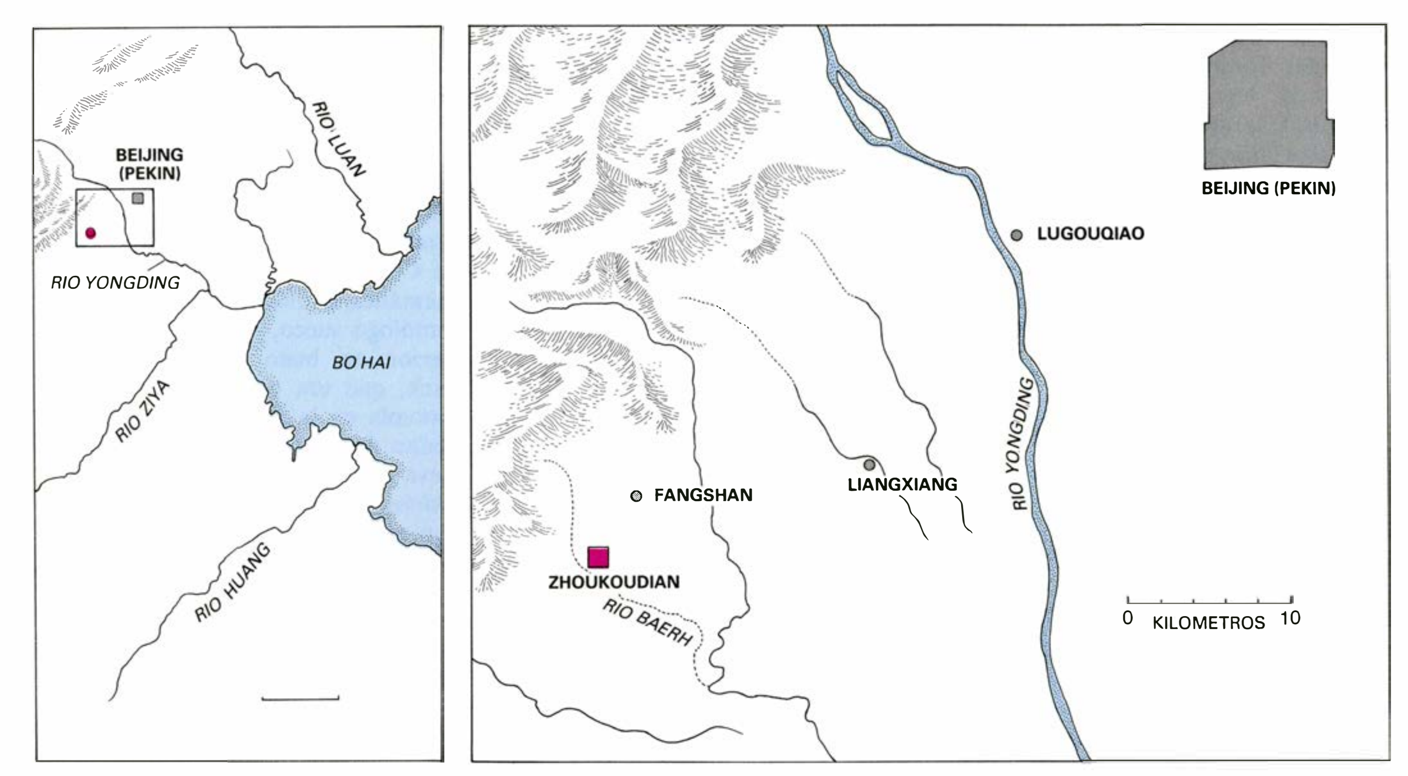
La cavidad de Zhoukoudian, donde se desenterraron los restos del hombre de Pekín, se halla en una formación calcárea conocida por Colina de los Huesos de Dragón. Antes de su empleo como estación prehistórica era lugar frecuentado por coleccionistas de huesos de dragón. Los dragones han desempeñado un papel importante en la cultura china tradicional y sus huesos (en realidad, fósiles de mamíferos diversos) se consideraban de gran valor medicinal. Por cierto, fueron coleccionistas de huesos de dragón quienes encontraron los primeros restos del hombre de Pekín, aunque no reconocieron su verdadera significación.

A comienzos del siglo xx, numerosos paleontólogos y antropólogos visitaron Zhoukoudian en busca de restos del hombre primitivo. Destacaron entre ellos J. G. Anderson, geólogo sueco, y Walter W. Granger, paleontólogo del Museo Americano de Historia Natural. En un trabajo rutinario efectuado en 1921 en la Colina de los Huesos de Dragón, Anderson, Granger y O. Zdansky, paleontólogo austríaco que trabajaba como ayudante de Anderson, fueron conducidos por lugareños a una cavidad que se decía "llena de huesos de dragón". No se descubrió nada de interés, salvo algunos fragmentos de sílex; sin embargo, puesto que los fragmentos quedaban muy lejos de su contexto geológico, Anderson los consideró instrumentos de algún hombre primitivo.

Aunque se inició la excavación de la cueva, el progreso de los hallazgos se producía con lentitud. En 1923, Zdansky encontró dos dientes antropomórficos. Cuando se empezó una excavación sistemática en 1927, Birger Böhlin, paleontólogo sueco, descubrió un molar inferior en buen estado. Davidson Black, que era entonces profesor de anatomía en la Facultad de la Unión Médica de Pekín, asignó el fósil a una nueva especie que llamó *Sinanthropus pekinensis.* De 1927 a 1937, año este último en que los trabajos se interrumpieron por la invasión japonesa de China, la cueva se excavó de manera continuada. Pei Wenzhong, encargado de la excavación de Zhoukoudian entre 1928 y 1935, encontró el primer cráneo completo, en el invierno de 1929; se obtenía



1. CUEVA CALCAREA habitada por el hombre de Pekín, variedad de *Homo erectus,* desde hace 460.000 años hasta hace 230.000. La cueva se descubrió a principios de la década de 1920. Las excavaciones llevadas a cabo a lo largo de 50 años, dirigidas desde 1949 por el Instituto chino de Paleontología de Vertebrados y Paleoantropología, han proporcionado pruebas del uso del fuego, un conjunto de 100.000 instrumentos líticos, huesos y dientes de más de 40 individuos, así como restos fósiles de distintas especies de animales y plantas que seguramente constituían la dieta del hombre de Pekín. La fotografía, obra de Carl Mydans, muestra la entrada oriental de la cueva, que quedó abandonada al producirse un hundimiento general hace 300.000 años.



2. UBICACION DE LA CUEVA, en la población de Zhoukoudian, a unos 50 kilómetros al sudoeste de Beijing (*derecha*). Desde el punto de vista administrativo depende de Fangshan, un distrito suburbano de Beijing, a unos 150 kilómetros de la costa (*izquierda*). En la zona noroeste de la población se encuentra la colina de los Huesos de Dragón, llamada así por la existencia de mamíferos fósiles, recolectados por aficionados que los consideraban huesos de dragón de valor medicinal. La Localidad I de Zhoukoudian, una de las cuatro estaciones de la colina, es la cueva habitada por el hombre de Pekín.

con ello una sólida base para los estudios científicos sobre el hombre de Pekín.

Desde la creación de la República Popular de China, en 1949, las campañas de excavación de la cueva corrieron a cargo del Instituto de Paleontología de Vertebrados y Paleoantropología. Hasta 1966 se llevaban descubiertos restos pertenecientes a más de 40 individuos, machos y hembras, de diversas edades, en asociación con decenas de millares de instrumentos líticos y manifestaciones del uso del fuego. Se descubrieron, además, restos de dos especies vegetales (y el polen de muchas más especies) y 96 formas distintas de mamíferos. La riqueza de fósiles y la meticulosidad con que se han estudiado permiten reconstruir algunos elementos de la historia del hombre de Pekín en esos 200.000 años.

La cueva, llamada técnicamente Localidad I de Zhoukoudian, es una vasta cavidad cárstica en una estructura calcárea formada durante el período Ordovícico, hace unos 500 millones de años. Los paisajes cársticos, que toman el nombre de una región situada a lo largo de la costa dálmata de Yugoslavia, se originan por la acción del agua subterránea sobre calizas masivas solubles. La cavidad cárstica habitada por el hombre de Pekín posee una longitud de 140 metros de este a oeste. La anchura máxima, de 40 metros, está en el extremo oriental; la menor, en el extremo opuesto, apenas si se extiende algo más de un par de metros.

La cueva primitiva, no obstante, no se parecía a la actual, ni en sus comienzos estuvo habitada por el hombre de Pekín. La formación de una cavidad en el interior de la colina empezó durante el Plioceno, hace unos cinco millones de años, cuando la filtración de las aguas a lo largo de las fisuras horizontales y verticales de la roca disolvió la caliza y transportó los sedimentos al exterior. La erosión horizontal originó una larga cavidad, más estrecha en los extremos que en la parte central; la erosión vertical se efectuaba por fisuras pendientes, creando canales en forma de embudo, cuyo fondo era profundo, quebrado e irregular. La caverna originaria era una oquedad de la Colina de los Huesos de Dragón sin aberturas en la superficie. Sin embargo, debido a la continua erosión de la colina por el antiguo río Zhoukou, un contrafuerte de la vertiente oriental de dicha colina resultó afectado a principios del Pleistoceno, exponiendo la pared este de la cueva a la acción del agua. El contrafuerte oriental desarrolló entonces una fisura diagonal, situada aproximadamente en el emplazamiento actual de la pequeña entrada de la cueva por el este. La fisura fue ensanchándose progresivamente, hasta establecer una conexión entre el río Zhoukou y la cueva. Arena y limo transportados por el río se depositaron en el interior de la cueva, nivelando gradualmente el fondo irregular y creando un suelo plano y espacioso. Fue en ese momento cuando el hombre de Pekín la escogió para su residencia.

Inicialmente, el hombre de Pekín se introducía en la cueva por el este y ocupaba especialmente la parte oriental de la misma. Hace unos 350.000 años, sin embargo, se produjo un hundimiento en el lugar de la parte oriental que hoy se llama la Sala de la Paloma. Una enorme masa de rocas se desplomó de la bóveda, bloqueando completamente la entrada por el este. El hombre de Pekín tuvo que abandonar lo que había sido la zona más espaciosa de la cueva, pero consiguió habilitar una nueva penetración a ella a través de una fisura en su parte central. Todavía habitó en la parte occidental hasta hace 230.000 años, cuando la cavidad ya había quedado totalmente rellena por los restos de la ocupación humana y por los bloques de caliza.

La cueva permaneció repleta de estos depósitos hasta su excavación. Los materiales que incluyen restos del hombre de Pekín tenían un espesor próximo a los 40 metros; en 1929 fueron divididos por Pierre Teilhard de Chardin y Yang Zhongjian, un paleontólogo chino, en 10 niveles distintos. El arqueólogo Jia Lanpo estudió en 1951 los depó-

sitos situados por debajo de la capa 10, y definió tres capas más (de la 11 a la 13). Los distintos investigadores decidieron situar estos depósitos en el período que llamaron Zhoukoudiense. Aunque el período se reconoció como perteneciente al Pleistoceno medio, aproximadamente hace medio millón de años, la cronología, de límites indefinidos, carecía de la precisión necesaria para dar idea de la evolución del propio hombre de Pekín.

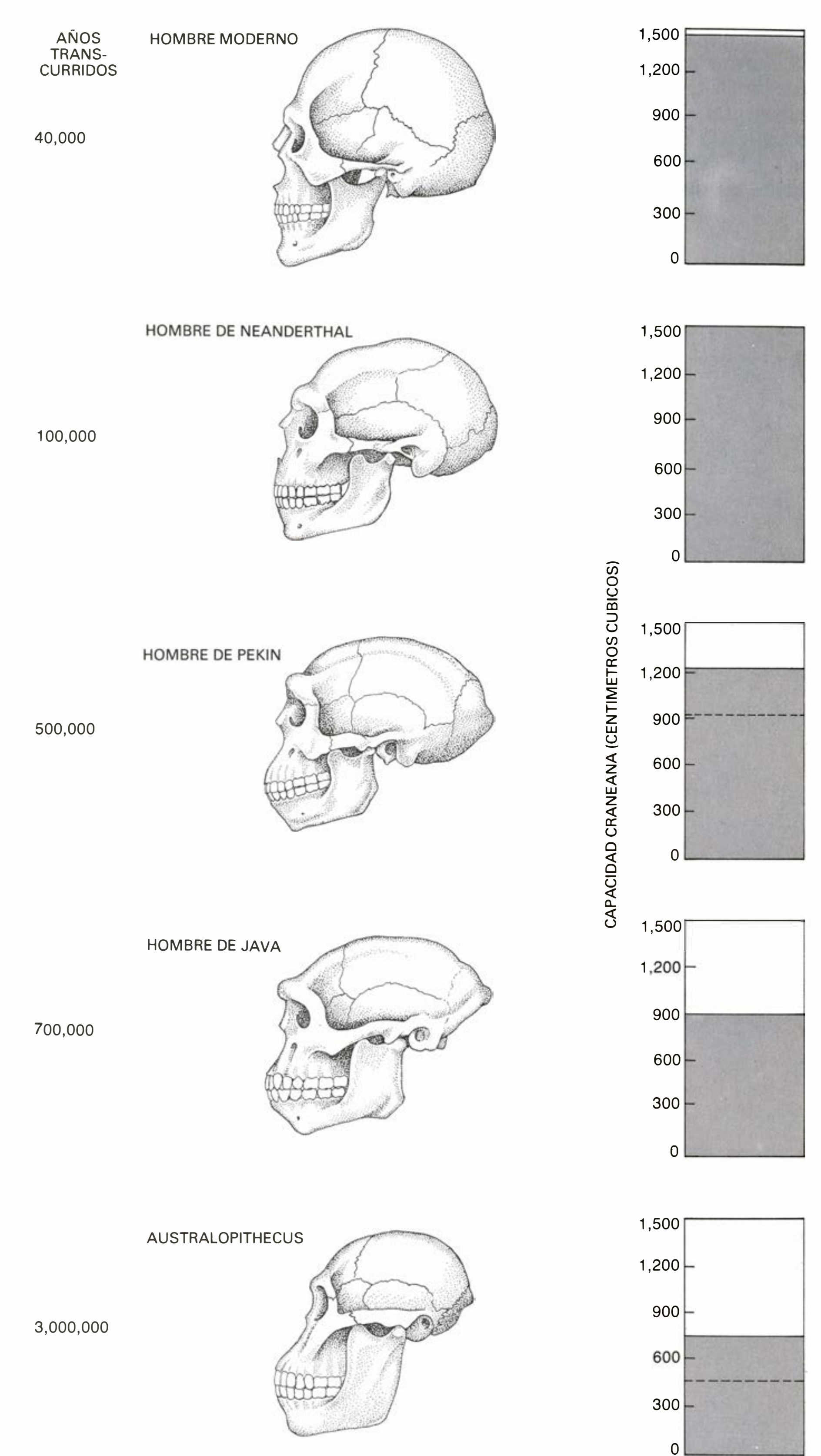
Un numeroso grupo de científicos pertenecientes a cinco instituciones distintas han realizado recientemente investigaciones cronológicas que han permitido obtener, por primera vez, una datación bastante exacta de cada capa. La capa 10 se dató contando las marcas dejadas en minerales cristalinos por la desintegración de núcleos de uranio 238, el isótopo más frecuente del uranio. El número de fisiones producidas es constante, y por ello la cantidad de marcas señaladas representa la medida del tiempo transcurrido desde que se formó el mineral. Se ha llegado de este modo a la conclusión de que la capa 10 se depositó, como máximo, hace 460.000 años.

Científicos del Instituto de Geología de la Academia china de Ciencias dedujeron, por medio de la técnica de datación conocida como método de la serie del uranio, que las capas 8 y 9 se depositaron hace 420.000 años. Lo que se mide en este método es la abundancia relativa de uranio 234 y del producto de su desintegración radiactiva, el torio 230. La desintegración ocurre con un ritmo conocido de valor constante; la proporción de ambos elementos indica, por tanto, el momento en que se formó el mineral que contiene el uranio.

Se aplicó otro método a la datación de la capa 7, que viene a tener una edad comprendida entre 370.000 y 400.000 años. Pudo establecerse a partir del magnetismo remanente en los minerales contenidos en la capa. Cuando un mineral magnético cristaliza, su eje adopta la dirección del campo magnético terrestre. Las inversiones periódicas del campo magnético dejan de este modo en las rocas un registro que determina su momento de depósito. El método de la serie del uranio ha sido aplicado además al depósito de las tres capas más modernas. Los resultados indican una edad absoluta de 230.000 años.

Los fósiles del hombre de Pekín

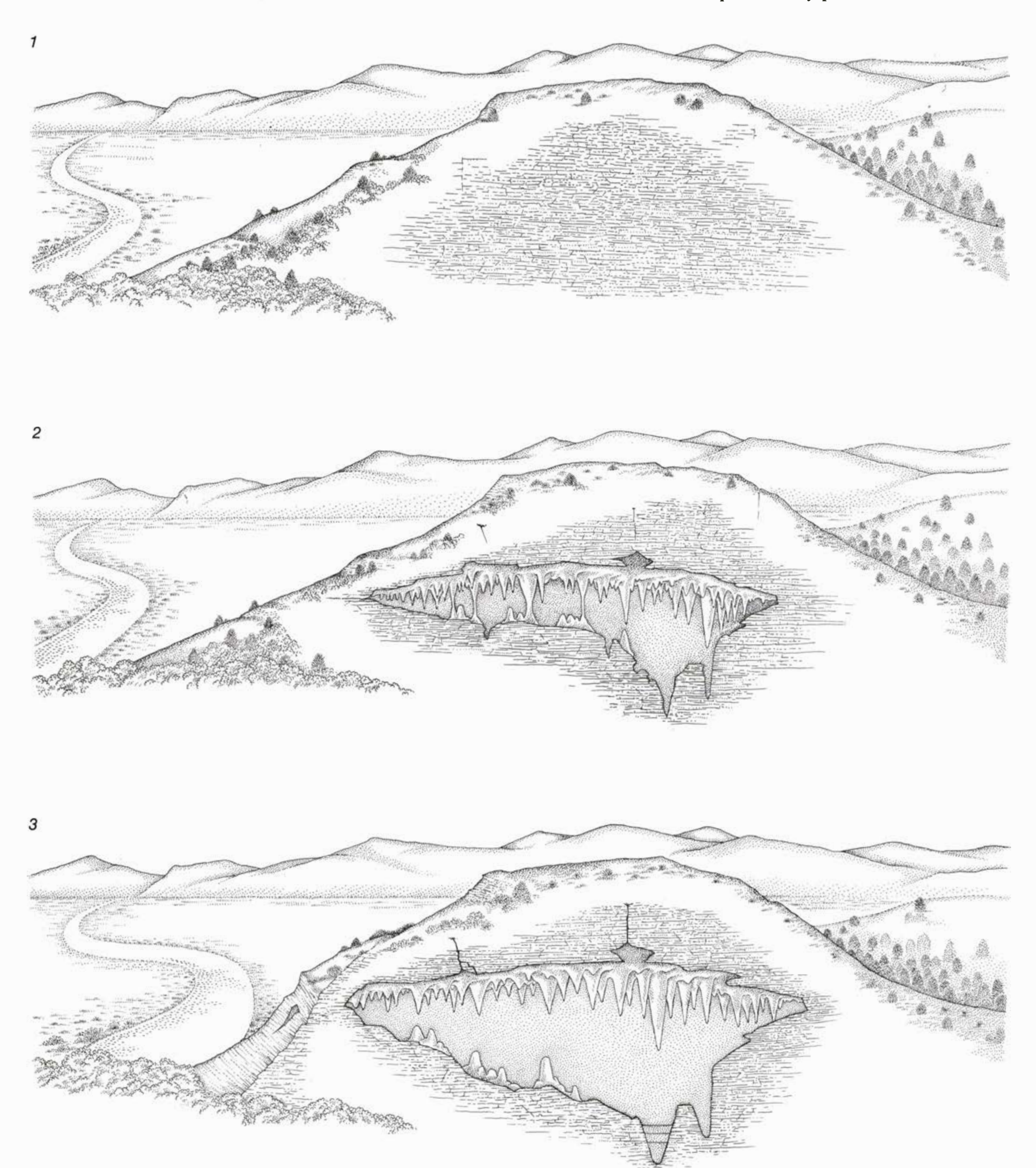
Los restos del hombre de Pekín descubiertos durante los últimos 50 años se han inventariado como sigue: seis crá-



3. EXPRESION DE LA EVOLUCION HUMANA a través de los cambios morfológicos operados en el cráneo (*izquierda*) y del incremento en la capacidad del mismo (*derecha*). *Australopithecus*, el primitivo homínido que apareció hace unos cuatro millones de años, tenía un cráneo aplanado, con mandíbulas prominentes y una reducida cavidad encefálica (entre 450 y 750 centímetros cúbicos). Los restos más antiguos se han hallado en Etiopía. Hace 1,5 millones de años surgió *Homo erectus*. Dos de sus representantes, el hombre de Java y el de Pekín, poseían una estructura facial relativamente evolucionada y una capacidad craneana que oscilaba entre 850 y más de 1000 centímetros cúbicos. Diferían en edad, aspecto y tamaño del encéfalo. Hasta hace 100.000 años no apareció el hombre de Neanderthal, el primer representante de la especie *Homo sapiens*; su cavidad encefálica era ya mucho mayor y la mandíbula menos prominente. El hombre moderno, la subespecie *Homo sapiens sapiens*, llegó hace unos 40.000 años.

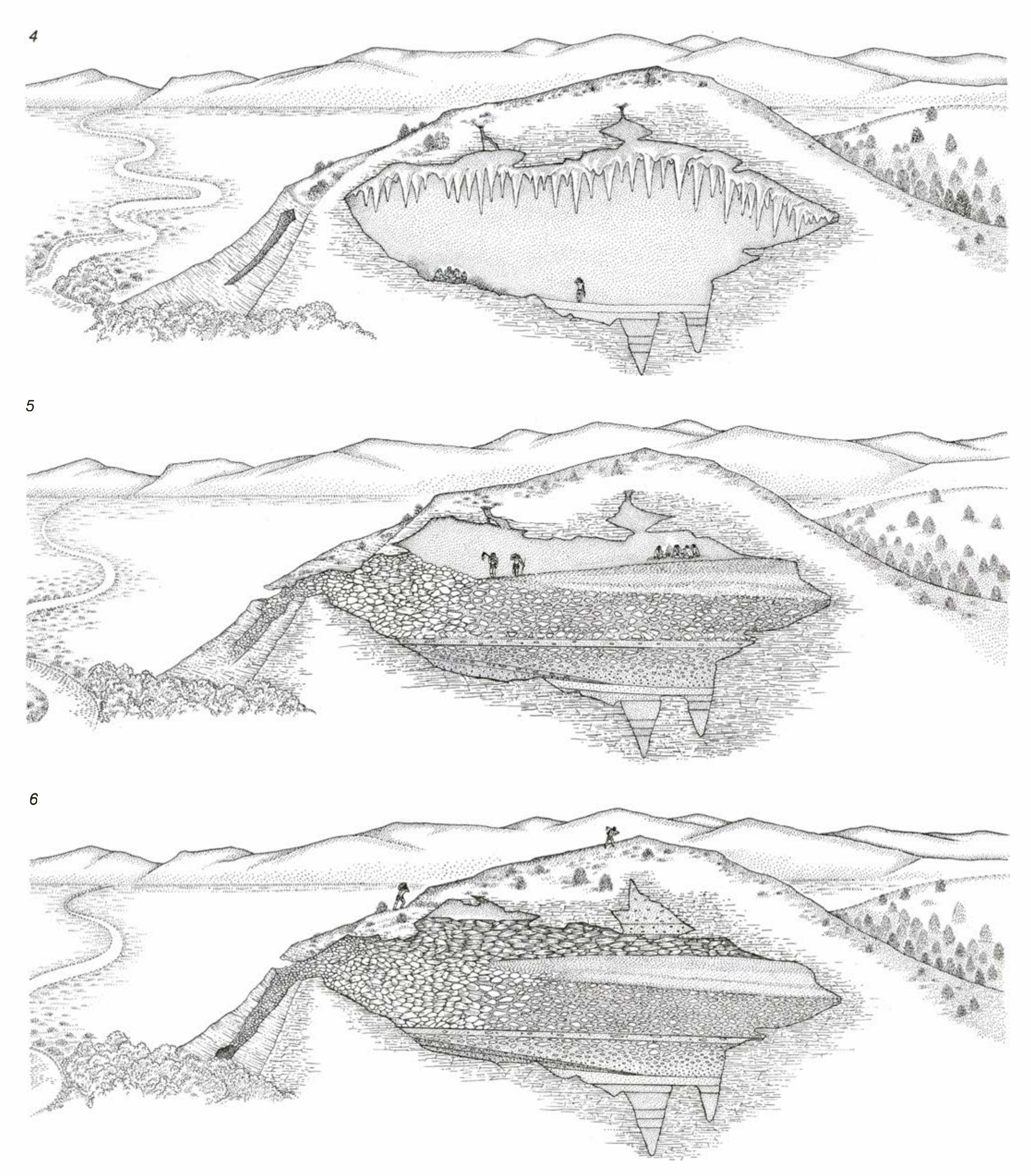
neos completos o casi completos y otros 12 fragmentados, 15 fragmentos de mandíbulas, 157 dientes sueltos, tres fragmentos de húmero (el hueso del brazo), una clavícula, siete fragmentos de fémur (el hueso del muslo), un fragmento de tibia y un lunar (uno de los huesos de la muñeca, con forma de media luna). Estas piezas fueron descubiertas en 15 puntos distintos, un tanto dispersos, de la cueva. Los fósiles representan material perteneciente a más de 40 machos y hembras, que murieron en edades distintas. Con este material fósil puede recontruirse la constitución física y la apariencia del hombre de Pekín.

Al igual que otras formas de *Homo erectus* que surgieron en el Pleistoceno medio, el hombre de Pekín poseía un esqueleto muy parecido al del hombre



4. EVOLUCION DE LA CUEVA de la Localidad I de Zhoukoudian, esquematizada aquí en seis estadios. La colina de los Huesos de Dragón, donde se originó la cueva, es una estructura calcárea que se formó 450 millones de años atrás (*1*). Puesto que la caliza se iba disolviendo por acción de agua subterránea, en el interior de la colina se originó una cavidad, hace unos cinco millones de años (*2*). Cuando la estribación oriental de la colina sufrió la acción erosiva del antiguo río Zhoukou, hace unos tres millones de años, se produjo una pequeña abertura en la cueva, que creció con el tiempo (*3*). El río arras-

moderno. La mayor diferencia se aprecia en los huesos de las extremidades: de gruesas paredes y una cavidad medular estrecha, en *H. erectus pekinensis*. Sin embargo, el cráneo del hombre de Pekín difería sustancialmente del típico del hombre moderno. Mucho más grueso y aplanado, poseía arcos superciliares fuertes y un marcado saliente en el occipucio. La cavidad encefálica era mayor que la de *Homo habilis*, una especie que surgió hace 1,8 millones de años, y también mayor que la del hombre de Java, tal vez la forma más antigua de *Homo erectus;* la capacidad craneana era todavía mucho menor que la del hombre moderno. Los dientes eran gruesos y más robustos que los de *Homo sapiens* y muestran indicios de un reborde de esmalte, llamado cíngulo, alrededor de la corona. El cíngulo es un



tró cantos y limos hacia el interior de la cueva, nivelando las irregularidades originadas por la erosión de la caliza. El amplio espacio resultante fue aprovechado como refugio hace 460.000 años por el hombre de Pekín (*4*). La entrada este y la parte oriental de la cueva constituían las principales áreas de habitación, hasta que un desplome del techo, hace 300.000 años, le obliga a trasladarse a la parte occidental, con acceso en la sección central a través de una fisura (*5*). Cuando el hombre de Pekín abandonó la cueva, hace 230.000 años, se encontraba ya llena de bloques caídos y restos de la ocupación humana (*6*).

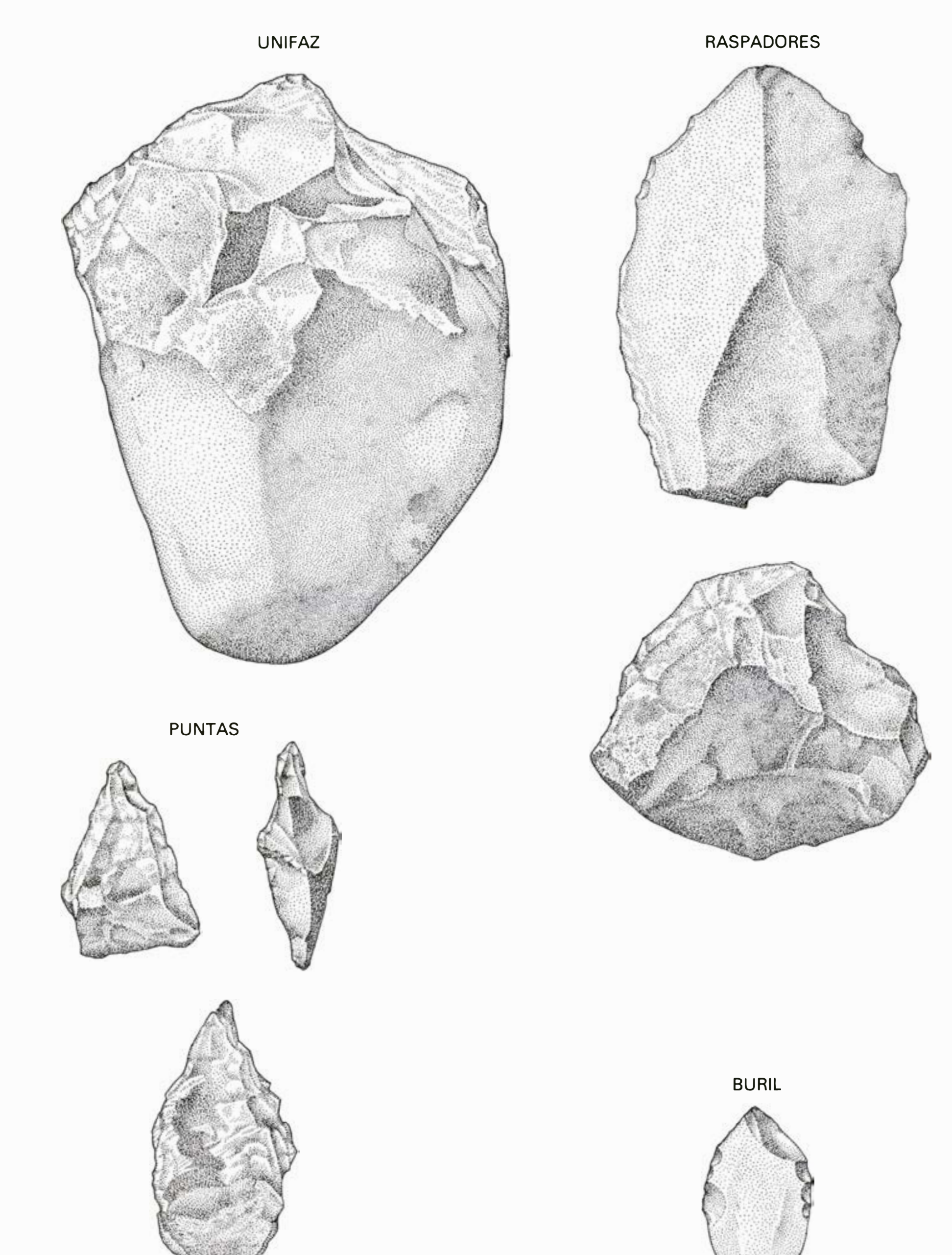
rasgo de primitividad en el hombre prehistórico.

Todos los restos del hombre de Pekín descubiertos hasta la fecha han sido estudiados por uno de nosotros (Wu Rukang) y Dong Xingren, del Instituto de Paleontología de Vertebrados y Paleoantropología. Hemos prestado especial atención en lo que se refiere a su capacidad craneana. Cabe señalar que no puede tomarse incondicionalmente el tamaño del cerebro como indicativo de la inteligencia humana; un homínido con una gran cavidad encefálica no es necesariamente más inteligente. No obstante, el hombre moderno, con un promedio de capacidad craneal de 1450 centímetros cúbicos, debe haber evolucionado a partir de un lejano antepasado con un cráneo más pequeño. Por tanto, la tendencia en la capacidad craneana humana es de aumentar, y así, la capacidad de una especie o subespecie dadas ha de proporcionar información sobre su situación en el marco de la evolución humana.

Generalmente se acepta que la capacidad craneana del hombre y sus antepasados se había estabilizado entre los 500 y los 800 centímetros cúbicos durante el intervalo comprendido entre 1,5 y 3 millones de años atrás. Es ésta la capacidad medida en ejemplares de *Australopithecus* y *Homo habilis*. El hombre de Java, la forma de *Homo erectus* que apareció hace un millón de años, aproximadamente, tenía una capacidad craneana de unos 900 centímetros cúbicos. Cuando surgió el hombre de Pekín, el promedio de capacidad había alcanzado ya los 1054 centímetros cúbicos.

Conviene indicar que este valor para la cavidad encefálica del hombre de Pekín es un promedio de seis cráneos relativamente completos extraídos de Zhoukoudian. Uno de ellos es el cráneo de un muchacho que debió morir a la edad de ocho o nueve años. Un cráneo juvenil es, obviamente, menor que el de un adulto; si éste no se hubiese tenido en cuenta, el promedio de capacidad craneana para el hombre de Pekín hubiera subido a 1088 centímetros cúbicos.

El largo intervalo de tiempo que abarcan los fósiles del hombre de Pekín nos ofrece la posibilidad de observar cambios en la morfología, en particular el incremento de la capacidad craneana, a lo largo de la etapa de ocupación del yacimiento. El promedio de la capacidad de cuatro cráneos procedentes de las capas 8 y 9 (fechadas en más de 400.000 años) es de 1075 centímetros cúbicos. El único cráneo exhumado de la capa 3 (de 230.000 años) posee una capacidad de 1140 centímetros cúbicos. Parece, pues, que el hombre de Pekín iba aproximando su anatomía al hombre moderno tras 200.000 años de vida en la cueva.



5. INSTRUMENTOS DE PIEDRA construidos por el hombre de Pekín. Eran de cuatro tipos principales: el *chopper* o unifaz (*arriba a la izquierda*), el raspador (*arriba a la derecha*), la punta (*abajo a la izquierda*) y el buril (*abajo a la derecha*). Los fabricaban con cuarzo filoniano, cristal de roca, sílex y arenisca. Algunas de las lascas se utilizaban como instrumentos sin retoque ulterior; otras, en cambio, se modificaban para obtener instrumentos especializados, como las puntas y los buriles. La industria lítica estaba representada principalmente por pequeños útiles de una longitud inferior a los 40 milímetros y de un peso de menos de 20 gramos, aunque eran mayores muchos de los útiles primitivos (*véase la figura 7*).

Los instrumentos del hombre de Pekín

Entre los antropólogos se admite que la evolución morfológica del hombre primitivo fue más lenta y menos aparente que la transformación operada en su comportamiento y modos de vida. Las técnicas de fabricación de útiles y los propios instrumentos constituyen, en consecuencia, un importante índice de la evolución humana. En el caso del hombre de Pekín, Pei Wenzhong y Zhang Shenshui, del Instituto de Paleontología de Vertebrados y Paleoantropología, acometieron hace tres años el estudio sistemático de su cultura lítica. En su opinión, la evolución del hombre de Pekín resulta más evidente si se examina a través de sus instrumentos y del modo como los fabricaba que a partir de sus restos fósiles.

La industria lítica del hombre de Pe-

kín puede considerarse avanzada, tanto en lo que se refiere a la selección de los materiales empleados como por las técnicas de fabricación aplicadas a los mismos. Los útiles de piedra que producía estaban fabricados especialmente a base de cuarzo filoniano, cristal de roca, sílex y arenisca, lo cual demuestra que no utilizaba exclusivamente cantos rodados como material para sus instrumentos. A menudo tendría que realizar largas caminatas para dar con cuarzo filoniano o cristal de roca puestos al descubierto por la meteorización de formaciones graníticas.

Muchos de los útiles son lascas de varios tamaños, que se obtenían por tres procedimientos distintos. En la técnica llamada de percusión con yunque, una gran piedra plana (el yunque) se colocaba en el suelo y se golpeaba fuertemente con un bloque de arenisca. Se iban separando las esquirlas arrancadas de la arenisca y de entre ellas se seleccionaban las que poseían forma adecuada y bordes cortantes para emplearlas directamente o con un ulterior retoque. En otro método, el llamado de percusión directa, se sostenía el núcleo de sílex con una mano mientras con la otra se le asestaban golpes con una piedra a modo de martillo, con separación de esquirlas. El tercer método se llama de la percusión bipolar. También aquí una gran piedra plana descansa en el suelo. Sobre ella se mantenía apoyado un bloque de cuarzo filoniano con una mano, que se golpeaba verticalmente con un martillo empuñado por la otra. De este modo, las esquirlas podían saltar por ambos extremos; y a ello deben su nombre de lascas bipolares.

Algunas de las lascas encontradas en Zhoukoudian se habían utilizado sin mayores retoques, otras se transformaron en instrumentos más especializados, como raspadores, puntas, hachas, buriles y punzones. El retoque se hacía ordinariamente mediante el proceso de percusión directa. Muchos de estos útiles se refinaban sólo en la superficie opuesta a la que había sido afectada por la operación inicial de obtención de lascas. Algunas veces, no obstante, eran ambas caras las que experimentaban el retoque.

Pey y Zhang dividen la evolución de la cultura lítica del hombre de Pekín en tres períodos, atendiendo a modificaciones en el tamaño de los útiles, en el propio material y en las técnicas de su preparación. Los instrumentos líticos descubiertos entre las capas 8 y 11 representan la cultura más antigua, que se desarrolló entre hace 420.000 y 460.000 años. Está caracterizada por la existencia de instrumentos de tamaño apreciable, superiores a los 50 gramos de peso y de más de 60 milímetros de longitud y por el empleo indiferente de uno cualquiera de los tres procesos de fabricación. En esta etapa, los instrumentos construidos con materiales poco resistentes, como la arenisca, constituyen del 15 al 20 por ciento del total. En una etapa intermedia, situada entre hace 350.000 y 370.000 años, el proceso de percusión con yunque prácticamente se abandonó y, para producir lascas, se siguió el método de percusión bipolar. En consecuencia, la proporción de instrumentos con un peso inferior a los 20 gramos y una longitud de menos de 40 milímetros se incrementó en un 68 por ciento. Los útiles de un tamaño mayor disminuyeron hasta el 12 por ciento.

La última etapa discurre entre hace 230.000 y 300.000 años. La más avanzada. Los instrumentos eran de un tamaño más pequeño y los materiales empleados, de mejor calidad. Entre los instrumentos líticos extraídos de la capa 1 a la 5, los útiles pequeños muestran un espectacular incremento, hasta alcanzar el 78 por ciento del total, mientras los mayores apenas si llegaban al 5 por ciento. Aunque los instrumentos de esta tercera etapa estaban todavía en su mayor parte construidos con cuarzo, unos pocos lo eran en variedades granudas de rocas, como el cuarzo filoniano, y la fracción de instrumentos de sílex se incrementó hasta acercarse a un 30 por ciento en las capas superiores. Al mismo tiempo los instrumentos de arenisca disminuían a menos del 1 por ciento del total.

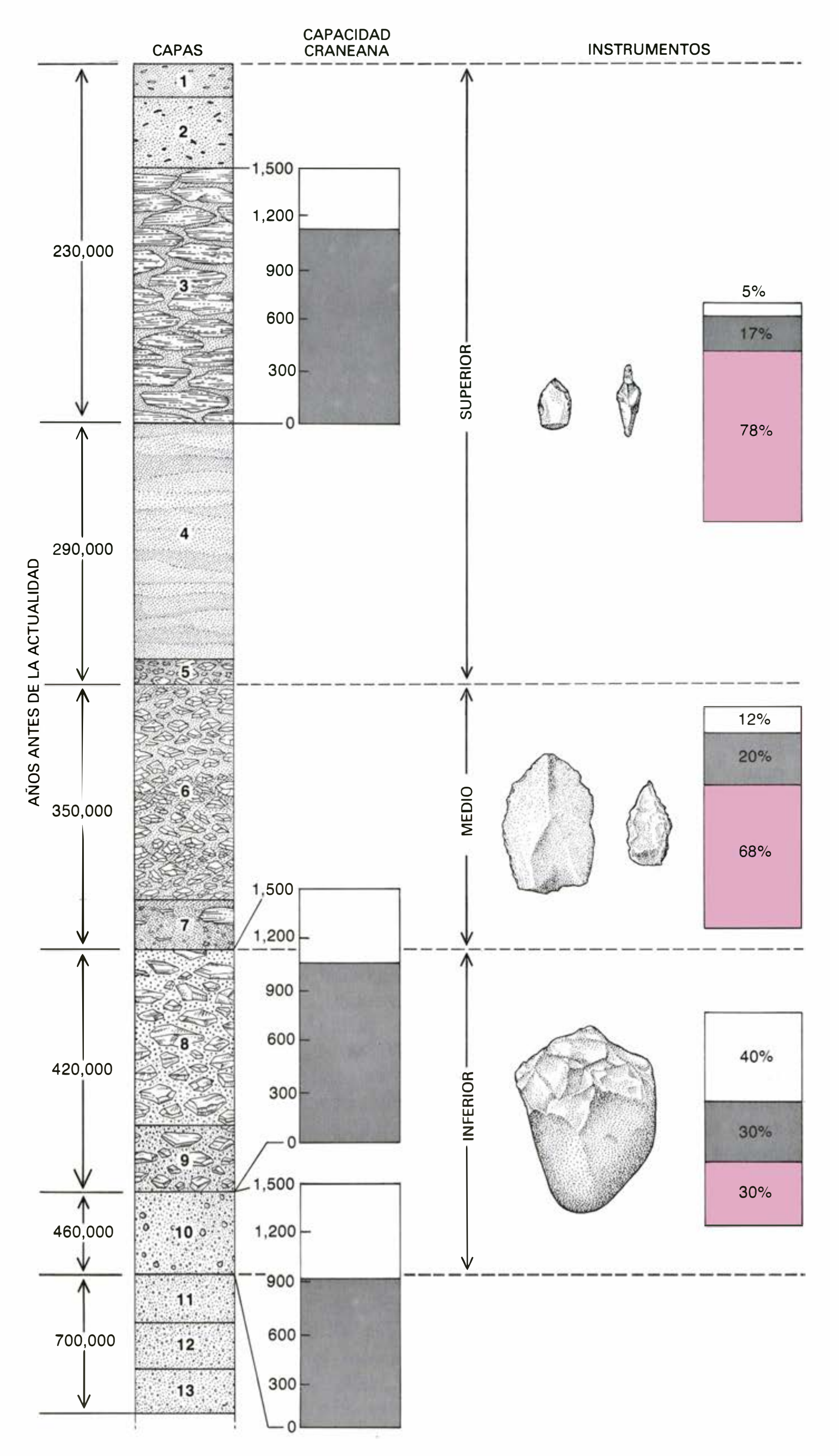


6. USO DEL FUEGO por el hombre de Pekín, comprobado por la existencia de capas de cenizas, puede reconocerse desde los comienzos de la ocupación de la cueva; la capa más gruesa es de unos seis metros y, la menor, no llega a uno. Aunque sabía mantenerlo vivo, quizá no supiera prenderlo.

Dominio del fuego

Otra indicación del estado avanzado de la cultura del hombre de Pekín viene dada por el uso del fuego. Su dominio debiose conseguir desde los comienzos de la ocupación de la cueva. Se distinguen cuatro gruesos y extensos lechos de ceniza depositados en períodos que se extienden de los 230.000 a los 460.000 años. El lecho más espeso, formado entre hace 290.000 y 310.000 años, alcanza hasta 6 metros de espesor en algunos puntos. Algunos depósitos de ceniza en montones dispersos indicarían que llegó a dominar el fuego y mantenerlo vivo durante largo tiempo.

¿Cómo pudo llegar el hombre de Pekín a encender el fuego y controlarlo? No puede darse ninguna respuesta segura, pero sí esbozarse algunas conjeturas. El hombre de Pekín parece demasiado primitivo para iniciar un fuego; más bien utilizaría los fuegos naturales del exterior producidos ordinariamente por los rayos. Presumiblemente el fuego se capturara al incendiarse las ramas de un arbusto o algo parecido y se transportara a la cueva. Dada la poca frecuencia de incendios espontáneos, debía ser de importancia vital impedir que el fuego se apagase. Un modo de conservarlo pudo ser la alimentación con leña. Otro, cubrir las ascuas ardientes con cenizas o tierra vegetal para amortiguar la ignición; podía así



7. EVOLUCION DEL HOMBRE DE PEKIN, tras 230.000 años de vida en la cueva. Se manifiesta por un incremento en el tamaño del encéfalo (*izquierda*) y por el desarrollo de una cultura lítica progresivamente más perfeccionada (*derecha*). Los depósitos de la cueva que contienen restos del hombre de Pekín se han dividido en 13 capas. Los cráneos se hallaron en la capa 10, entre la 8 y la 9, y en la capa 3. La medición de la capacidad craneana arroja un valor de 915 centímetros cúbicos para el cráneo más antiguo, de 1075 centímetros cúbicos de promedio entre los cuatro cráneos que le siguen, y de 1140 para el más moderno de todos ellos. Parece, pues, que el volumen del encéfalo aumentó en más de 200 centímetros cúbicos durante la etapa de ocupación de la cueva. El desarrollo cultural del hombre de Pekín se divide en tres etapas. En la más antigua, los instrumentos eran mayoritariamente *unifaces* y raspadores; de ellos, el 40 por ciento eran instrumentos grandes (*blanco*), el 30 por ciento de tamaño intermedio (*gris*) y el otro 30 por ciento, pequeños (*color*). En la última etapa aparecen instrumentos más complejos. La proporción de los grandes y medios bajó al 5 y al 17 por ciento, respectivamente, mientras la de los pequeños aumentó hasta un 78.

animarse un nuevo fuego soplando sobre las ascuas. Los fragmentos de carbón vegetal podrían representar restos de este proceso.

¿Cómo era el medio exterior de la cueva en la época en que el hombre de Pekín la estaba ocupando? Partiendo de un estudio polínico efectuado en la Localidad I de Zhoukoudian, Kong Zhaochen, del Instituto Botánico de la Academia china de Ciencias, y sus colegas han llegado a la conclusión según la cual el hombre de Pekín vivió bajo condiciones propias de un período interglaciar; en realidad, el clima de la época no sería muy distinto del que suele reinar hoy en China septentrional. La vegetación debió ser de bosques templados de árboles de hoja caduca y estepas, en las llanuras y valles, y bosques de coníferas en las montañas.

Un clima templado comporta anualmente los rigores del frío invernal, pero también proporciona tipos diversos de productos vegetales comestibles. La adopción de una cueva como hogar y el uso del fuego pudieron venir estimulados por la necesidad de sobrevivir durante la estación fría.

Una gran variedad de plantas suministraba, además de leña, también frutos y semillas. Entre los depósitos de la cueva existe gran cantidad de semillas carbonizadas del almez chino, que el hombre de Pekín recolectaba y tostaba. Es lógico que recogieran semillas para alimentarse. El análisis polínico de estos depósitos desvela la presencia de otras plantas: nogal, avellano, pino, olmo y rosal silvestre. Los frutos y las semillas de estas especies deben considerarse elementos de su dieta.

La caza constituiría una importante adaptación al medio, ya que la carne aporta más proteínas y calorías que la dieta vegetariana. Evidentemente, el hombre cazador de Pekín podía competir, con éxito, con los grandes carnívoros. La abundancia de huesos fósiles de mamíferos de diversos tamaños descubiertos en la cueva indican que no cazaba solamente pequeñas presas, sino que cobraba piezas de gran tamaño.

En los carnívoros suele darse una relación lógica entre el tamaño del depredador y el de la presa. Un zorro no puede matar a una cabra, pero la cabra es la comida favorita de los leones. Merced al empleo de armas, el hombre de Pekín vencía las limitaciones impuestas por el tamaño. Así se convirtió en un buen cazador de ciervos, algunos de los cuales eran mayores y más rápidos que él. La gran cantidad de restos pertenecientes como mínimo a 3000 individuos de dos especies diferentes de ciervos, el

de gruesa mandíbula (*Megaceros pachyosteus*) y el ciervo sika (*Pseudaxis grayi*) puede interpretarse como muestra de que el ciervo era presa común.

Adaptaciones sociales

El hombre de Pekín habitaba en cuevas, utilizaba el fuego, cazaba ciervos, recolectaba semillas y fabricaba útiles especializados. Sus restos fósiles y la existencia de tales útiles demuestran su adaptación biológica y técnica. Más difícil resulta conocer su adaptación social, ya que para ello disponemos de muy pocos indicios. Nuestros estudios nos han llevado a tres hipótesis.

En términos generales, la recolección de frutos y semillas es un trabajo simple que puede efectuarse en solitario. La caza en cambio, y particularmente la de grandes presas, es tan complicada, difícil y arriesgada que resulta necesaria la intervención de muchos individuos. Puede así afirmarse que es más probable que cuando el hombre de Pekín se inició en la caza del ciervo viviese en grupos, y no aislado. Por otra parte, la existencia en la cueva de miles de restos de ejemplares cobrados indica que estos cazadores primitivos preferían transportar las presas a su vivienda y compartir con otros la comida, en vez de consumirla en el punto donde se le dio alcance.

En segundo lugar, la caza de animales de gran talla y de carrera rápida, como el ciervo, debió resultar difícil para las mujeres, a causa de sus limitaciones fisiológicas (como la gravidez y la cría de los hijos). Lo que nos induce a pensar que la dedicación a la caza originó, o por lo menos contribuyó, a la división sexual del trabajo dentro del grupo. El modelo de machos cazadores y hembras recolectoras, frecuente en las sociedades cazadoras-recolectoras actuales, se adaptó, quizá, ya en esa época.

En tercer lugar, la existencia de una cultura lítica que fue progresando de manera relativa a través de un período continuado de 200.000 años o más, sugiere que en la cueva del hombre de Pekín debió haberse practicado un ejercicio primitivo de educación. Parece improbable que cada generación recapitulara la historia entera del desarrollo de la industria lítica, desde percutir un guijarro para convertirlo en tosco instrumento hasta retocar una lasca para construir un raspador especializado. Las técnicas de fabricación de instrumentos, como la ciencia y la técnica modernas, debieron transmitirse de viejos a jóvenes a través de las generaciones.

Materia oscura en galaxias espirales

Según parece, gran parte de la materia de las galaxias espirales ni emite luz ni se concentra en las proximidades del núcleo de las mismas

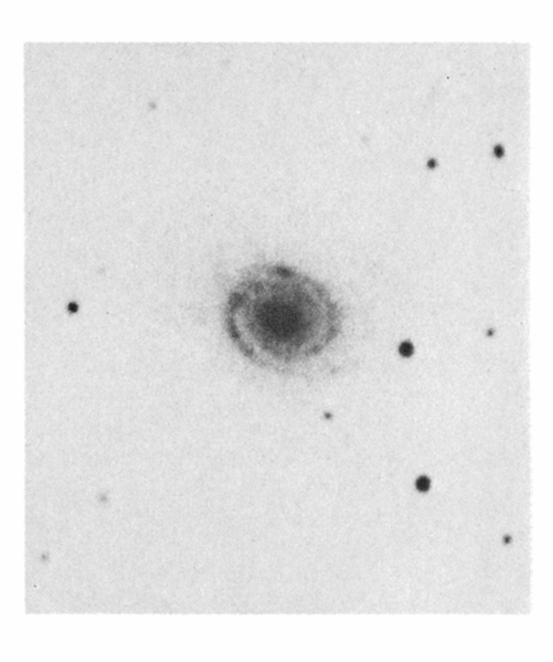
Vera C. Rubin

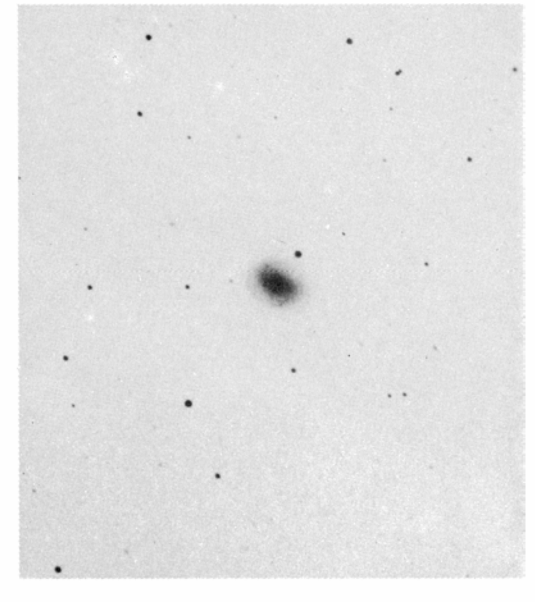
Después de haber obtenido pruebas (en el decenio de 1920) de que el universo está en expansión, resulta razonable preguntarse: ¿Continuará expandiéndose indefinidamente, o existe en él suficiente masa para que la atracción mutua de sus componentes frene el ritmo de expansión y termine por detenerla? La mayoría de los cosmólogos están de acuerdo en dos puntos: el universo se inició en una gran explosión hace 10.000 o 20.000 millones de años, a partir de un estado infinitamente pequeño y denso, y, desde entonces, se ha mantenido en ininterrumpida expansión. Se calcula que la densidad crítica de la materia necesaria para frenar la expansión y "cerrar" el universo es del orden de 5×10^{-30} gramos por centímetro cúbico, lo que viene a representar tres átomos de hidrógeno por metro cúbico. La cantidad de materia luminosa en forma de galaxias, sin embargo, se cifra en unos $7{,}5 \times 10^{-32}$ gramos por centímetro cúbico. Por tanto, para que se detuviera la expansión del universo la densidad de la materia invisible tendría que multiplicar, unas 70 veces, la densidad de materia luminosa.

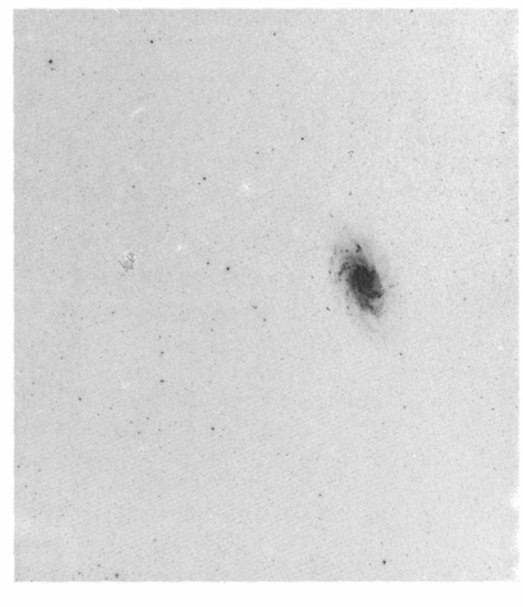
Teniendo en cuenta este factor, los astrónomos han tratado de determinar, a lo largo de los últimos cincuenta años, la masa de las galaxias que pueblan el universo hasta los límites de observación. Fundados en la luminosidad de las galaxias típicas, estiman que éstas tienen una masa que varía desde miles de millones hasta billones de veces la masa del Sol. La población estelar real de una galaxia es, por supuesto, muy variada. Hay estrellas 10.000 veces más luminosas que el Sol por unidad de masa; otras muestran sólo una pequeña fracción de la luminosidad de éste. Ante tamaña diversidad, valdría la pena saber si la distribución de luminosidad en las galaxias constituye un índice fidedigno de la distribución de masa en el universo.

La autora y sus colegas del Departamento de Magnetismo Terrestre de la Institución Carnegie de Washington han tratado de responder a esas preguntas midiendo la velocidad de rotación de ciertas galaxias, escogidas a diversas distancias de sus centros de rotación. Desde hace tiempo se sabe que, fuera del núcleo brillante de una galaxia espiral típica, la luminosidad de ésta decrece rápidamente a medida que nos alejamos del centro. Fuera del núcleo, la velocidad de rotación debería decrecer inversamente a la raíz cuadrada de la distancia, de acuerdo con la ley de Kepler para la velocidad orbital de los cuerpos en el sistema solar. Pero no dice eso lo hallado: la velocidad de rotación de las galaxias espirales, en una muestra variada, permanece constante al aumentar la distancia al centro o bien aumenta ligeramente al alejarse del centro, dentro de lo que permiten las medidas. Este resultado, inesperado, indica que la disminución de masa luminosa con la distancia al centro queda compensada por un aumento de la masa no luminosa.

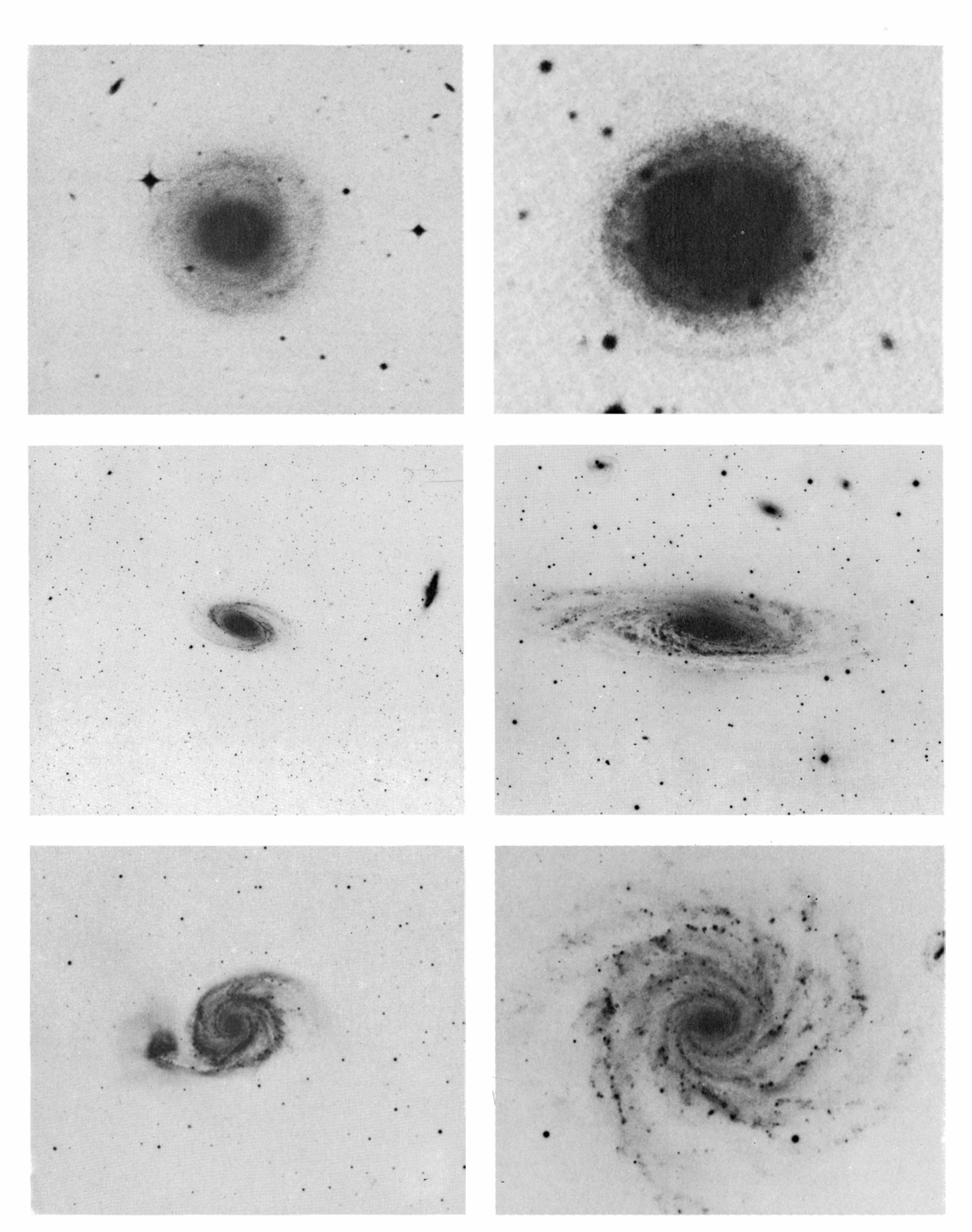
Nuestros resultados, junto con los de otros muchos investigadores que han abordado la cuestión de la masa desde puntos de vista diferentes, permiten afirmar con alguna garantía que la distribución de la luz no es un indicador válido de la distribución de la masa en las galaxias ni en el universo en cuanto tal. Una alta proporción de la masa del universo, que llega al 90 por ciento, no está radiando a longitud de onda alguna con intensidad suficiente para poderse detectar en la Tierra. En un comienzo, los astrónomos aludían a la componente no luminosa bajo el epí-



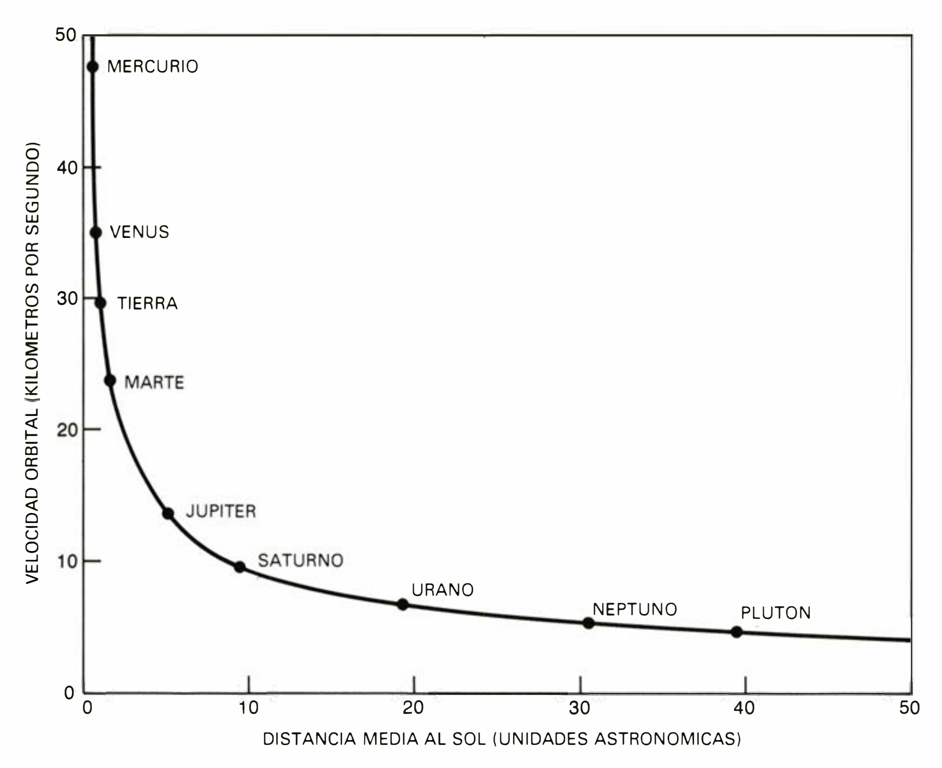




1. GALAXIAS ESPIRALES, cuya masa invisible ha sido investigada por la autora. Pertenecen a tres categorías principales: Sa, Sb y Sc. Dentro de cada



clase, las galaxias varían enormemente en tamaño y luminosidad. Se reproducen aquí nueve ejemplos en imágenes negativas en las cuales 1,2 centímetros representan 10 kiloparsec (32.600 años-luz). En la parte superior se recogen tres galaxias Sa, tres galaxias Sb en la fila central y, en la parte inferior, tres galaxias Sc. En la transición de la clase Sa a la clase Sc, el núcleo mengua con respecto al disco y la estructura espiral se hace más pronunciada.



2. LEY DE KEPLER para la velocidad orbital de los planetas en el sistema solar, en el que más del 99 por ciento de la masa total reside en el Sol. Dicha ley proporciona la curva representada. La velocidad orbital decrece en razón inversa de la raíz cuadrada de *r*, la distancia media del planeta al Sol. La distancia aparece aquí medida en unidades astronómicas; una unidad astronómica (U.A.) es la distancia media entre la Tierra y el Sol. Plutón, a 39,5 U.A., está 100 veces más lejos del Sol que Mercurio, a 0,39 U.A. La velocidad orbital de Mercurio es de 47,9 kilómetros por segundo; la velocidad orbital de Plutón será, pues, de una décima parte, o 4,7 kilómetros por segundo ($47,9 \times 1/\sqrt{100}$). Para la autora las velocidades orbitales de las estrellas en una galaxia espiral discrepan fuertemente de una distribución kepleriana.

grafe de "materia perdida". Hoy se acepta que no se ha perdido: simplemente, no se ve. Esa materia oscura podría encontrarse en estrellas de extrema debilidad y poca masa, en grandes planetas como Júpiter o en agujeros negros, pequeños o de gran masa. Entre otros candidatos se encuentran los neutrinos (en el caso de que tuvieran masa, como sugieren trabajos recientes) y partículas hipotéticas tales como monopolos magnéticos o los gravitinos.

A principios de siglo, los astrónomos consideraban razonable suponer que la distribución de materia luminosa, dondequiera que se encontrase, coincidía con la distribución de masa. Hasta que Sinclair Smith y Fritz Zwicky, del Instituto de Tecnología de California, descubrieron, hará unos 50 años, que en algunos grandes cúmulos de galaxias los individuos componentes se movían a una velocidad tal que su atracción gravitatoria mutua era insuficiente para evitar la desintegración del cúmulo. Por consiguiente, o esos cúmulos se estaban disolviendo, o bien existe en ellos suficiente materia oscura para mantenerlos unidos. Los datos disponibles abonan una configuración estable de esos agregados galácticos. Las observaciones pioneras de Smith y Zwicky reunieron, pues, las primeras indicaciones de que tales cúmulos alojan materia luminosa y no luminosa.

Siguieron otros trabajos que apoyaban dicha conclusión. Estudios de la dinámica de distintas galaxias, la nuestra incluida, de pares de ellas, de grupos y cúmulos galácticos apuntan hacia una componente de masa, aunque inobservable, ubicua. Detectan la presencia de masa no luminosa a través, sólo, de sus efectos gravitatorios.

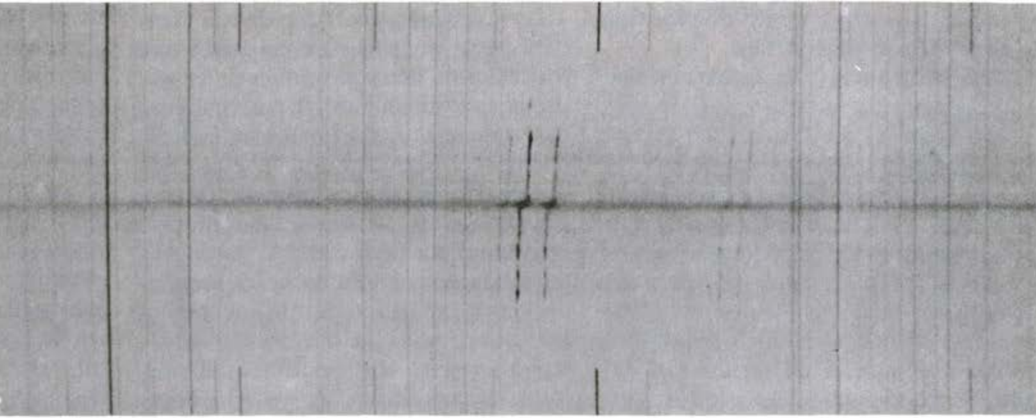
A lo largo de los últimos años, W. Kent Ford, Jr., Norbert Thonnard, David Burstein y la autora se han empeñado en desentrañar la distribución de masa del universo investigando la distribución de materia en el interior de las galaxias cuya estructura fuera similar a la de la nuestra: la clase general de galaxias espirales. Hemos adoptado este enfoque porque las galaxias espirales tienen una geometría favorable para la identificación de masa, tanto si es luminosa como si no lo es, y los grandes telescopios modernos, equipados con espectrógrafos con intensificador de imágenes, permiten completar la exploración de una galaxia con unas tres horas de exposición. Antes de relatar nuevas observaciones, conviene describir cómo responden los objetos celestes a las fuerzas gravitatorias que actúan sobre ellos y de qué modo su respuesta nos desvela la distribución de materia en gran escala.

Hacia finales del siglo XVII, Robert Hooke sospechó que los planetas estaban sometidos a una fuerza gravitatoria por parte del Sol, cuya intensidad decrecía inversamente con el cuadrado de la distancia. Isaac Newton advirtió entonces que todos los pares de objetos del universo ejercían una atracción gravitatoria mutua, proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos. Dicho de otra manera, si la distancia entre los objetos se multiplica por dos, por ejemplo, su atracción mutua queda dividida por cuatro.

Para los planetas en órbita alrededor del Sol, lo que viene a significar toda la masa del sistema solar, la disminución de la atracción gravitatoria con la distancia se acompaña, exactamente, de una disminución de la velocidad necesaria para mantener el planeta en su órbita. Por tanto, Mercurio, que está a 0,39 unidades astronómicas del Sol (esto es, 0,39 veces la distancia media entre la Tierra y el Sol), tiene una velocidad orbital de unos 47,9 kilómetros por segundo. Plutón, 100 veces más lejos a una distancia media de 39,5 unidades astronómicas, posee una velocidad orbital que es sólo la décima parte de la de Mercurio, o sea, 4,7 kilómetros por segundo. Las galaxias espirales giran porque retienen el momento cinético y el momento orbital de las bolsas iniciales de gas a partir de las cuales se formaron.

En una galaxia espiral, el gas, polvo y estrellas del disco galáctico (junto con los planetas asociados y sus satélites) están todos en órbita alrededor de un centro común. Al igual que los planetas en el sistema solar, el gas y las estrellas se mueven en respuesta a la atracción gravitatoria combinada de todas las demás masas. Si se imagina la galaxia como un esferoide, la atracción gravitatoria debida a la masa M_r, yacente en el centro, y un objeto de masa m, en una órbita ecuatorial a una distancia r del centro, viene dada por la ley de Newton $GmM_r/r^2 = mV_r^2/r$, donde V_r es la velocidad orbital.

Cuando en esta ecuación se despeja V_r, el valor de m se elimina y la velocidad de un cuerpo a una distancia r del centro queda determinada solamente por la masa M_r situada hacia el interior de su posición. Si, como pasa en el sistema solar, la masa está en la proximidad del centro, entonces las velocidades a distancia r del centro decrecen en la relación de $1/r^2$. Este decrecimiento

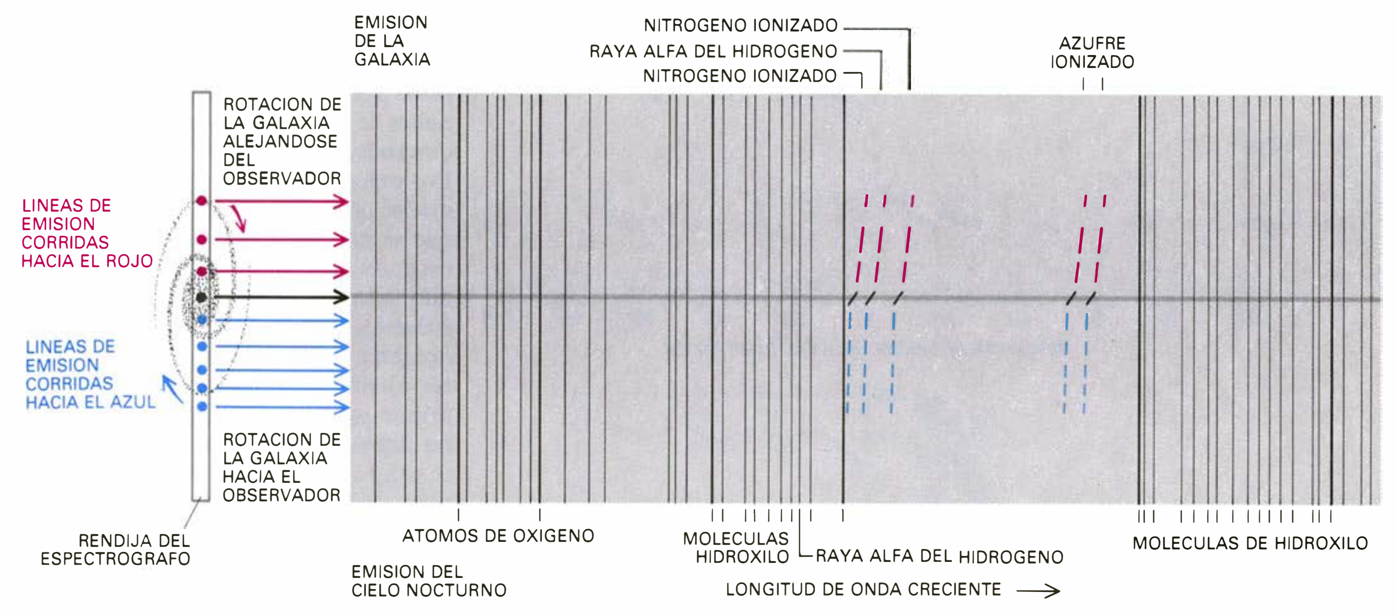
3. ESPECTRO DE LA GALAXIA ESPIRAL NGC 7541 registrado con el telescopio de cuatro metros del Observatorio Nacional de Kitt Peak por la autora y W. Kent Ford, Jr. NGC 7541 es una galaxia espiral del tipo Sc que dista 60 megaparsec. (Un megaparsec vale 3,26 millones de años-luz.) El tiempo de exposición fue de 114 minutos. La galaxia se ve a la izquierda tal como aparece en un monitor de televisión en la sala de mandos del observatorio. La línea oscura que atraviesa la galaxia muestra la orientación de la rendija del espectroscopio. Se examina aquí la luz procedente de todo el disco.

de la velocidad orbital se llama kepleriano en honor de Johannes Kepler, que fue el primero en formular las leyes del movimiento planetario.

En toda galaxia, el brillo presenta un agudo máximo cerca del centro y disminuye rápidamente con la distancia. Durante mucho tiempo, los astrónomos supusieron que la masa decrecía también rápidamente con la distancia, de acuerdo con la distribución de luminosidad. Se esperaba, en consecuencia, que las estrellas situadas a distancias progresivas del centro tuvieran velocidades orbitales keplerianas decrecientes. No se habían hecho apenas observaciones de velocidad en las débiles regiones exteriores de las galaxias que pudieran confirmar o refutar esta suposición, hasta épocas recientes.

A pesar de la extrema diversidad de formas de las galaxias espirales, los astrónomos han logrado agruparlas en tres clases, siguiendo un esquema propuesto hace unos 60 años por Edwin P. Hubble. Las designadas Sa se distinguen por su gran protuberancia central, rodeada de brazos lisos estrechamente arrollados, donde los "nudos", o regiones brillantes, difícilmente pueden resolverse. Las galaxias Sb tienen una protuberancia central menos pronunciada y brazos más abiertos, con nudos más pronunciados. Las Sc, por último, se caracterizan por un núcleo central pequeño y brazos bien separados, moteados de segmentos luminosos brillantes y definidos. El paso del tipo Sa al tipo Sc corresponde a un alisamiento de la protuberancia central y un aumento de la prominencia del disco que gira a su alrededor. La hipótesis de que el disco gira se apoya en sencillos razonamientos dinámicos.

Dentro de cada clase existen variaciones sistemáticas en tamaño y luminosidad. Así, las galaxias Sc varían desde objetos pequeños de poca masa y baja luminosidad hasta galaxias de masa y luminosidad enormes. Para ser completo, por tanto, el estudio de la dinámica de las galaxias debería incluir no sólo objetos con variación de tipos



4. LINEAS DE EMISION, en el espectrograma de NGC 7541, procedentes de dos fuentes: la luz nocturna y los átomos de las nubes de gas que rodean a las estrellas brillantes en la galaxia [véase la figura precedente]. La mayoría de las líneas del cielo nocturno, que se extienden a lo largo de toda la anchura del espectrograma, proceden de moléculas de hidroxilo (OH) de la atmósfera terrestre. La rotación de NGC 7541 corre la posición de las líneas de emisión procedentes del disco de la galaxia, bien hacia una longitud de onda más corta (más azul) o bien hacia una longitud de onda mayor (más roja), según la rotación esté arrastrando las estrellas y el gas hacia el observador o alejándolas del mismo. La propia galaxia se está alejando del observador en virtud de la expansión general del universo; por consiguiente, la línea alfa del hidrógeno procedente del gas en la galaxia estará corrida hacia el rojo con respecto a la posición de la misma línea en la luz nocturna. El corrimiento es una medida de la velocidad de alejamiento de la galaxia. La inclinación de las líneas de emisión galácticas muestra que la velocidad orbital de las estrellas y del gas del disco galáctico crece con la distancia desde el centro de la galaxia.

morfológicos, sino también objetos con variación de luminosidades.

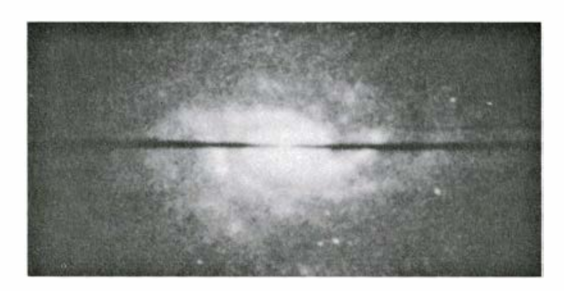
Solamente en el caso de las estrellas más cercanas de nuestra galaxia podemos detectar el movimiento observando la posición cambiante de la estrella frente al fondo de estrellas más distantes y galaxias de la esfera celeste. En la propia galaxia de Andrómeda, la de tipo espiral más cercana a la nuestra, una estrella dotada de una velocidad de 200 kilómetros por segundo (velocidad comparable a la del Sol) tardaría 20.000 años en recorrer un segundo de arco en el cielo. Se trata de la menor separación angular que se pueda detectar ópticamente desde la Tierra. Para estudiar los movimientos de las galaxias se recurre a un método diferente, basado en el corrimiento Doppler.

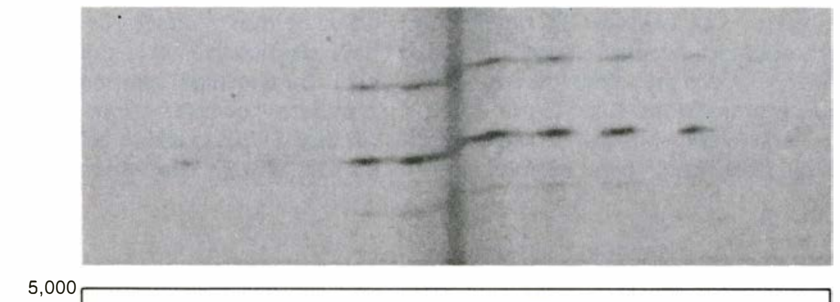
Los corrimientos Doppler son cambios en la frecuencia de las ondas que proceden de una misma fuente, causados por el movimiento de acercamiento de ésta hacia el observador o de alejamiento del mismo. Cuando se registra el espectro del núcleo brillante de una galaxia espiral, las líneas de absorción originadas por las estrellas constituyentes aparecen corridas hacia las longitudes de ondas mayores (rojo) del espectro, comparadas con las mismas líneas de un espectro obtenido en un laboratorio de la Tierra. Tales corrimientos hacia el rojo en los espectros de todas las galaxias, salvo las más cercanas, muy pocas, fueron observados por primera vez hacia 1915 por V. M. Slipher, del Observatorio Lowell; proporcionan una indicación de que el universo está en expansión: aleja, de la nuestra, a casi todas las demás galaxias y las separa, cada vez más, unas de otras. Como resultado del trabajo de Smith y Zwicky, se sabe que en las parejas, grupos y cúmulos de galaxias, el campo gravitatorio local sobrepasa a la expansión general, lo que implica que estas densas aglomeraciones de materia permanezcan unidas. Aunque las distancias entre los cúmulos de galaxias están creciendo, las distancias entre las galaxias dentro del cúmulo permanecen poco menos que invariables. Slipher observó también que los espectros de las distintas galaxias ofrecían información adicional sobre los movimientos de las estrellas y del gas dentro de la galaxia.

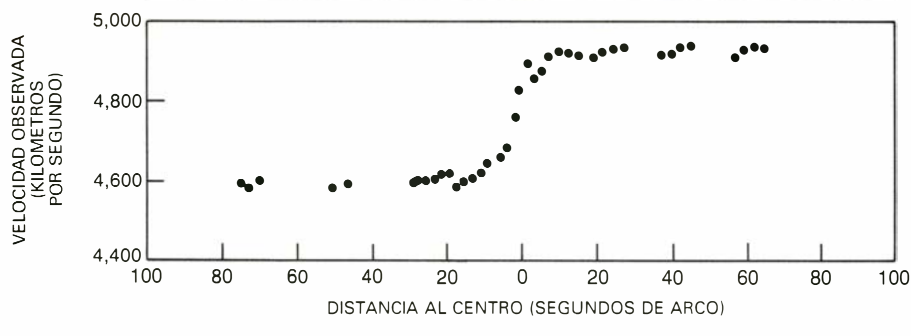
Si el disco de una galaxia espiral está orientado de tal manera que el plano se halle fuertemente inclinado con respecto a la visual desde la Tierra, la rotación de la galaxia arrastrará las estrellas y el gas de un lado del disco hacia nuestra galaxia y alejará de ella a las que descansen en el otro lado. Las líneas espectrales de la materia que se acerca se correrán, por tanto, hacia el azul, es decir, aumentarán de frecuencia, mientras que las de la materia que se aleja se correrán hacia el rojo, esto es, hacia frecuencias más bajas. La medida sobre una línea espectral en cualquier punto nos revelará, pues, la distancia angular del núcleo galáctico al punto y la velocidad a lo largo de la visual en esa distancia.

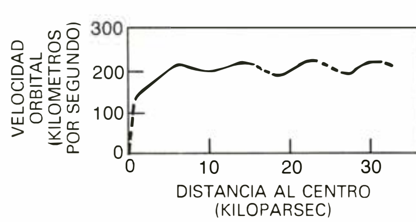
No es fácil hacer medidas espectroscópicas de las velocidades de las distintas estrellas, débiles incluso en galaxias bastante cercanas a la nuestra. En el trabajo que realizamos, no observamos, pues, estrellas, sino la luz de las nubes de gas, rico en hidrógeno y helio, que rodean a ciertas estrellas calientes. Los espectros de tales nubes están formados por brillantes líneas de emisión, que se producen cuando, en un átomo excitado, un electrón cae de un nivel más alto de energía a otro inferior. Además de las líneas de emisión del hidrógeno y el helio, suele haber brillantes líneas de átomos de nitrógeno y azufre que han perdido un electrón. Estas líneas se llaman prohibidas porque se originan en átomos en el vacío, casi total, del espacio; en los laboratorios terrestres, tales átomos ionizados una sola vez se desexcitan rápidamente en choques con otros átomos antes de que se produzca la transición prohibida.

Hasta hace poco no se podían obtener espectros ópticos de alta resolución de las débiles regiones externas de las galaxias. Nuestro programa de observaciones se desarrolló merced a la









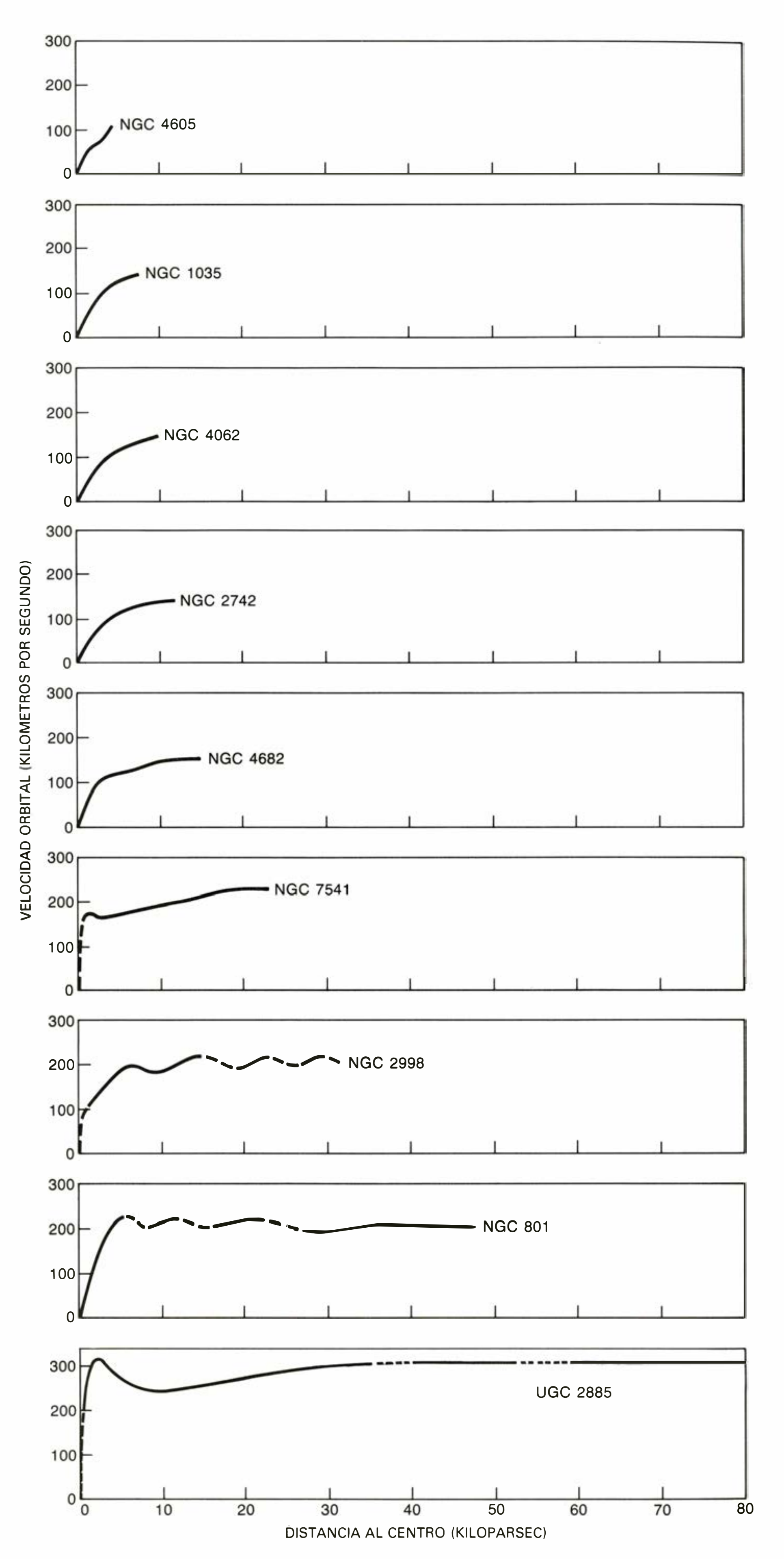
5. MEDIDA DE LA ROTACION DE NGC 2998, una galaxia Sc a una distancia de 96 megaparsec en la constelación de la Osa Mayor, para lo que se comienza con el registro de un espectrograma. La fotografía superior muestra la galaxia y la rendija del espectrógrafo superpuesta, tal como aparecen en un monitor de televisión en el telescopio de cuatro metros de Kitt Peak. Abajo está la región alfa del hidrógeno del espectrograma que resultó tras 200 minutos de exposición. Los puntos transcritos en la gráfica representan las velocidades a lo largo del disco galáctico, tal como se miden a partir de la línea alfa del hidrógeno. La galaxia se está alejando a 4800 kilómetros por segundo; el lado izquierdo de la galaxia se está acercando y el derecho, alejando. El último paso es la construcción de una curva de rotación suavizando las velocidades de ambos lados y traduciendo la distancia angular en el cielo a distancia lineal en la galaxia.

disponibilidad de grandes telescopios ópticos, de espectrógrafos de rendija larga y alta resolución y de equipos electrónicos eficaces de construcción de imágenes. Seis años atrás, la autora y sus colaboradores se aprestaron a medir las velocidades de rotación a través de todo el disco luminoso de ciertas galaxias espirales adecuadamente inclinadas. Nos proponíamos estudiar la dinámica interna y la distribución de masa, en distintas galaxias, en función de la morfología de las mismas. Hemos observado ya 60 galaxias espirales, 20 de cada uno de los tipos principales Sa, Sb y Sc. Hemos elegido ejemplos que pertenecieran a una clase bien definida, se hallaran bien inclinadas respecto al plano del cielo (dando una componente grande de la velocidad orbital según la visual), tuvieran un diámetro angular no mayor que la rendija del espectrógrafo y abarcaran un amplio dominio de luminosidades dentro de cada tipo.

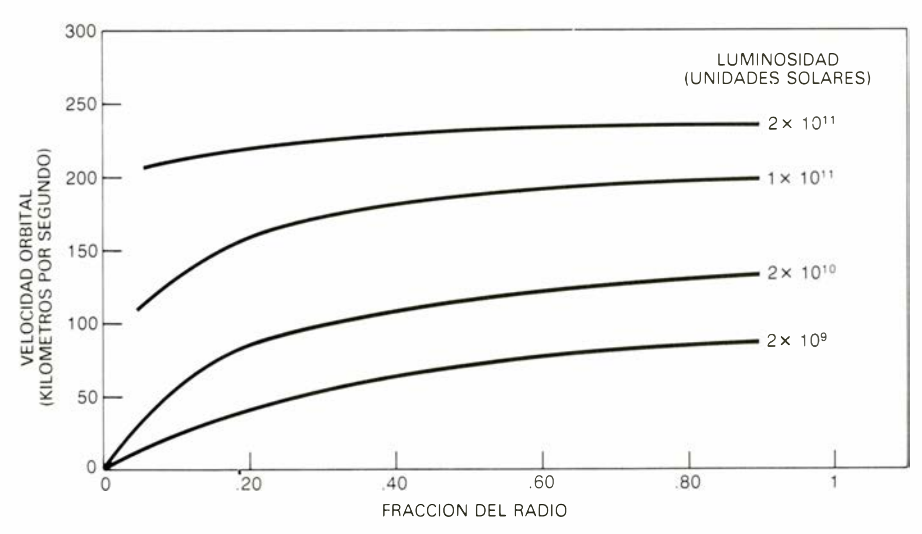
La mayoría de los espectros se han obtenido con dos telescopios de cuatro metros, el del Observatorio Nacional de Kitt Peak en Arizona y el del Observatorio Interamericano de Cerro Tololo en Chile. Se registraron también algunos espectros con el telescopio de 2,5 metros de Las Campanas, en Chile.

Una vez los fotones procedentes de la fuente galáctica atraviesan la rendija del espectrógrafo y se dispersan por una red de difracción, se hacen converger sobre un tubo intensificador de imágenes "Carnegie" (RCA C33063), donde se multiplican por un factor de 10 o más antes de que la emulsión fotográfica los registre. Las exposiciones de dos a tres horas se registran en placas Kodak IIIa-J, cuya sensibilidad, semejante a la del tubo de construcción de imágenes, se ha incrementado mucho manteniéndola previamente en un horno a 65 grados Celsius durante dos horas en un gas especial para "formarla" (nitrógeno con una proporción de 2 por ciento de hidrógeno) y preexponiéndola a destellos de luz. Sin el tubo intensificador de imágenes y los métodos de aumento de sensibilidad de las placas, hubieran resultado unos tiempos de exposición prohibitivamente grandes: de 20 a 60 horas.

Habitualmente se suelen realizar dos tomas de cada galaxia. En una de las exposiciones, se determina que la rendija del espectrógrafo coincida con el eje mayor (largo) de la galaxia; cada punto del espectro proviene de una región única del disco galáctico. Los corrimientos Doppler (debidos a la velocidad) de las líneas de emisión se dejan ver fácilmente en la imagen revelada. Se hace una segunda toma con la ren-



6. CURVAS de rotación mostrando las velocidades orbitales de nueve galaxias Sc desde el centro. Las galaxias aumentan de luminosidad de arriba abajo. Con luminosidad creciente, las galaxias son mayores, más alta su velocidad orbital y más acusados los gradientes de velocidad en la vecindad del centro.



7. VELOCIDADES ORBITALES de galaxias Sc de luminosidad cambiante, representadas en función del radio ópticamente visible de la galaxia. Las luminosidades, en unidades solares, difieren en dos órdenes de magnitud. A cada distancia radial, las velocidades orbitales aumentan con la luminosidad.

dija del espectrógrafo alineada con el eje menor del disco galáctico. Las velocidades orbitales son ahora perpendiculares a la visual: no aparecen, pues, corrimientos Doppler. La ausencia de los corrimientos de las líneas cuando la rendija del espectrógrafo está a lo largo del eje menor confirma que los movimientos que estamos estudiando son realmente orbitales.

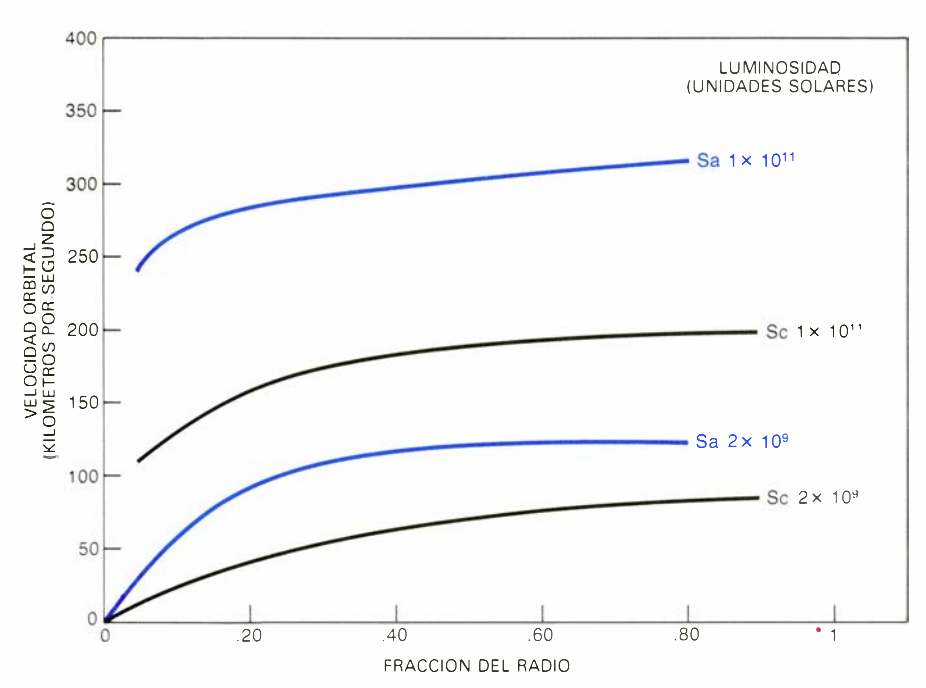
A fin de disponer de una escala de referencia con respecto a la cual medir el corrimiento de las líneas de emisión en los espectros galácticos, los astrónomos acostumbraban a registrar líneas de neón procedentes de una lámpara a lo largo de los bordes del espectro. Nosotros hemos prescindido de este método. Medimos directamente los corrimientos con respecto a las líneas inalteradas emitidas por las moléculas hidroxilo (OH) atmosféricas que aparecen en cada placa. Muchos astrónomos han adoptado complicados dispositivos de barrido de placas para medir las posiciones de las líneas, en particular para señales débiles. Pero nosotros seguimos midiendo la posición de las líneas de emisión con ayuda de un microscopio cuya platina se puede mover en dos direcciones; ello nos permite medir posiciones en cada coordenada con la exactitud de un micrometro.

En nuestro trabajo, definimos el radio nominal de una galaxia como la distancia a la que el brillo superficial de la galaxia se ha reducido hasta el umbral de detectabilidad en las placas tomadas con el telescopio Schmidt de 122 centímetros de Monte Palomar, valor igual a la magnitud vigésimoquinta por segundo cuadrado de arco. Para establecer la distancia a los objetos examinados, y su tamaño real consiguiente, hemos adoptado un valor para la constante de Hubble (que especifica la velocidad de expansión del universo) de 50 kilómetros por segundo por megaparsec. (Un megaparsec vale 3,26 millones de años-luz.)

De las velocidades medidas a partir de las líneas de emisión más intensas, calculamos una curva suavizada de rotación promediando las velocidades de acercamiento y de alejamiento de los dos lados del disco galáctico. Aunque cada galaxia presenta características distintivas en su rotación, aparecen tendencias sistemáticas dignas de destacarse. Con luminosidad creciente, las galaxias son mayores, mayores también sus velocidades orbitales y, más acusado, el gradiente de velocidad a través del abombamiento del núcleo. Además, cada clase de galaxia presenta propiedades rotacionales características. Así, las más luminosas de entre las galaxias Sa, en el punto medio de su radio, sobrepasan en más del 50 por ciento la velocidad de giro de las galaxias Sc de igual luminosidad. Entre las galaxias Sc, las más luminosas giran a velocidad doble, a distancia radial comparable, que las galaxias Sc cuya luminosidad es de la centésima parte.

De nuestras observaciones se desprende una conclusión tajante: las curvas de rotación son aplanadas o crecientes hasta los límites visibles de la galaxia. No hay regiones extensas donde la velocidad decrezca con la distancia al centro, como cabría esperar si las masas se concentraran en la parte central. La conclusión es inmediata: a diferencia de la luminosidad, la masa no está concentrada cerca del centro de las galaxias espirales. La distribución de la luz en una galaxia no constituye, pues, ninguna indicación de la distribución de masa.

En razón de su velocidad de rotación, las masas de las galaxias objeto de nuestro estudio varían desde 6×10^9 hasta 2×10^{12} veces la solar dentro de sus radios ópticos. No podemos todavía especificar la masa total de ninguna galaxia porque no vemos el "borde" de la masa. Ahora bien, la masa en el interior de cualquier distancia radial crece linealmente con la distancia; contrariamente a lo que cabría esperar, no tiende a un valor límite en el borde del disco visible. El aumento lineal de masa con el radio significa que cada capa su-



8. COMPARACION DE LAS GALAXIAS Sa y Sc. El cotejo revela que, para igual luminosidad, las velocidades orbitales son apreciablemente más altas en las galaxias Sa que en las Sc en cada distancia radial. Eso significa que las galaxias Sa alojan mayor masa por unidad de luminosidad que las Sc.

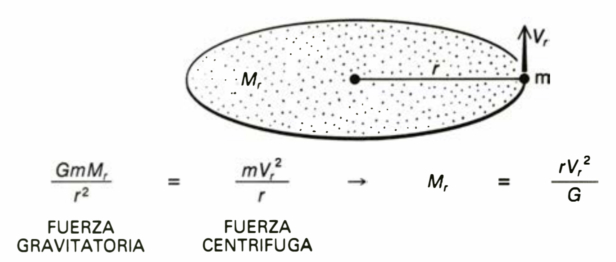
cesiva de materia de la galaxia debe contener tanta masa como cualquier otra capa del mismo espesor. Ocurre que el volumen de esas capas sucesivas aumenta con el cuadrado del radio; por tanto, la densidad de la materia en las capas sucesivas decrecerá en razón del inverso del cuadrado del radio a fin de que el producto de la densidad por el volumen permanezca constante.

El modelo teórico que menos perturba las ideas aceptadas sobre las galaxias explica las curvas de rotación observadas suponiendo que cada galaxia espiral está inmersa en un "halo" esférico de materia que se extiende mucho más allá del límite visible del disco galáctico. La atracción gravitatoria de esta masa invisible impide que las velocidades orbitales de las galaxias decrezcan con la distancia al centro galáctico. Es decepcionante que las observaciones apenas aporten información de la distribución de la materia oscura invisible. Se puede afirmar, sin embargo, que la materia oscura no forma parte del fondo general de densidad de materia del universo, sino que se concentra, de un modo notable, alrededor de las galaxias. Esto resulta evidente, ya que la densidad de la materia no luminosa decrece, aunque lentamente, con la distancia desde el centro galáctico, y la densidad, incluso a grandes distancias radiales, está entre 100 y 1000 veces la densidad media del universo.

Aunque hay otros modelos que tratan de dar cuenta de las altas velocidades orbitales, todos ellos son menos satisfactorios que el de un halo único de materia oscura. Si toda la materia oscura necesaria se confinara en un disco, éste se convertiría, rápidamente, en inestable y se agruparía en forma de una barra. El descubrimiento de la necesidad de los halos para estabilizar un disco se lo debemos a Jeremiah P. Ostriker y P. J. E. Peebles, de la Universidad de Princeton.

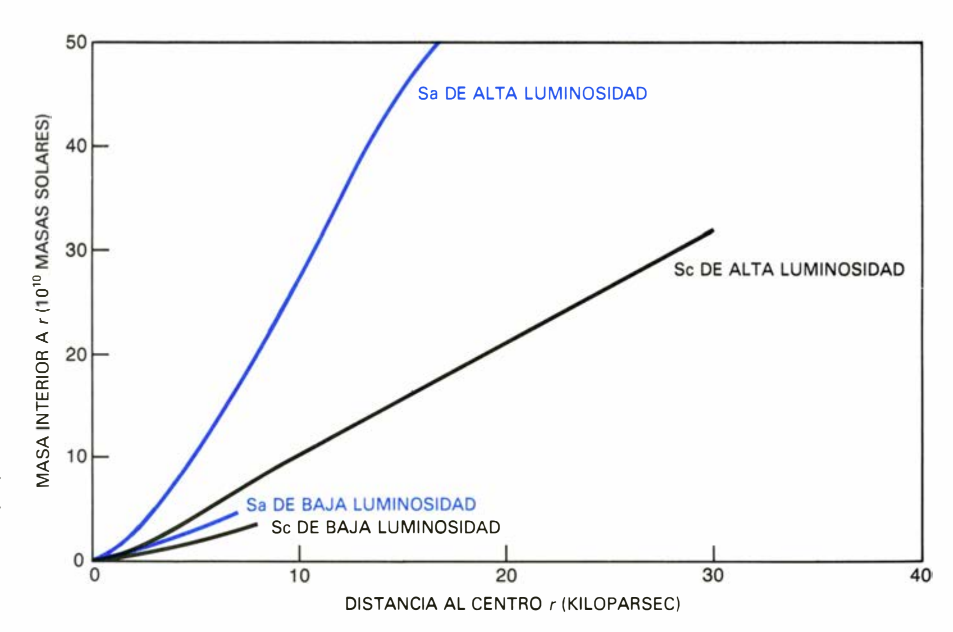
Los efectos dinámicos observados se reproducen en modelos de galaxias espirales que sitúan la masa en un núcleo, un abombamiento circundante, un disco y un halo. Entre esos esquemas teóricos recordemos los propuestos por John N. Bahcall y Raymond M. Soneira, del Instituto de Estudios Superiores de la Universidad de Princeton, Maarten Schmidt, de Cal Tech, y S. Casertano, de la Scuola Normale Superiore de Pisa. Pero quizás el enfoque más radical para explicar las altas velocidades rotacionales observadas sea el expuesto, independientemente, por Joel E. Tohline, de la Universidad del Estado de Luisiana, y M. Milgrom y J. Bekenstein, del Instituto Weizmann de Ciencia. A grandes distancias, razonan, la teoría newtoniana de la gravitación debe modificarse y permitir que las velocidades de rotación de las galaxias permanezcan altas a tales distancias del núcleo galáctico, incluso en ausencia de materia invisible.

Las radioondas de 21 centímetros emitidas por el hidrógeno neutro (no ionizado) en el disco galáctico suministran nuevas pruebas de las altas velocidades de rotación de la materia de las galaxias espirales. Los primitivos estudios de la radiación de 21 centímetros en unas pocas galaxias espirales, reali-

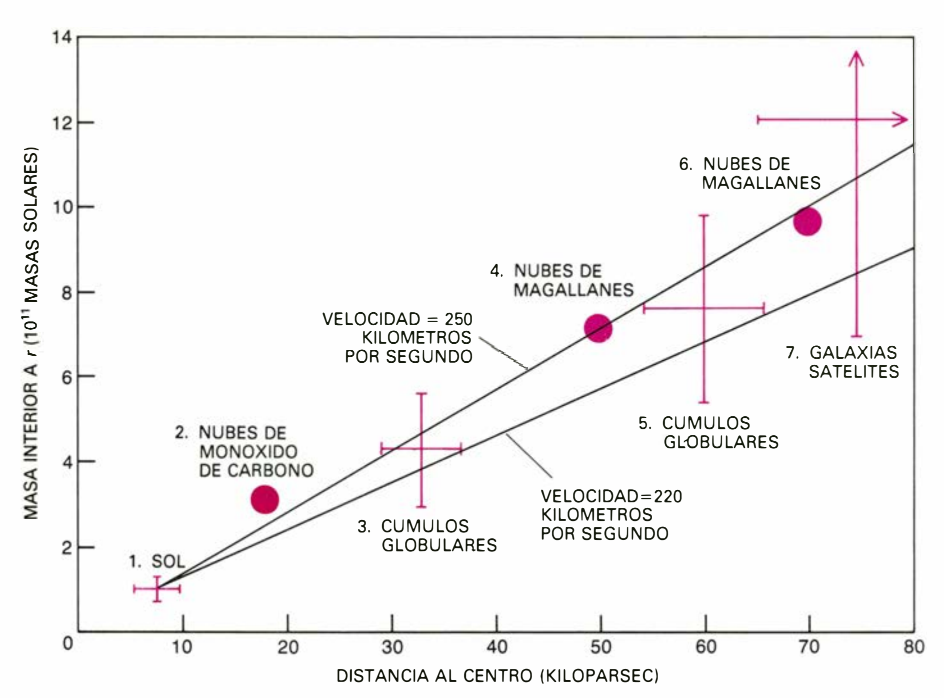


	NGC 1035		NGC 2998	
RADIO (KILOPARSEC)	VELOCIDAD V_r (KILOMETROS POR SEGUNDO)	MASA INTERIOR M_r (10^{10} MASAS SOLARES)	VELOCIDAD V_r (KILOMETROS POR SEGUNDO)	MASA INTERIOR M_r (10^{10} MASAS SOLARES)
.5	39	.018	87	.088
1	65	.098	102	.24
2	91	.39	126	.74
3	107	.80	142	1.4
5	123	1.8	182	3.9
8	135	3.4	204	7.7
20			214	21
30			214	32

9. MASA CONTENIDA dentro de una distancia radial dada, deducible a partir de la equivalencia de la fuerza gravitatoria y la fuerza centrífuga a distancia r del centro de la galaxia. En las ecuaciones, G simboliza la constante de gravitación universal; m, la masa a la distancia r; M_r la masa en el interior de r y V_r es la velocidad orbital de la masa m. La masa contenida dentro de r crece linealmente con la distancia. La tabla da la masa dentro de r para dos galaxias Sc: NGC 1035, de baja luminosidad y NGC 2998, de alta luminosidad. A cada distancia del centro galáctico, la galaxia más luminosa se caracteriza por mayor velocidad orbital y, por tanto, debe comprender una masa mucho mayor dentro de esa distancia.



10. COMPARACION DE LA MASA INTERIOR PARA GALAXIAS de alta y baja luminosidad. Se desprende que la masa crece en forma aproximadamente lineal con la distancia al centro y no da señales de tender a un límite hacia el borde de la galaxia ópticamente visible. A cada distancia radial, las galaxias Sa presentan mayor masa y, por tanto, mayor densidad que las galaxias Sc de igual luminosidad.



11. A TRAVES DEL ESTUDIO DE NUESTRA PROPIA GALAXIA se calcula la masa dentro de *r* medida en kiloparsec desde el centro galáctico. Las distancias se deducen de las velocidades orbitales y distancias medias de distintos objetos. El valor adoptado para la velocidad orbital del Sol a ocho kiloparsec de distancia es de 220 kilómetros por segundo. El segundo punto se obtiene de la velocidad media de las nubes de monóxido de carbono a una distancia media de 18 kiloparsec, medida por Leo Blitz, de la Universidad de Maryland en College Park. El tercer y quinto puntos se deducen de la velocidad de cúmulos globulares de estrellas en el "halo" de nuestra galaxia a dos distancias medias distintas del núcleo. Las velocidades de los cúmulos más próximos fueron analizadas por Carlos Frenk, a la sazón en la Universidad de Cambridge, y Simon White, de la Universidad de California en Berkeley. De las velocidades de cúmulos más distantes se ocuparon F. D. A. Hartwick, de la Universidad de Victoria, y Wallace L. W. Sargent, del Instituto de Tecnología de California. El cuarto punto fue obtenido a partir de las velocidades de las Nubes de Magallanes, las galaxias más próximas a la nuestra, estimadas por Tadayuki Murai y Mitsuaki Fujimoto, de la Universidad de Nagoya. El sexto punto representa estimas independientes de la distancia y velocidades de las Nubes de Magallanes, hechas por D. N. C. Lin, del Observatorio Lick, y Donald Lynden-Bell, de la Universidad de Cambridge. El punto final se basa en las velocidades de galaxias satélites más remotas, estimadas por Jaan Einasto y sus colegas de la Academia de Ciencias de Estonia. La longitud de las líneas verticales indica el dominio de valores para órbitas de diferentes geometrías. Las mediciones sugieren que las velocidades de rotación en nuestra galaxia están comprendidas entre 220 y 250 kilómetros por segundo y se mantienen constantes hasta aproximadamente 80 kiloparsec, unas 10 veces la distancia del Sol al centro galáctico. La masa que se halla en el interior de los 80 kiloparsec vuelve a ser unas 10 veces la masa encerrada en la distancia radial del Sol, 10^{12} masas solares.

zados por Morton S. Roberts, del Observatorio Nacional de Radioastronomía, demostraron que las velocidades de rotación del hidrógeno eran altas. Con radiotelescopios múltiples, en particular el conjunto de Westerbork en Holanda y la Gran Distribución en Socorro, Nuevo México, se iguala e incluso se supera el poder de resolución de los telescopios ópticos, con lo que se facilita la investigación de la distribución del hidrógeno en galaxias semejantes a las observadas por nosotros. Albert Bosma, de la Universidad de Leiden, ha mostrado, para una amplia variedad de tipos de galaxias, que las velocidades orbitales del hidrógeno neutro continúan siendo grandes a distancias del centro galáctico considerables.

Los diámetros aparentes de las galaxias suelen ser similares, se midan a través de observaciones ópticas o radioastronómicas. Ahora bien, para un pequeño conjunto de galaxias, el hidrógeno se extiende varias veces más allá del centro que las estrellas luminosas. Para tales objetos, se puede determinar el potencial gravitatorio allende la galaxia ópticamente visible. En varios casos, el hidrógeno no se mantiene en un plano, sino que se retuerce cerca del borde del disco visible. No es seguro, pues, que las velocidades del gas que se han medido a las mayores distancias del centro sean verdaderas velocidades orbitales circulares o que se trate de un movimiento más complicado.

Renzo Sancisi, de la Universidad de Groningen, que ha estudiado tales galaxias retorcidas, sugiere que las velocidades orbitales pueden estar decreciendo más allá de los límites de la galaxia visible. Las velocidades, no obstante, parecen decrecer muy lentamente, quizás en unos 20 kilómetros por segundo, o un 10 por ciento, y mantenerse luego constantes en ese valor a mayores distancias. Se están continuando las radioobservaciones, que deberán rendir importantes informaciones con respecto a las regiones exteriores extremas de las galaxias.

Quienes se ocupan de las galaxias tienen la suerte de poder examinar las propiedades de ejemplares que se encuentran muy alejadas y después regresar a aquélla donde viven y plantearse si presentan las mismas propiedades que las primeras. No hace tanto tiempo que los astrónomos creían que el Sol, situado a unos ocho kiloparsec del centro de nuestra galaxia, estaba cerca del borde de ésta, y que la propia galaxia era de tamaño moderado. En la actualidad, todos los indicios son de que nuestra galaxia trasciende, en mucho, la posición del Sol y de que su masa continúa creciendo.

La velocidad del Sol en su órbita alrededor del centro de la galaxia se calcula en 220 kilómetros por segundo, según James E. Gunn y Gillian R. Knapp, de Princeton, y Scott D. Tremaine, del Instituto de Tecnología de Massachusetts. Otras estimas llegan hasta 260 kilómetros por segundo. En el caso del valor más bajo, la cantidad de masa entre el Sol y el centro de la galaxia es de unas 10^{11} masas solares. Suponiendo que más allá de la distancia del Sol al centro galáctico aún queda una cantidad sustancial de masa, la galáctica hasta 100 kiloparsec puede alcanzar las 10^{12} masas solares, lo que situaría a la nuestra en la misma categoría que las mayores galaxias de su tipo.

Hace 30 años, Jan H. Oort, del Observatorio de Leiden, demostró que la masa observable de las estrellas y gas del disco galáctico en la vecindad del Sol era casi la mitad de la que se necesita para explicar la atracción gravitatoria del disco sobre las estrellas que se encuentren muy alejadas de su plano central. Este estudio ofreció la primera prueba de que nuestra galaxia alojaba también materia no luminosa.

Las velocidades orbitales de los objetos en el plano de la galaxia a bastante distancia del Sol suministran pruebas más recientes. Las medidas son difíciles, pero en algunos casos especiales se han obtenido las velocidades. Por ejemplo, Leo Blitz, de la Universidad de Maryland en College Park, ha determinado las velocidades de nubes de monóxido de carbono a distancias de casi 16 kiloparsec del centro galáctico. Estas velocidades, juntamente con las velocidades de nubes de hidrógeno determinadas por Blitz y Shrinivas Kulkarni y Carl E. Heiles, de la Universidad de California en Berkeley, proporcionan una curva de rotación que continúa creciendo al aumentar la distancia al centro galáctico.

Para deducir la masa a distancias todavía mayores, F. D. A. Hartwick, de

la Universidad de Victoria, Wallace L. W. Sargent, del Cal Tech, Carlos Frenk, de la Universidad de Cambridge, y Simon White, de la de California en Berkeley, han medido las velocidades de cúmulos globulares de estrellas en el halo de nuestra galaxia, con una muestra de cúmulos a 30 kiloparsec del centro y otra a 60 kiloparsec. Muestra su trabajo que la masa continúa creciendo en forma aproximadamente lineal hasta la distancia media de los cúmulos.

Con trabajo e imaginación, se obtienen valores del potencial gravitatorio a mayores distancias todavía. Nuestra galaxia no está sola en el espacio intergaláctico: se acompaña de una cohorte de galaxias satélite menores. Las órbitas de las dos satélites más próximas, las Nubes Grande y Pequeña de Magallanes, a distancia algo menor de 60 kiloparsec del centro de nuestra galaxia, son altamente inciertas. Lo que no ha sido obstáculo para que Tadayuki Murai y Mitsuaki Fujimoto, de la Universidad de Nagoya, D. N. C. Lin, del Observatorio Lick, y Donald Lynden-Bell, de la Universidad de Cambridge, diseñaran modelos de órbitas. A partir de dichos modelos deducen valores de la masa que concuerdan con los proporcionados por los cúmulos globulares.

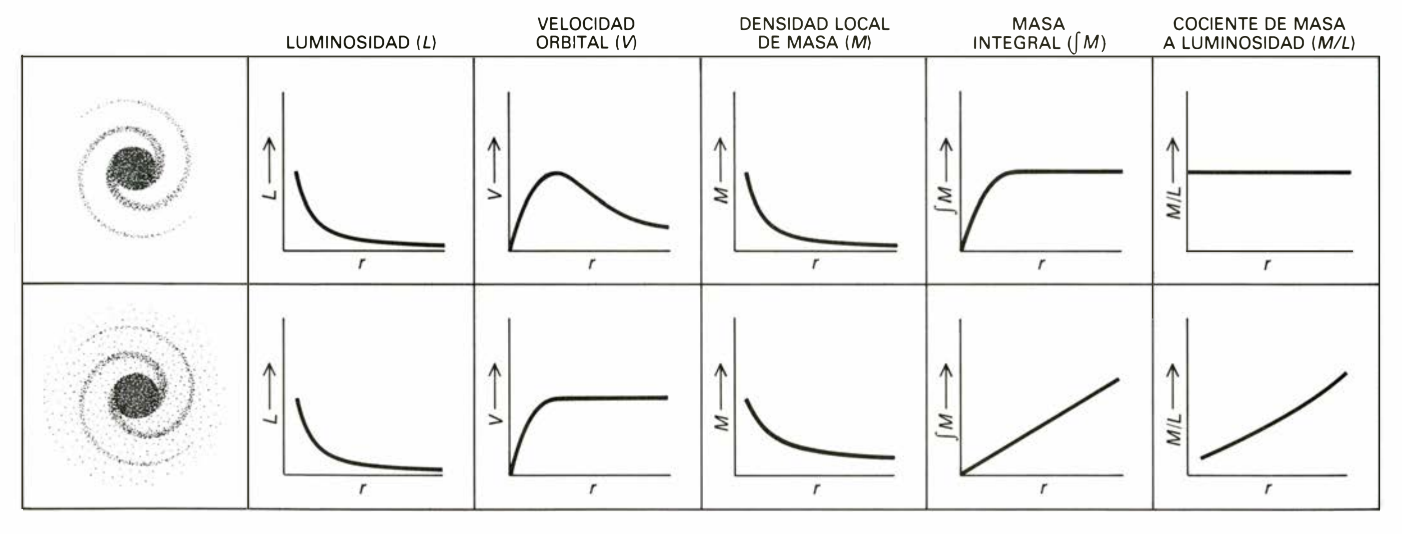
Para distancias todavía mayores, Jaan Einasto y sus colegas de la Academia de Ciencias de la República Socialista de Estonia se han apoyado en una combinación de cúmulos globulares enormemente distantes y galaxias satélite, para así deducir la masa a distancias más allá de 80 kiloparsec. Cuando se combinan los resultados de tales análisis, se revela una galaxia donde las velocidades orbitales quedan en el dominio de 220 a 250 kilómetros por segundo hasta aproximadamente 10 veces la distancia del Sol al centro galáctico. Tal distribución de masas es obligada si nuestra galaxia ha de parecerse a todas las demás espirales que mis colaboradores y yo hemos estudiado; por decirlo con un símil, trasladaría al Sol desde una posición relativamente rural a otra mucho más urbana.

La conclusión general a que nos llevan estos resultados es que, al explorar el disco de una galaxia espiral desde el centro hacia afuera, la masa total de materia luminosa y materia oscura decrece poco a poco, y la luminosidad (medida en la región azul del espectro) lo hace rápidamente. De ello resulta que la relación de la densidad de masa local a la densidad local de luminosidad (azul), que puede expresarse por conveniencia como el valor de la relación M/L, aumenta constantemente con la distancia al centro galáctico. En la región central, una masa bastante pequeña produce una luminosidad grande; a distancias notables, una gran cantidad de masa produce pequeña luminosidad. Si no hubiera materia visible agrupada alrededor de las galaxias, la distribución de masa seguiría la de luminosidad y la relación M/L sería aproximadamente constante en el disco desde su centro hasta su borde.

Si la masa y la luminosidad se miden en unidades de masa y luminosidad solares, la relación M/L del Sol vale 1/1. En tales unidades (omitiendo el denominador, que es igual a 1), el valor medio de la relación M/L cerca del núcleo de una galaxia espiral tiene valores semejantes al del Sol, de 1 o tal vez hasta 2 y 3. Hacia el borde del disco visible, a medida que la luminosidad decrece, el valor M/L sube hasta 10 o 20. Más allá del disco visible, donde la luminosidad cae hasta cero y la masa permanece alta, el valor medio de la relación M/L se eleva hasta las centenas.

En cualquier intento por identificar los componentes del halo invisible, habrá que preguntarse qué objetos celestes poseen un valor elevado de la relación M/L. Las estrellas de tipo solar quedan descartadas. Las estrellas jóvenes y calientes que delinean los brazos espirales de una galaxia aparecen con menos probabilidades aún: sus valores M/L se hallan en torno a 10^{-4}. En el otro extremo se encuentran las viejas estrellas enanas rojas que pueblan el núcleo central y las regiones de la galaxia inmediatamente fuera del mismo: poseen una masa escasa y una baja luminosidad azul. Sus valores M/L, de alrededor de 20, están todavía lejos de los que se necesitan para el halo. Además, un halo que estuviera constituido por estrellas rojas de muy escasa masa revelaría su presencia radiando fuertemente en la región infrarroja del espectro. Han fracasado todos los intentos de detección del halo mediante su radiación visible, infrarroja, de radio o de rayos X.

¿Qué candidatos posibles quedan? Las estrellas normales radian energía generada mediante procesos termonucleares, que convierten hidrógeno y helio en elementos más pesados. Tales procesos nucleares sólo se desencadenan en cuerpos cuya masa alcanza un



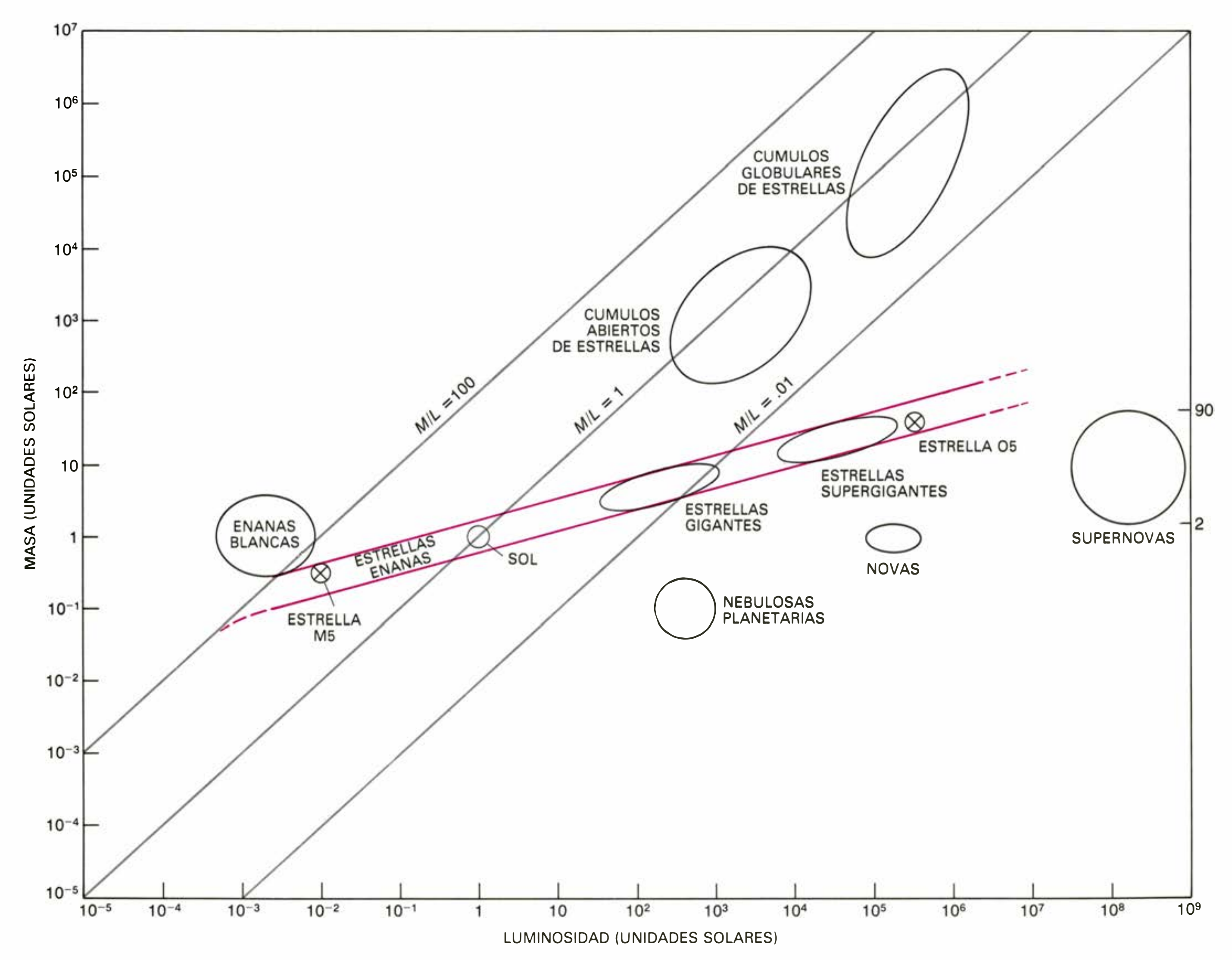
12. DISCREPANCIA entre galaxias hipotéticas y reales. Se manifiesta en todas sus propiedades, salvo en la luminosidad. La galaxia espiral real típica de la parte inferior tiene un halo no luminoso de gran masa. La galaxia hipotética superior carece de halo. Su brillo superficial decrece rápidamente y las velocidades orbitales fuera del núcleo disminuyen en forma kepleriana, la densidad de masa local decrece paralelamente a la luminosidad, la masa integral alcanza un valor límite y la relación de masa a luminosidad se mantiene constante con distancia radial creciente. Tales eran las propiedades que se esperaba encontrar. En una galaxia real, la presencia de un halo no luminoso cambia todo, excepto su apariencia óptica. Las velocidades orbitales se mantienen altas, la densidad local de masa decrece, aunque poco a poco, la masa integral crece linealmente con el radio y la relación de masa a luminosidad aumenta a medida que el halo de la galaxia aporta una mayor contribución a la masa y el disco luminoso cae por debajo del umbral de detección.

valor suficiente para que su energía gravitatoria eleve la temperatura en el núcleo de la estrella hasta varios millones de grados Kelvin (grados Celsius por encima del cero absoluto). La masa mínima necesaria es unas 0,085 veces la solar. El tamaño de Júpiter, el mayor planeta del sistema solar, apenas llega a la centésima parte de esa cifra. Aunque cabe pensar en un halo de cuerpos semejantes a planetas, tal vez protoestrellas que no llegaron a transformarse en estrellas, resulta bastante improbable. En suma, el único requisito para el halo es la presencia de materia en cualquier forma fría y oscura que cumpla la condición *M/L*, desde los neutrinos hasta los agujeros negros.

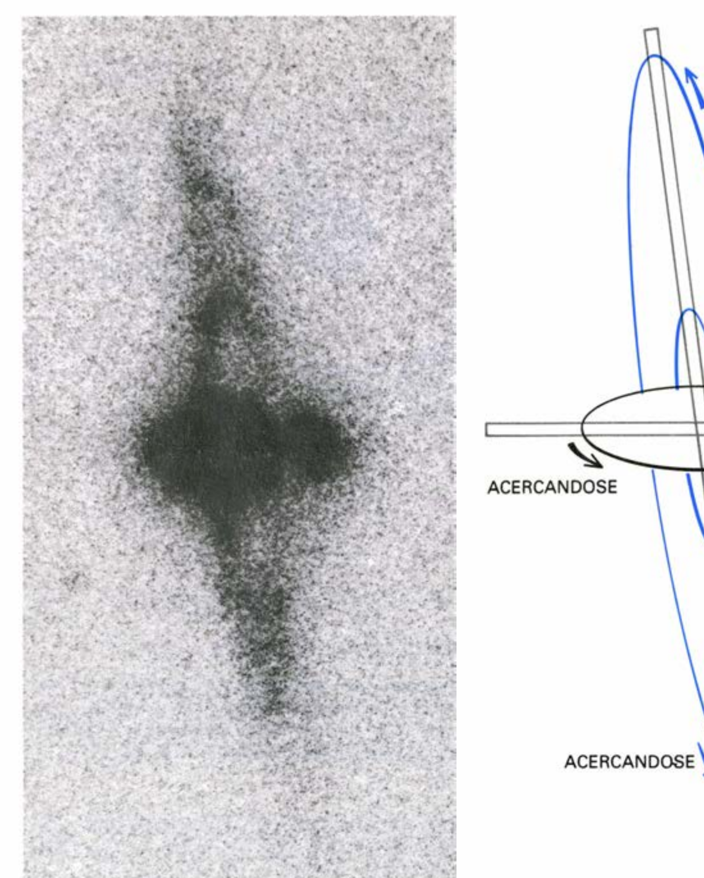
Hasta ahora se han descrito las propiedades rotacionales de galaxias espirales normales bastante aisladas. Existen indicaciones de observación adicionales a favor de grandes valores del cociente *M/L* a grandes distancias del núcleo en otras galaxias. En ocasiones, la Naturaleza ofrece inesperadas oportunidades de penetrar en sus secretos. Recientemente, François Schweizer, de la Institución Carnegie, Bradley C. Whitmore, de la Universidad del estado de Arizona y la autora quedaron fascinados por la débil galaxia "anónima" AO-136-0801, miembro de una clase fusiforme con anillos polares. Se llama anónima porque no figura en ninguno de los catálogos galácticos corrientes; su designación numérica corresponde a su posición en el firmamento.

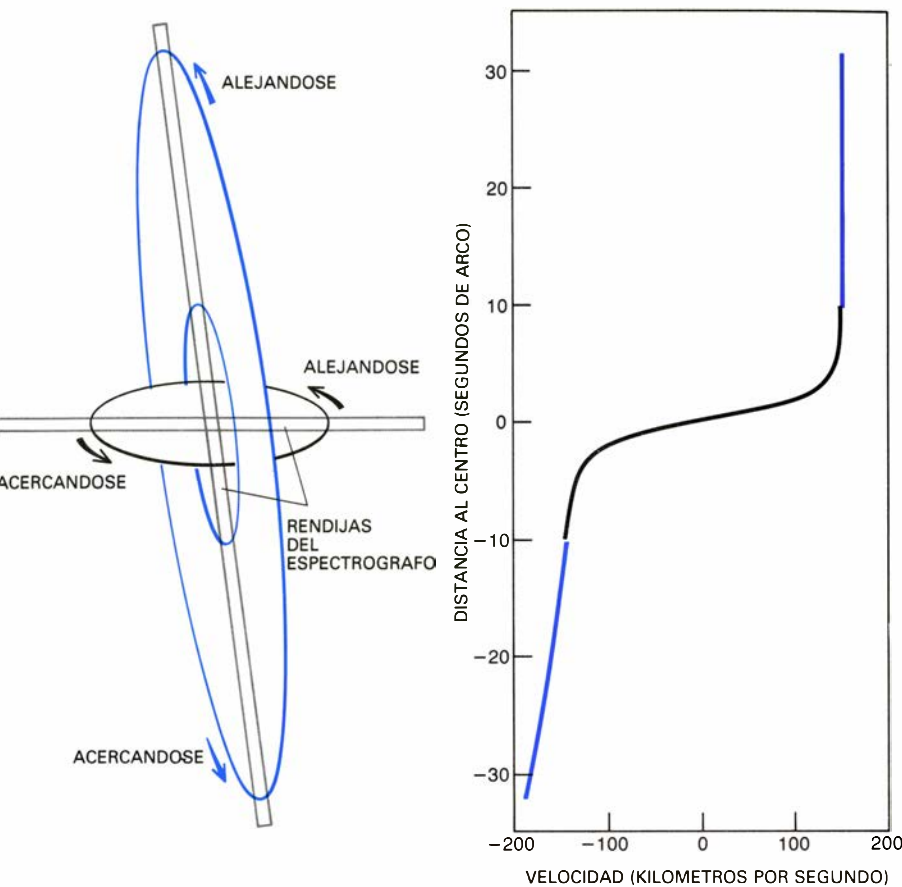
Nuestras observaciones de la distribución de luz a través del huso muestran que es un disco de estrellas de baja luminosidad que se nos ofrece casi de perfil, con poco gas y polvo, si es que lo tiene, y carente de estructura espiral. Tales galaxias se clasifican como SO y representan una proporción apreciable de todas las galaxias de disco. Mediante nuestros métodos usuales, hemos determinado las propiedades rotacionales del disco midiendo el corrimiento Doppler de las líneas de absorción de sus estrellas componentes. A pequeña distancia del centro del objeto, a lo largo del eje mayor del huso, las velocidades de rotación alcanzan 145 kilómetros por segundo, valor que se corresponde con las velocidades medidas en las galaxias de baja luminosidad del tipo Sa. A lo largo del eje menor, las velocidades orbitales no presentan componentes según la visual, lo que confirma que estamos observando un disco de estrellas en rotación.

El rasgo, infrecuente, de AO 136-0801 es su gran anillo, que también se ve de canto; rodea al delgado eje del huso y pasa casi sobre el centro de rotación del disco [*véase la figura 14*]. El anillo está formado por gas, polvo y jóvenes estrellas luminosas. El gas se revela por su espectro de líneas de emisión, el polvo por sus efectos absorbentes donde pasa por delante del huso, y



13. COMPARACION de la masa y la luminosidad para componentes típicos de una galaxia espiral (la nuestra, por ejemplo). Se toman por unidad la masa y la luminosidad solares. En unidades solares, el valor de la relación de masa a luminosidad, *M/L*, decrece para estrellas normales desde 30 para estrellas enanas antiguas y frías (tipo M5) hasta 10^{-4} para estrellas jóvenes y calientes (tipo O5). Sólo las enanas blancas, densísimas, tienen una relación de masa a luminosidad superior a 100. Se necesita otra clase de objetos para poblar el halo de una galaxia, donde la relación *M/L* se eleva a varios centenares.





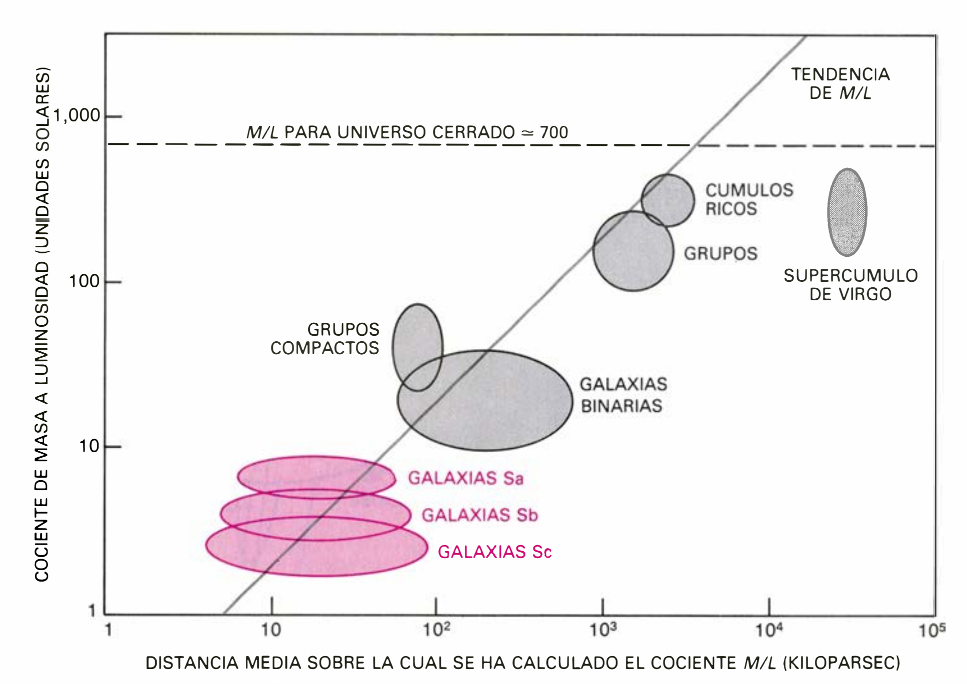
14. DISCO ENCERRADO EN UN ANILLO que aparece en la galaxia "anónima" AO 136-0801, llamada así porque no la registran los catálogos. (Las cifras dan su posición en ascensión recta y declinación.) La región central ovalada es un disco giratorio de estrellas visto casi de canto. Las estrellas y gas contenidos en ese delgado anillo giran también, pero en un plano casi perpendicular al discal. (La configuración evoca algún suceso: un encuentro con otra galaxia o un disco de gas.) Las direcciones de rotación se indican en el diagrama del centro, que muestra cómo se orientaron las rendijas del espectroscopio para medir velocidades orbitales en el disco y en el anillo. Los dos grupos de medidas de velocidad se han representado a la derecha. A 10 segundos de arco desde el centro, las velocidades en el disco (*negro*) y en el anillo (*color*) vienen a coincidir. Sin embargo, las velocidades del anillo se pueden medir hasta distancias de casi tres veces el radio óptico del disco y permanecen prácticamente constantes. La masa sigue creciendo linealmente hasta distancias mucho mayores que el radio del disco, y los objetos situados en éste responden a un potencial gravitatorio que no se debe a un disco sino a un esferoide.

la componente estelar por su aspecto nudoso y azulado en las fotografías. El diámetro máximo del anillo es varias veces superior al eje mayor del huso. En consecuencia, los movimientos de los objetos contenidos en el anillo ofrecen una oportunidad única para explorar el campo gravitatorio perpendicular al disco galáctico hasta distancias superiores al radio visible de este último.

Nuestras observaciones espectrográficas confirman que el anillo gira en torno a un eje perpendicular al plano de rotación del disco. Parece improbable que esta configuración dinámica se haya producido en la evolución normal de un disco galáctico aislado; la configuración debe resultar de algún suceso, un encuentro con otra galaxia o con un disco de gas, por ejemplo. Midiendo el corrimiento de las líneas de emisión, hallamos que la velocidad de rotación del anillo es de 170 kilómetros por segundo y que la curva de velocidad es plana o ligeramente creciente hacia afuera hasta una distancia de casi tres veces el radio del disco interior. Si las curvas de velocidad del disco y del anillo se representan en la misma gráfica de la velocidad en función de la distancia, se ve que ambas presentan valores casi idénticos a la misma distancia del centro de la galaxia. La alta velocidad de rotación del anillo constituye una clara señal de la existencia de un halo de gran masa que se extiende al menos tres veces más allá del radio visible del disco. La forma del halo debe acercarse más a la esférica que a la discal. Los cálculos muestran que si el halo fuese tan plano como el disco, las velocidades por encima del plano del disco serían de un 20 a un 40 por ciento menores que las del disco.

Hemos estado describiendo las determinaciones de masa hechas a partir de medidas de la velocidad de objetos de prueba en órbita, objetos que se encuentran en el disco central de una galaxia y objetos en órbita polar de una galaxia poco corriente. Otros casos especiales pueden arrojar luz sobre la cantidad de materia oscura del universo. Las galaxias existen, frecuentemente, en parejas. En tales casos, una galaxia viene a ser un objeto de prueba en órbita alrededor del otro. El análisis de tal sistema es complicado, porque se desconoce tanto la orientación de la órbita en el espacio como la posición de la galaxia en la órbita. Se puede, sin embargo, recurrir a las propiedades observadas en una muestra grande de galaxias dobles (la diferencia entre las velocidades de las dos galaxias, su separación angular y su luminosidad) para deducir, mediante argumentos estadísticos, la distribución probable de elementos orbitales y las relaciones M/L apropiadas para las galaxias.

Análisis independientes realizados por Edwin L. Turner, de Princeton, Steven D. Peterson, que trabaja en la Universidad Cornell, Linda Y. Schweizer, de la Institución Carnegie, e I. D. Karachentsev, del Observatorio Astrofísico Especial en la Unión Soviética, dan valores medios de M/L que varían entre 25 y 100. Estos valores de M/L son un promedio a lo largo de una distancia igual a la separación de las galaxias en cada pareja, distancia generalmente igual a varios diámetros galácti-



15. COCIENTES DE MASA A LUMINOSIDAD representados para agregaciones de materia en escalas de crecimiento progresivo. La gráfica se basa en otra ideada por Herbert J. Rood, de Princeton. El valor de *M/L* de una densidad de materia suficiente para detener la expansión del universo es de alrededor de 700. Para las galaxias, los valores están por debajo de 10. El valor aumenta con el tamaño del agregado.

cos, o del orden de 100 kiloparsec. Resultado que corrobora el punto de vista según el cual los halos de materia oscura con valores grandes de *M/L* trascienden, en notable cuantía, los límites ópticos de las galaxias.

Podemos ahora volver a nuestra pregunta original: ¿Contiene el universo suficiente materia invisible para elevar la densidad media a 5×10^{-30} gramos por centímetro cúbico, valor necesario para cerrar el universo y detener su expansión? Como hemos visto, tal densidad se alcanzaría si la densidad de la materia no luminosa fuera unas 70 veces mayor que la de la materia luminosa. Desde otro punto de vista, la condición que se necesitaría para cerrar el universo se expresa a través de la relación de masa total a luminosidad. Ese valor es aproximadamente 700, si tomamos el valor unidad para el Sol.

¿Hay alguna prueba de que se pueda alcanzar un valor de 700 para *M/L*? Promediada sobre los discos visibles de las galaxias espirales, la relación de masa total (luminosa y no luminosa) a luminosidad se cifra en torno a 5. Para las galaxias SO y galaxias elípticas espirales, el valor de *M/L* es más alto, del orden de 10. Para las galaxias dobles y los pequeños grupos de galaxias, la razón *M/L* crece hasta 50 o 100. Los análisis del movimiento de las galaxias en grandes cúmulos indican valores de *M/L* de varios centenares. Este aumento del valor medio de *M/L* con la mayor distancia del centro del sistema fue subrayado, hace ya diez años, por Einasto, Ants Kaasik y Enn Saar, de la Academia de Ciencias de la República Socialista Soviética de Estonia, y también por Amos Yahil, de la Universidad estatal de Nueva York en Stony Brook. No hay pruebas de la existencia de valores de *M/L* superiores al crítico de 700 necesario para cerrar el universo. El más alto de los valores deducidos se acerca, sin embargo, tentadoramente. Algunos físicos consideran significativo el hecho de que los valores deducidos parezcan converger hacia el crítico, en vez de ser varios órdenes de magnitud más altos o más bajos.

Las investigaciones donde se involucran gigantescas distancias y enormes escalas de tiempo han ido tropezando con nuevas dificultades al comprobarse que la distribución de luz no es una guía fidedigna de la distribución de masa en el universo. Una fracción desconocida de la masa en una galaxia espiral se esconde en un constituyente no luminoso, y lo mismo pasa con una fracción desconocida de la masa en los cúmulos de galaxias. No se puede afirmar todavía si las regiones de universo desprovistas de galaxias son meros vacíos de luz o carecen también de masa. Si quieren responder a ese dilema, los astrónomos tendrán que ingeniárselas para idear nuevas técnicas de observación y los físicos habrán de determinar las propiedades de exóticas formas de la materia. Sólo entonces podremos establecer la naturaleza de la ubicua materia oscura, determinar las dimensiones completas y la masa de las galaxias y dilucidar el destino del universo.

Ecología fisiológica de ballenas y delfines

Como otros mamíferos, estas especies marinas consumen mucha energía. Para mantener sus hábitos alimentarios han desarrollado adaptaciones únicas, en especial la capacidad de bucear a gran profundidad y durante largos períodos

John W. Kanwisher y Sam H. Ridgway

No suele valorarse en su justa medida el papel que desempeñan las 70 especies de mamíferos enteramente marinos (las ballenas y los delfines), tan importante en los ecosistemas oceánicos como el de los mamíferos terrestres en los continentes. El éxito generalizado de los mamíferos terrestres a finales del Mesozoico (hace unos 65 millones de años) se debió, en gran parte, a su modo de vida, que conlleva el consumo de mucha energía; piénsese que poseen sangre caliente y un sistema nervioso central muy desarrollado. Cuando algunos de esos mamíferos terrestres ocuparon posteriormente un nicho ecológico marino, desarrollaron adaptaciones específicas, también de un tipo altamente energético.

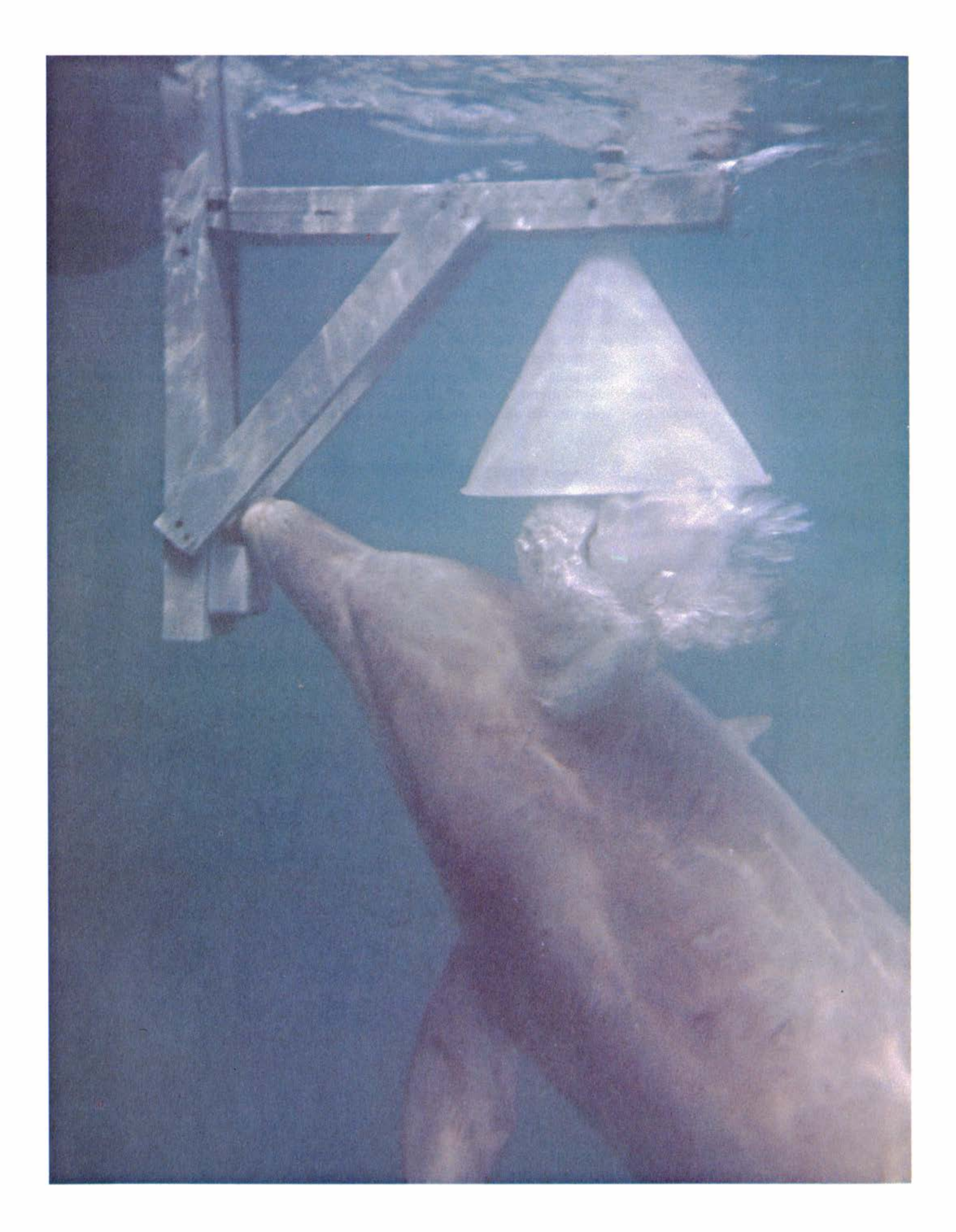
¿De qué manera ballenas, cachalotes y delfines (el orden Cetáceos) han superado los muchos obstáculos fisiológicos que suponía vivir en el océano? Considérese, por ejemplo, su ciclo de vida, sometido a grandes tensiones. El cetáceo recién nacido, que abandonó la madre por un conducto sumergido, se encuentra rodeado de agua, a menudo cercana al punto de congelación, y debe luchar sin ayuda para abrirse camino hasta la superficie antes de poder tomar su primera y vital bocanada de aire. Para ser amamantado por su madre, el ballenato debe contener la respiración y volver a sumergirse. Cuando llegue el día en que haya de procurarse su propio sustento, tendrá que desarrollar un repertorio de comportamiento enteramente nuevo: bucear hasta encontrar la presa. Alcanzada la plena madurez, deberá dominar un ulterior repertorio de compleja gimnasia para reproducirse en su descendencia, que iniciará un nuevo ciclo de vida.

Considérese asimismo la sorprendente diversidad de cetáceos, por lo que concierne a su distribución geográfica y tamaño. Ballenas y delfines abundan en todos los océanos, desde los trópicos hasta el borde del hielo polar, tanto en el norte como en el sur. Muchas especies migran estacionalmente desde mares fríos a otros cálidos, invirtiendo luego el trayecto. El mayor rorcual azul adulto es unas 20.000 veces más pesado que el más pequeño delfín recién nacido, y no obstante, se encuentran especies grandes y pequeñas tanto en los mares tropicales como en los polares. Los cetáceos que poseen dientes (los Odontocetos) comprenden pequeños delfines, así el delfín común y la marsopa, en un extremo de su gama de tamaños, y el gran cachalote, en el otro. ¿Por qué el cachalote es el cetáceo que bucea más hondo y permanece sumergido por más tiempo? ¿Cómo evita la embolia gaseosa y otros problemas fisiológicos con que topan los seres humanos cuando bucean a profundidades mucho menores? Los delfines, al ser más pequeños que el menor de sus primos odontocetos, tienen una relación superficie-volumen mucho más elevada. ¿Cómo logra mantenerse caliente este animal en aguas frías? Preguntas de este tipo nos llevaron al estudio de la fisiología térmica de los delfines, la primera de un plan de investigación.

Nuestras observaciones de marsopas cautivas en Marineland, Florida, nos demostraron su capacidad de mantener una temperatura interna estable, cercana a la humana y similarmente bien regulada. El dato resultaba intrigante, ya que es sabido que el agua absorbe el calor de un objeto mucho más rápidamente que el aire. Partíamos de la suposición de que esos animales, al estar sometidos a un esfuerzo térmico considerable, exhibirían temperaturas corporales más variables, como ocurre en los hibernantes terrestres. No siendo ese el caso, nos dispusimos a calcular el rigor del problema térmico con el que se enfrenta una pequeña marsopa que habite las frías aguas de latitudes altas.

Para el propósito de los cálculos de flujo térmico, un cetáceo puede considerarse un núcleo carnoso uniformemente cálido rodeado por una capa superficial de grasa aislante. El calor que fluye desde el núcleo hacia afuera, y que encuentra la resistencia térmica de la capa de grasa, debe ser suficientemente grande para mantener la diferencia de temperatura entre el agua circundante y el núcleo interior cálido. Se sabe que esta diferencia es igual al producto de la resistencia térmica de la grasa por el flujo hacia afuera de calor metabólico generado en el núcleo. Cuando el aislamiento es insuficiente, el animal debe generar más calor corporal para mantener una temperatura constante en el núcleo. Por ejemplo, si la temperatura central de un mamífero terrestre disminuye sólo 0,5 grados Celsius, el mamífero empieza a tiritar, lo que acelera el ritmo de su metabolismo. Durante períodos más largos, un desequilibrio de este tipo puede corregirse aumentando la cantidad de aislamiento. El mamífero terrestre desarrolla un pelaje invernal y el cetáceo de aguas polares se vale de una capa de grasa más gruesa.

Cuando el animal está en actividad, reforzar la barrera térmica puede resultar contraproducente. Por ejemplo, cuando una ballena nada deprisa, el aumento de su actividad metabólica hace que su núcleo se sobrecaldee. El cetáceo recurre entonces a una estratagema circulatoria. Un aumento del flujo sanguíneo cerca de la superficie del cuerpo, en particular a través de las aletas, pasa térmicamente por alto la grasa aislante y retorna la temperatura del nú-



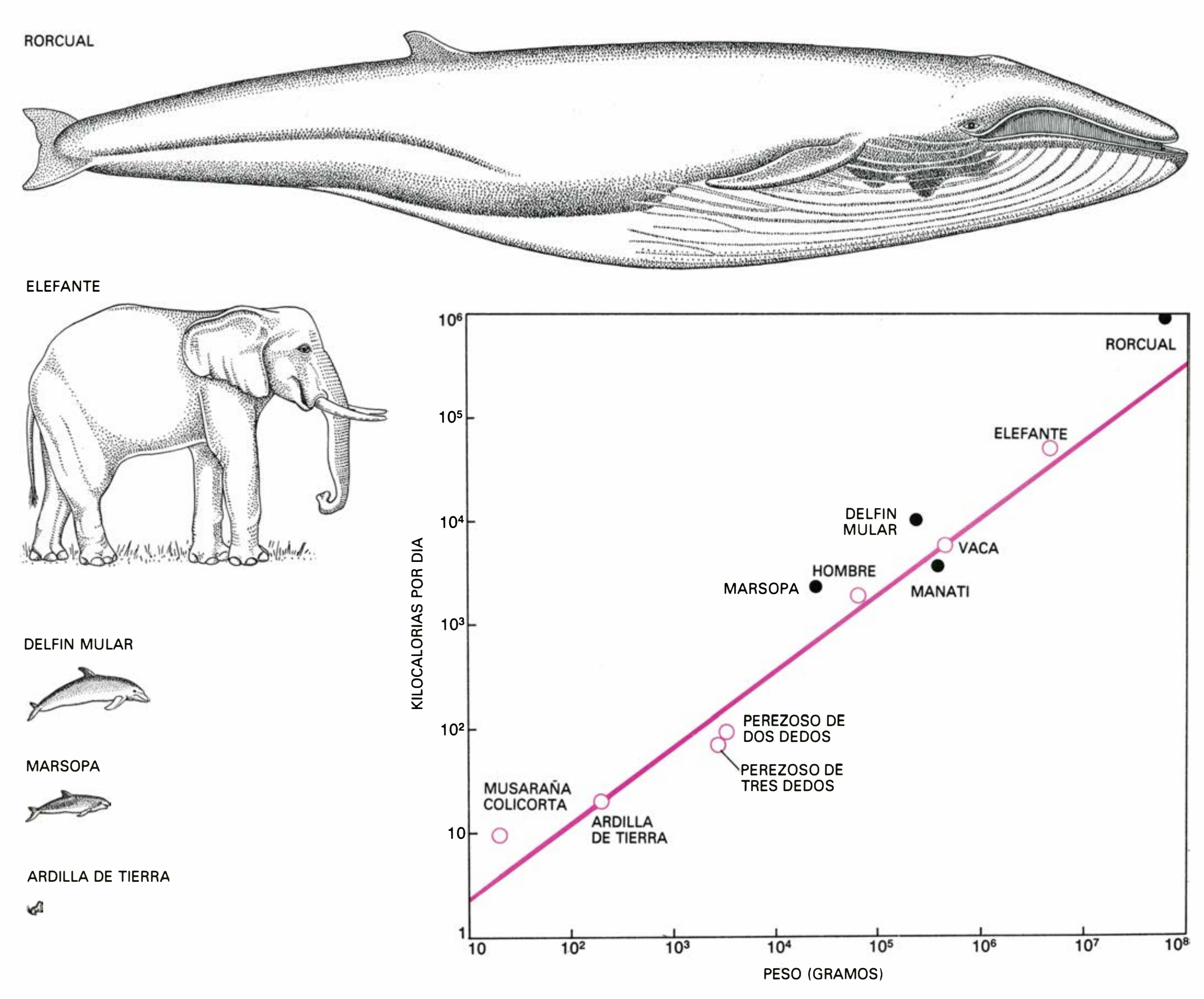
1. DELFIN MULAR, uno de los pequeños cetáceos adiestrados por la Armada de los Estados Unidos para realizar tareas subacuáticas, que trabajó para los autores en experimentos sobre la fisiología de la apnea. Este delfín, al que apodaron Tuffy, se sumergía a una señal y, después de intervalos variables, respondía a una segunda señal presionando un timbre y exhalando aire en un embudo. Se medía con ello la cantidad de oxígeno que aún le quedaba.

cleo a su valor normal. Por lo general, los cetáceos se valen de esos cambios de flujo sanguíneo para mantener una temperatura corporal uniforme. Lo mismo ocurre en los seres humanos: cuando tenemos demasiado calor, desviamos sangre hacia la superficie del cuerpo, lo que nos da el aspecto sonrojado, opuesto al "amoratado de frío".

Sin embargo, existen diferencias fundamentales entre la fisiología del hombre y la fisiología de los cetáceos. Por ejemplo, los cetáceos carecen de glándulas sudoríparas; el enfriamiento por evaporación en un ambiente acuático es imposible. Por el mismo motivo, para su aislamiento de superficie los seres humanos tienen únicamente un equivalente muy reducido de la grasa de los cetáceos. Los buceadores humanos han aprendido a imitar a los cetáceos y se recubren de un aislamiento, los trajes de caucho esponjoso. En tierra, el hombre supera la desventaja de sus orígenes esencialmente tropicales al cubrirse, entre otras cosas, con el aislamiento invernal que han desarrollado otros mamíferos terrestres.

Antes de dar comienzo a nuestras investigaciones sabíamos ya que los cetáceos más pequeños eran los que se enfrentaban con el mayor problema a la hora de mantener la temperatura normal de un mamífero. Si se considera la superficie total que constantemente pierde calor hacia el agua circundante, cuanto menor es el animal menor es el volumen del núcleo que genera el calor metabólico preciso para mantener el gradiente de temperatura apropiado a través de la grasa. Además de la desventajosa geometría de las relaciones superficie-volumen, consideraciones de proporción lineal van asimismo en contra de cualquier delfín pequeño que pretenda permanecer caliente en agua fría. Debido a sus dimensiones menores, los animales más pequeños disponen de una capa de grasa más delgada.

Independientemente de su tamaño, los cetáceos mantienen una temperatura interna normal para un mamífero, alrededor de 37 grados Celsius. En el Artico, donde la temperatura del agua puede ser de dos grados bajo cero, la diferencia de temperatura a través de la barrera de grasa es de casi 40 grados. En los trópicos, donde la temperatura



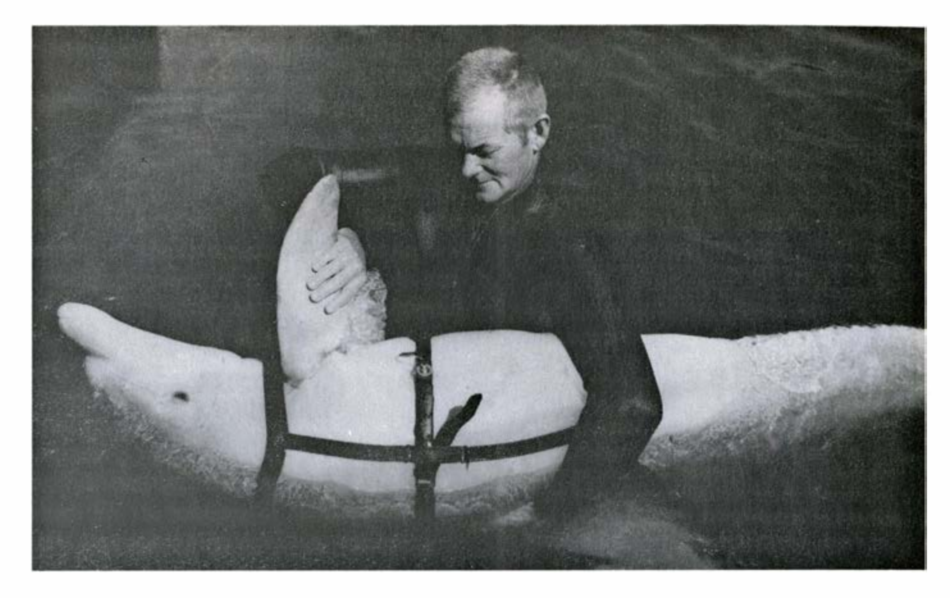
2. CURVA "RATON-ELEFANTE", que aparece en color en el gráfico de la derecha; fue diseñada en los años 1930 por Francis G. Benedict, de la Institución Carnegie de Washington, como un método aproximado para estimar el metabolismo basal de varios mamíferos, expresado en kilocalorías por día, a partir del 75 por ciento de su peso. Los círculos grandes de color muestran diversos mamíferos terrestres que se ajustan bien a la curva, construida sobre una ordenada y una abscisa logarítmicas. (La ordenada tiene un valor máximo de un millón de kilocalorías y, la abscisa, se extiende hasta los 100 millones de gramos.) La medición directa del metabolismo de marsopas (*Phocaena*) y delfines mulares (*Tursiops*) y una estimación efectuada para los rorcuales (*Balaenoptera*) basada en el volumen pulmonar (*puntos negros*) se hallan muy por encima de la curva de mamíferos terrestres. Sin embargo, y peso por peso, el metabolismo de los rorcuales es inferior al de mamíferos tan indolentes como los perezosos. (Los dibujos del artículo son de Alan D. Iselin.)

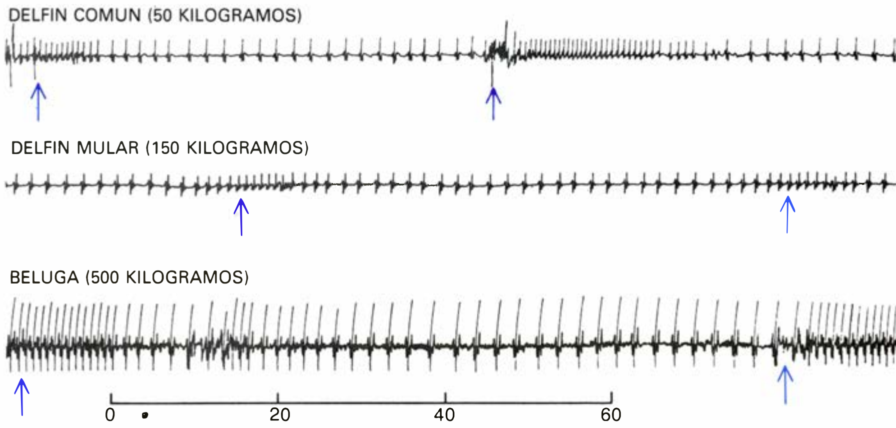
del agua puede ser de 30 grados, el gradiente térmico a través de la barrera es cinco veces menor que el que hay en aguas árticas. Así, un delfín adaptado al agua cálida parece abocado a graves problemas térmicos si penetra en los mares polares. Y, sin embargo, uno de los cetáceos más pequeños, la marsopa común (*Phocaena phocaena*), se encuentra principalmente en las frías aguas septentrionales.

Para establecer las dimensiones del problema al que se enfrentan las marsopas en agua fría calculamos la cantidad de calor metabólico que deben generar para mantenerse calientes. Determinamos la superficie total y el grosor de la grasa aislante de la marsopa efectuando mediciones directas en una marsopa muerta que el mar había arrojado a la playa. Cuando calculamos la pérdida de calor a partir de esos datos, la única conclusión a que llegamos fue que con el suministro de calor metabólico normal de un mamífero, una marsopa de tan breves proporciones no podía conservar el calor en aguas septentrionales. Pero allí estaban las marsopas, retozando en las gélidas aguas que debían matarlas.

Este tipo de paradojas sorprende al biológo confiado en hallar cierta regularidad al examinar cualesquiera parámetros comunes a diferentes grupos animales. La cantidad de producción de calor metabólico en animales de distinto tamaño parecía un hecho suficientemente bien esclarecido. Desde hace tiempo se sabía, recuérdese, que las tasas metabólicas de numerosos mamíferos terrestres se disponían a lo largo de lo que se ha denominado curva "ratón-elefante". Se creía que, a partir del peso corporal de un animal, podía estimarse con exactitud, en esa curva, la producción de calor metabólico de cualquier mamífero. Sin embargo, nuestra estimación de la tasa metabólica requerida para mantener caliente a la marsopa en agua fría era tan elevada que discrepaba de los datos correspondientes a mamíferos terrestres.

Había dos maneras posibles de deshacer la paradoja. La primera era, simplemente, que el metabolismo de los Cetáceos no se ajustaba a la curva ratón-elefante de mamíferos terrestres, es decir, los Cetáceos gozarían de una tasa metabólica basal intrínsecamente más elevada, que permitiría hasta al ejemplar más pequeño sobrevivir en agua fría. De acuerdo con la segunda posibilidad, los Cetáceos tendrían una tasa basal de producción de calor "normal" (es decir, terrestre); ahora bien, los que se desenvolvieran en aguas frías



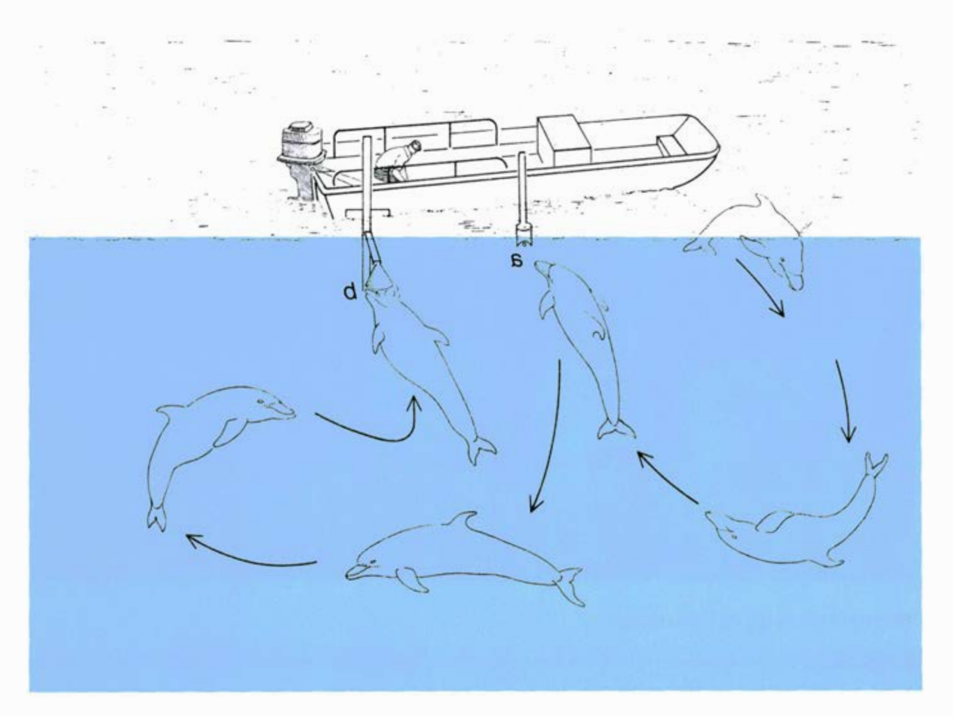


3. REGISTRO DE LOS LATIDOS CARDIACOS de odontocetos; se realizó mediante telemetría con los delfines mulares, como el que porta un transmisor ultrasónico en la fotografía superior y, directamente, en los restantes electrocardiogramas, que muestran el latido cardíaco de un delfín común (*Delphinus delphis*) de 50 kilogramos y de una beluga (*Delphinapterus leucas*) de 500 kilogramos. Las flechas de color indican en cada caso el inicio de la inhalación. El latido cardíaco de los tres animales se aceleró al inhalar, acción que debía aumentar la absorción de oxígeno. Posteriormente, ya se hallaran los animales sumergidos, descansando en la superficie o fuera del agua, su ritmo cardíaco se reducía hasta alcanzar la tasa basal. Experimentos anteriores (realizados por el fisiólogo P. F. Scholander con focas y patos inmovilizados) habían mostrado una reducción drástica del ritmo cardíaco después de una sumersión involuntaria, pero los tres cetáceos no presentaban una tal reducción. Los hallazgos de los autores sugieren que la reacción de los animales inmovilizados era una conducta de alarma al verse sumergidos involuntariamente.

estarían en constante ejercicio al objeto de generar suficiente calor para no enfriarse demasiado. ¿Por qué explicación optar? La respuesta nos la darían las marsopas. ¿Cuál de estas dos estrategias térmicas había elegido para ellas la evolución?

Con la experta ayuda de Gunnar Sundnes, fisiólogo adscrito al Institutt Havforskning de Bergen (Noruega), montamos un experimento de pérdida de calor. En primer lugar nos las ingeniamos para que jóvenes marsopas comunes soportaran la cautividad en un gran tanque. Después, para realizar las pruebas, las transferimos a un depósito más pequeño, lleno de agua de mar, que hacía las veces de un calorímetro de cuerpo entero. En esta especie, el joven pesa solamente 15 kilogramos. Aunque nacen con una capa de grasa de sólo un centímetro de espesor, la diferencia entre la temperatura normal del cuerpo y la del agua circundante puede ser de hasta 25 grados Celsius.

La marsopa que nos servía de animal de experimentación se mantenía tranquila en su caja a medida que el calor metabólico que iba generando atravesaba su capa aislante de grasa y caldeaba el agua circundante. Instalamos un termistor en la caja y, con una ligera amplificación, obtuvimos una curva que señalaba la temperatura en función del tiempo en un registrador sobre papel cuya sensibilidad era del orden de 0,001 grados Celsius. Teniendo en cuenta el volumen de agua del depósito, la pendiente de la curva de tempera-



4. TURSION TUFFY; adiestrado por la Armada americana, se le enseñó, como aquí se ilustra, a sumergirse cuando sonaba un timbre (*a*) y a permanecer bajo el agua hasta que se oía un segundo timbre (*b*). Tuffy nadaba entonces hacia el segundo timbre, lo tocaba con el hocico y exhalaba el aire en un embudo, tras lo cual recibía un premio de tres pescados. El estudio mostró que Tuffy podía permanecer bajo el agua sin agobio durante seis minutos, pero que había agotado casi toda su reserva de oxígeno a los tres.

turas proporcionaba un registro continuo de la cantidad de calor metabólico que la marsopa perdía en un momento dado.

Nuestros resultados abonaban la primera de las dos explicaciones: las pequeñas marsopas tenían una tasa metabólica dos o tres veces superior que la de mamíferos terrestres del mismo peso. Tal incremento en la producción de calor no se consigue sin coste: esos individuos deben obtener tres veces más alimento que un mamífero terrestre del mismo peso y han de subir a la superficie y respirar tres veces más a menudo que lo que precisarían si su tasa metabólica fuera la terrestre.

A partir de los datos correspondientes a la marsopa procedimos a realizar cálculos térmicos similares para cetáceos mayores, a fin de averiguar hasta qué punto su geometría más favorable les beneficiaba a la hora de conservar el calor en agua fría. Consideramos en primer lugar una ballena ideal que pesara 1000 veces más que una marsopa común; puesto que los dos mamíferos marinos tienen una forma similar, las dimensiones lineales de la ballena debían decuplicarse. Por tanto, la ballena ideal contaría con 1000 veces más tejido para generar calor metabólico, pero ese calor pasaría al agua circundante a través de una superficie sólo 100 veces mayor que la de la marsopa.

Evaluemos la disminución de la pérdida de calor en función del aislamiento de grasa. La pequeña marsopa equilibra su pérdida calórica con la ayuda de una capa de grasa de dos centímetros de espesor; la ballena, 1000 veces más pesada, en la hipótesis de que desarrollara la misma tasa metabólica que la marsopa, podría apañárselas con una capa de grasa de no más de dos milímetros de grosor. Sin embargo, una ballena de ese tamaño suele presentar una capa de grasa de unos 20 centímetros de espesor, lo que habría de crearle problemas de enfriamiento incluso en mares polares. Parece, pues, que un cetáceo de esas proporciones está 100 veces más aislado de la cuenta.

Si la capa de grasa de los cetáceos de gran tamaño es mucho más gruesa que lo que requiere el aislamiento térmico, ¿qué otras funciones desempeña? En primer lugar, el tejido graso, que tiene un peso específico bajo, proporciona la flotabilidad suficiente para contrarrestar la flotabilidad negativa del músculo y del esqueleto de la ballena. En segundo lugar, la grasa constituye un almacén de alimento suficiente para cubrir las necesidades metabólicas de la ballena durante las migraciones estacionales del animal, que con frecuencia ha de atravesar miles de kilómetros de aguas pobres en alimento.

Según la regla general que relaciona la tasa metabólica de los mamíferos con su tamaño, cabría esperar que la tasa de producción de calor por kilogramo de tejido fuera, en la ballena, considerablemente inferior que la tasa que habíamos establecido experimentalmente en las marsopas comunes. No veíamos modo alguno en que pudiéramos comprobar esta hipótesis por medición directa de la tasa metabólica de un animal de 40 toneladas. Y así nos aprestamos a estimar la producción calórica de la ballena atendiendo únicamente a razones anatómicas.

En Steinshamn, una factoría ballenera de la costa noruega, disecamos los pulmones de un rorcual franco (*Balaenoptera physalus*) de 15 metros. Determinamos el volumen pulmonar de la ballena inflando los órganos con aire comprimido y vaciándolos a través de un medidor de gas. Supusimos que el volumen de aire expelido era igual al volumen de aire que la ballena inhalaba en cada inspiración. A partir de observaciones efectuadas en el mar determinamos la frecuencia respiratoria del rorcual. La pauta normal de buceo de esta especie consiste en subir a la superficie para efectuar cinco rápidos movimientos respiratorios, y luego permanecer bajo el agua durante cinco minutos; así pues, un rorcual maduro respira, por término medio, una vez por minuto.

Combinando el volumen pulmonar y la frecuencia respiratoria estimamos la cantidad de aire que respira el rorcual: 2000 litros por minuto. Ahora bien, los mamíferos suelen utilizar sólo un seis por ciento del oxígeno del aire que respiran (que es el 21 por ciento de la mezcla atmosférica total de nitrógeno, oxígeno y otros gases). Cada centímetro cúbico de oxígeno que consume el animal genera cinco calorías; se calcula así, aunque de una manera grosera, la tasa metabólica del rorcual. La cifra que obtuvimos se situaba, como la correspondiente a la marsopa común, significativamente por encima de la curva de los mamíferos terrestres. Sin embargo, peso por peso, la tasa metabólica del rorcual es incluso menor que la de los perezosos, cuya tasa refleja sus movimientos letárgicos.

No soprende, tras considerar la baja tasa metabólica absoluta de las grandes ballenas y su capacidad de acumular una reserva alimentaria en forma de grasa, que las grandes ballenas sean relativamente independientes de los recursos alimentarios locales. Pueden satisfacer sus necesidades energéticas de tres a seis meses viviendo sólo a expensas de la mitad de su grasa. Lo que les

permite alimentarse en los ricos mares polares y parir a miles de kilómetros de distancia, en las cálidas aguas tropicales.

A su lado, la pequeña marsopa común lleva una vida mucho más limitada. Su tasa metabólica, más elevada, hace que sus necesidades de alimento sean mucho más perentorias y recortan el tiempo disponible para la migración. Además, por su tasa superior halla dificultades en contener la respiración: cuando la marsopa bucea en busca de alimento depende únicamente del oxígeno que lleva consigo. El objetivo de nuestras siguientes investigaciones fue, precisamente, cómo se las arreglaba con el oxígeno de que dispone.

Sabíamos ya que el modo de vida de los mamíferos, de gran gasto energético, se apoyaba en un consumo de oxígeno igualmente elevado, que, a su vez, dependía del desarrollo evolutivo paralelo de los sistemas respiratorio y cardiovascular, mucho más eficaces que los de anfibios y reptiles. Cuando los mamíferos terrestres antepasados de los Cetáceos abandonaron la tierra (con un acceso ilimitado al oxígeno) en favor de una vida acuática, se requirió un desarrollo evolutivo ulterior que favoreciera el mayor almacenamiento y transporte de oxígeno. ¿En qué consistió?

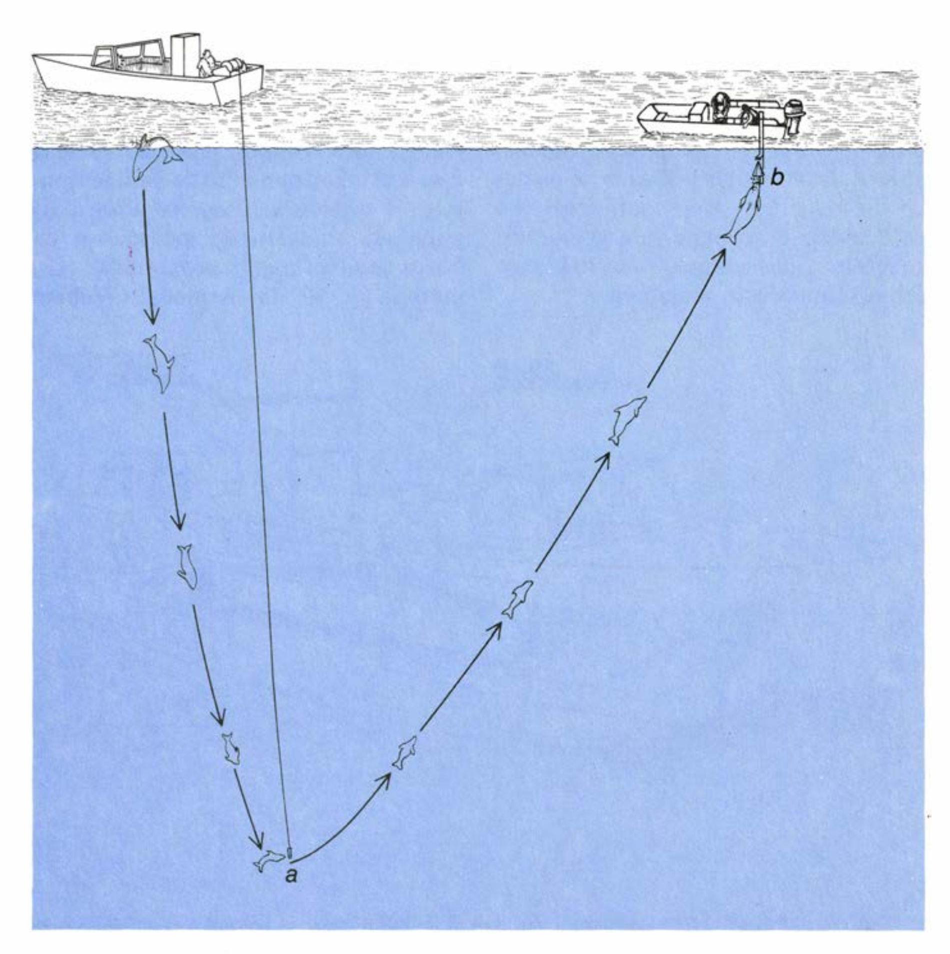
Fijémonos en el cachalote, cetáceo que posee unas condiciones impresionantes para desenvolverse bajo el agua. En comparación con la marsopa, que aguanta sumergida escasos minutos, las inmersiones del cachalote duran hasta una hora. Pero incluso los modestos logros subacuáticos de la marsopa hacen avergonzar a un buceador humano a pulmón libre. La respuesta, tanto para los cetáceos grandes como para los pequeños, es que pueden acarrear más oxígeno que el submarinista.

Esta aptitud se ve favorecida por el volumen de sangre, considerablemente mayor, de los cetáceos: disponen de hasta dos o tres veces más sangre por unidad de peso corporal que los seres humanos. La sangre de los cetáceos tiene, asimismo, una capacidad de transporte de oxígeno algo mayor que la sangre humana. Por si fuera poco, el cetáceo posee todavía otra reserva de oxígeno combinado con la mioglobina de sus músculos. A la mioglobina (una proteína que en realidad es una subunidad de la hemoglobina, el portador de oxígeno de los glóbulos rojos de la sangre) se debe el color rojo oscuro característico de los músculos. De hecho, en algunas especies de cetáceos hay suficiente mioglobina en los músculos para transportar más de la mitad del oxígeno que acarrean los glóbulos rojos de la sangre del animal.

Cuando una ballena llega a la superficie, tras una inmersión prolongada que haya agotado esas dos reservas de oxígeno, su eficaz sistema vascular impulsa con rapidez la sangre a través de los pulmones para que vuelvan a llenarse de oxígeno, con la ayuda de un corazón particularmente potente y de un sistema circulatorio que presenta extensos retículos capilares (las *retia mirabilia*, o "redes admirables") y grandes senos en el sistema venoso. Aunque la función exacta de estas insólitas estructuras sólo puede conjeturarse, parece probable que faciliten la rápida recarga de los glóbulos rojos de la sangre con oxígeno. La rápida circulación de la sangre se refleja en el hecho de que, mientras el animal respira en superficie, su ritmo cardíaco se acelera. Ello constituye una diferencia respiratoria fundamental entre los cetáceos y los mamíferos terrestres, cuya ventilación suele ser regular y cuyo flujo sanguíneo es relativamente uniforme.

Los glóbulos rojos recargados dirigen parte del oxígeno a la mioglobina de las células musculares del animal. La transferencia es fácil porque la mioglobina tiene una tensión de carga de oxígeno mucho más baja que la de la hemoglobina. Esto es, la mioglobina fija el oxígeno con más fuerza que la hemoglobina, impidiendo que retorne al sistema circulatorio. Conviene considerar el oxígeno ligado a la mioglobina como un recurso puramente local, del que puede disponer el músculo circundante en el curso de una inmersión. La mayor parte de este oxígeno se halla a una corta distancia de difusión de las mitocondrias de las células musculares (las partículas intracelulares en donde se desarrolla la respiración).

La mioglobina también se halla en el músculo de los animales terrestres, pero en mucha menor cantidad. En ellos, una de sus funciones es servir de fuente local de oxígeno para el músculo duran-



5. CAPACIDAD DE INMERSION PROFUNDA del delfín, probada en un segundo experimento. Primero se hacía bajar un timbre y un interruptor (*a*) hasta una profundidad de 150 metros. El disparo del timbre de "inmersión" era la señal para que Tuffy se sumergiera y lo parara mediante el interruptor. Luego el delfín volvía al bote, para tocar un segundo timbre, de "cobro" (*b*), y reclamar su recompensa. Tuffy no tenía dificultad alguna con inmersiones de 150 metros, pero necesitaba pasar cierto tiempo recuperándose en superficie después de parar el timbre sumergido a una profundidad de 300 metros.

te la contracción, cuando la presión intramuscular estrangula el flujo sanguíneo capilar y corta el suministro normal de oxígeno que transportan los glóbulos rojos sanguíneos. La abundante provisión de oxígeno de la mioglobina constituye otro ejemplo de adaptación de los cetáceos al buceo derivada del perfeccionamiento de una aptitud preexistente en los mamíferos.

Cuando iniciamos nuestro estudio de la habilidad de buceo ya existía una explicación ampliamente aceptada de los largos tiempos de inmersión característicos de los animales acuáticos. Arrancaba de los experimentos realizados por P. F. Scholander, de la Institución Oceanográfica Scripps, según los cuales, cuando un animal inmovilizado (un pato o una foca) se sumergía a la fuerza, su ritmo cardíaco disminuía bruscamente y el reducido flujo sanguíneo se desviaba de manera que interrumpiera en gran parte la circulación de la sangre hacia los músculos y las vísceras del animal. El gasto cardíaco, menor, se dirigía casi enteramente al cerebro y al corazón, órganos que, según se creía, necesitaban un aporte continuo de oxígeno. (Bastan escasos segundos de interrupción en el flujo de sangre al cerebro humano para que se produzca un desvanecimiento.) Lo único de que disponían los músculos privados de oxígeno de los sujetos de experimentación de Scholander era una ruta energética anaerobia, que acumulaba ácido láctico como subproducto metabólico.

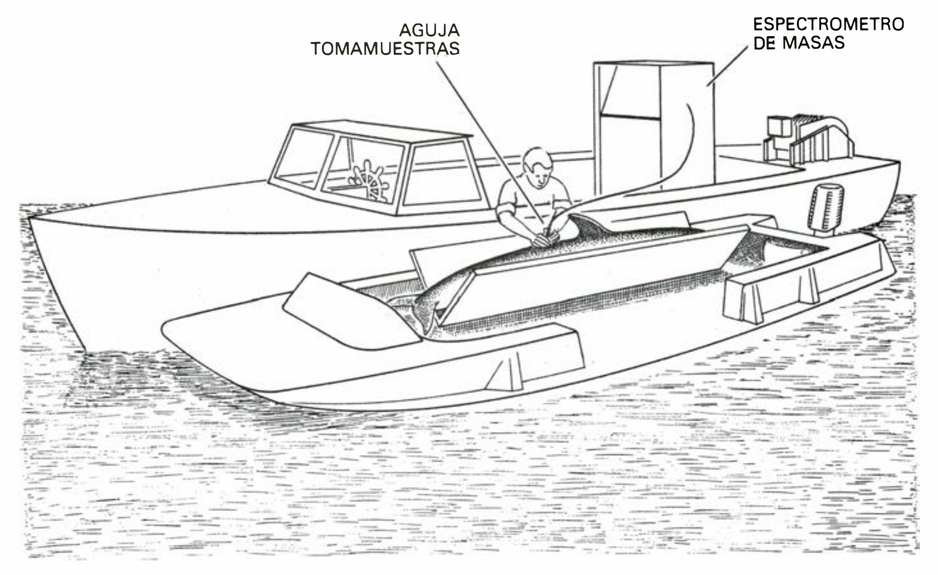
Esta secuencia lógica de acontecimientos se encuentra hoy en casi todos los libros de texto cuando explican la capacidad de inmersión prolongada, no sólo de patos y focas, sino también de otras aves acuáticas y de los mamíferos marinos en general. Sin embargo, no se disponía prácticamente de datos fisiológicos para los cetáceos. De hecho, la única ocasión en que se privó de aire a una marsopa inmovilizada sufrió un colapso y murió. Nos propusimos recoger pruebas de este hipotético reflejo de buceo a partir de cetáceos que nadaran en libertad.

Como primer paso, instalamos transmisores ultrasónicos a marsopas con el fin de supervisar los latidos de los animales mientras nadaban. Nos sorprendió no encontrar prueba alguna de que el ritmo cardíaco disminuyera bruscamente al bucear, característica ésta de patos y focas cuando se les sumergía a la fuerza. Las marsopas mantenían un nivel de circulación general relativamente alto en toda su inmersión. Ello nos animó a obtener una medida más directa de la rapidez con que agotaban su reserva de oxígeno en inmersión.

Para nuestra fortuna, la Armada de los Estados Unidos procedía en esa época al adiestramiento de delfines mulares o tursiones (*Tursiops truncatus*) para que actuaran de mensajeros de buzos situados a gran profundidad. Un entrenador de la Armada, William Scronce, enseñó a uno de los delfines, llamado Tuffy, a que exhalara el aliento en el interior de un embudo subacuático, para que pudiéramos analizarlo. Un timbre subacuático daba a Tuffy la señal de actuar. Si presionaba el timbre con su hocico y exhalaba en el embudo, recibía en premio tres peces. Otro timbre le indicaba cuándo debía iniciar la inmersión. Variando el intervalo entre el zumbido del timbre de "inmersión" y el del timbre de "cobro" obteníamos muestras de aire correspondientes a un amplio rango de tiempos de apnea. Tuffy contenía la respiración fácilmente hasta seis minutos, pero al cabo de un período mucho más breve se mostraba cada vez más impaciente a la espera de que sonara el timbre de "cobro"; miraba hacia arriba, a través del agua, hacia nosotros, e incluso rechinaba los dientes.

Al estudiar los datos que nos proporcionó Tuffy vimos, con sorpresa, cuán rápidamente se reducía la concentración de oxígeno en los pulmones del delfín. A los tres minutos, el gas de los pulmones de Tuffy había descendido ya de su nivel atmosférico normal, de un 21 por ciento de oxígeno, a menos del 2 por ciento. Por tanto, durante los tres minutos restantes de esas inmersiones "fáciles", el animal era virtualmente anaerobio. Después de una apnea de esa magnitud, no volvía a actuar hasta pasar cuatro o cinco minutos respirando rápidamente en la superficie; evidentemente, saldaba el déficit de oxígeno en el que acababa de incurrir. Sin embargo, después de inmersiones de dos minutos o menos, buceaba de nuevo sin mayor dilación; sólo precisaba un breve intervalo de respiración en superficie.

Quedaba claro ahora por qué no habíamos observado una disminución brusca del ritmo cardíaco durante el buceo de nuestras marsopas equipadas con un dispositivo ultrasónico. Como Tuffy, habían desarrollado sólo un esfuerzo parcial, si es que habían hecho alguno, para conservar su provisión inicial de oxígeno. Esta provisión se había consumido rápidamente; después, se había generado un déficit de oxígeno en todos sus tejidos, cerebro incluido. Todos los animales de respiración aérea que observamos (aves buceadoras, focas y manatíes, además de nuestros cetáceos) intentaban evitar esa falta de oxígeno limitando sus inmersiones a períodos cortos, con el fin de no agotar su provisión de oxígeno. Por ejemplo, cuando Tuffy y los delfines que le acompañaban nadaban sin instruccio-



6. TERCER EXPERIMENTO, destinado a descubrir si un delfín mular es proclive a la embolia gaseosa (los dolorosos síntomas que puede provocar la absorción de nitrógeno atmosférico por la sangre en el curso de una inmersión prolongada). A una señal, el delfín se sumergía repetidamente hasta una profundidad de 100 metros, pasando más de 20 minutos por hora a una profundidad media de 50 metros. Luego, el animal nadaba hasta una plataforma flotante situada junto a una barca que contenía un espectrómetro de masas; los experimentadores insertaban una aguja para tomar muestras de gas hasta el músculo del delfín, que aparecía saturado de nitrógeno en un grado peligroso para un submarinista humano. Los autores atribuyen el hecho de que el delfín se vea libre de la embolia gaseosa a una adaptación al buceo.

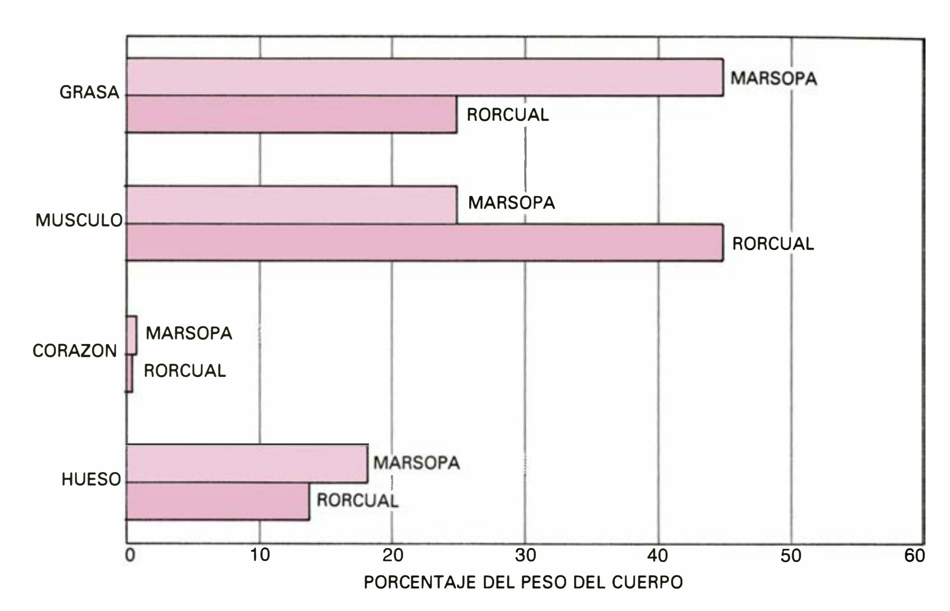
nes en contra, las inmersiones de más de 2 minutos y medio constituían la excepción y no la regla. Sumergiéndose por intervalos más breves, los delfines podían bucear horas seguidas.

Cuando un submarinista humano se mantiene bajo el agua tiempo suficiente para que una cantidad considerable de nitrógeno se diluya en su sangre y luego asciende demasiado deprisa, el nitrógeno forma pequeñas burbujitas que pueden causar alteraciones dolorosas (la llamada embolia gaseosa) y hasta la muerte. ¿Cómo evitan la embolia gaseosa nuestros delfines, por no hablar de los grandes cetáceos que bucean a profundidades superiores al kilómetro durante más de una hora? Para dar respuesta a esta pregunta y otras afines, diseñamos algunos experimentos de buceo profundo para nuestro tursión adiestrado.

Largábamos un timbre, controlado desde la superficie, a una profundidad determinada. Se le adiestró para que nadara hasta el timbre cuando sonaba y lo apagara presionando un interruptor con su hocico. Cuando Tuffy desconectaba el timbre de "inmersión", Scronce hacía sonar inmediatamente el timbre de "cobro" situado en superficie. El delfín subía entonces nadando rápidamente desde el punto de inmersión hasta el timbre de "cobro" y exhalaba el aire en el embudo colector.

La bibliografía científica sobre delfines da a entender que estos animales no bucean a gran profundidad. Cuando iniciamos nuestros experimentos situamos el timbre de "inmersión" a una profundidad de 150 metros, Tuffy alcanzaba con facilidad esa cota, ascendía para darnos su muestra de gas y a veces requería los tres peces de su premio antes de molestarse en inhalar; evidentemente, se encontraba lejos de su límite de profundidad. Cuando hicimos descender el timbre de "inmersión" a 300 metros, Tuffy precisaba un tiempo de recuperación mucho más largo. Se aproximaba a su límite. (Entrenadores de la Marina norteamericana han adiestrado recientemente en Hawai una especie emparentada que desciende hasta casi 600 metros.)

Tuffy no parecía sufrir molestia alguna por la creciente presión hidrostática que debía soportar conforme aumentaba la profundidad (hasta 30 atmósferas, o sea 30 kilogramos por centímetro cuadrado, a una profundidad de 300 metros). Suponíamos que a una presión externa tan elevada los pulmones del animal se hallarían casi completamente aplastados. Montando en el timbre de "buceo" una cámara fotográfica con flash registramos el aspecto de Tuffy cuando desconectaba el interruptor a 300 metros bajo la superficie. Se apreciaba, efectivamente, la caja torácica muy deformada por la presión hidrostática que apretaba sus pulmones.

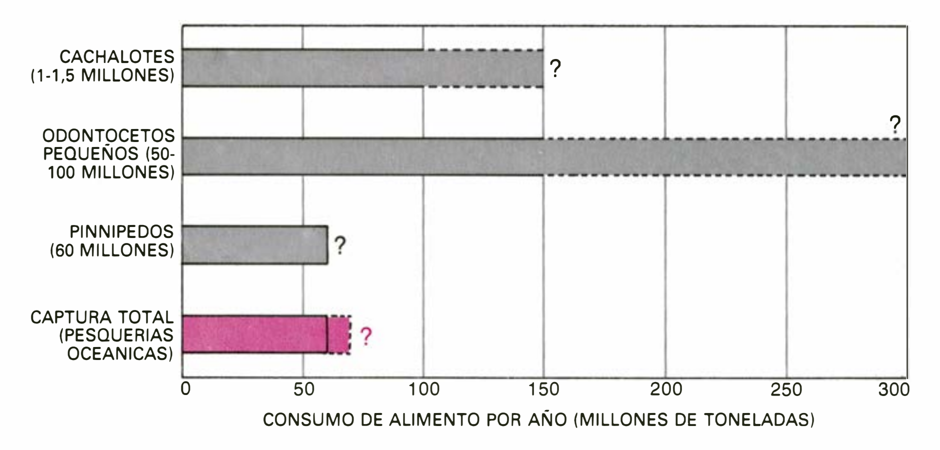


7. DISTINTAS PROPORCIONES DEL PESO CORPORAL TOTAL correspondientes a diversos componentes anatómicos. Un pequeño odontoceto, la marsopa, se compara con un misticeto grande, el rorcual, de aguas polares frías. Unicamente alrededor de un cuarto del peso de la marsopa está constituido por músculo, mientras que alrededor de la mitad de su peso corresponde a tejido adiposo. La geometría de las relaciones superficie-volumen proporciona al rorcual una gruesa vaina de grasa que supone sólo la cuarta parte de su peso total, mientras que cerca de la mitad del total corresponde a tejido muscular.

A continuación intentamos forzar la aparición de embolia gaseosa en otro delfín adiestrado obligándole a bucear repetidamente. Tan pronto como su respiración en superficie indicaba que se había recuperado de la inmersión anterior, lo enviábamos abajo de nuevo, hasta que, de una hora, había permanecido más de 20 minutos por debajo de los 50 metros. Ni siquiera entonces el delfín presentaba síntoma alguno aparente de molestia. Luego, con la ayuda de Robert S. ("Red") Howard, de la Institución Scripps, medimos la cantidad real de nitrógeno acumulado en los músculos del animal como resultado de esas múltiples inmersiones consecutivas. No fue tarea fácil. En primer lugar se entrenó al delfín para que, después de la secuencia de inmersiones, nadara hasta colocarse sobre una plataforma flotante situada junto a nuestra barca. Ello nos permitía insertar en el músculo subyacente una pequeña aguja para muestras de gas, atravesando su capa de grasa. Un tubo unía la aguja a un espectrómetro de masas (a bordo de una segunda barca) que medía directamente la concentración de nitrógeno disuelto en el músculo. Efectuar la operación en mar abierto a bordo de pequeñas embarcaciones requiere una buena dosis de paciencia por parte del experimentador.

De nuevo el resultado nos sorprendió. La concentración de nitrógeno disuelto en el tejido muscular del delfín indicaba un grado de sobresaturación que hubiera sido peligroso en un buceador humano. La única conclusión posible es que los cetáceos toleraban concentraciones de nitrógeno que producirían embolia gaseosa a un buceador humano. No sabemos aún cómo lo logran, pero esta capacidad es, desde luego, lo que cabe esperar de un orden de mamíferos bien adaptados al buceo en profundidad.

¿Qué ha representado para la ecología de los océanos mundiales la adquisición de esta capacidad superior de buceo? Algunos animales acuáticos, por ejemplo la nutria marina y el manatí, se han adaptado a mordisquear con mayor o menor fortuna en los bordes de la cadena alimentaria oceánica. Otros, como el suborden Pinnípedos de los Carnívoros (focas, otarios y morsas), se encuentran más a sus anchas en el océano abierto, pero todavía precisan volver a tierra para aparearse y reproducirse. Sólo los Cetáceos han evolucionado para habérselas con un modo de vida completamente oceánico; lo que les dio acceso a una enorme reserva alimentaria en forma de otros animales. Ballenas y delfines se han establecido como recolectores en la cúspide de la cadena alimentaria marina.



8. PAPEL ECOLOGICO DE LOS MAMIFEROS MARINOS, que parece tan significativo como el de los mamíferos terrestres. Se compara la "cosecha" estimada que los mamíferos marinos hacen de otros organismos marinos con la captura pesquera internacional registrada. Un millón de cachalotes consume al año unos 100 millones de toneladas de calamar (más si, como parece, el número de cachalotes sobrepasa esa cifra). Los 50 a 100 millones de marsopas y otros pequeños odontocetos consumen entre 100 y 300 toneladas de pescado. Las estimaciones del consumo por parte de las ballenas son menos fiables, pero focas, leones marinos y morsas consumen anualmente 60 millones de toneladas de pescado. La captura total por los pescadores marinos alcanza, en todo el mundo, los 60 o 70 millones de toneladas anuales (*color*).

El éxito de estos depredadores marinos, bien dotados desde el punto de vista fisiológico, puede juzgarse a partir de su número. Suele creerse que muchas especies de cetáceos se hallan en inminente peligro de extinción; tal conclusión se basa en gran medida en una interpretación errónea de su actual nivel de población. Por ejemplo, el número total de rorcuales azules es superior, en al menos un orden de magnitud, al número total de individuos de especies terrestres amenazadas, como el orangután o el panda gigante. De hecho, la mayoría de especies de cetáceos tienen un número elevado de individuos, y algunas poblaciones alcanzan casi el nivel de espectáculo. La observación de ballenas es un deporte invernal en auge en la costa de California, y, en el Atlántico, los barcos de recreo que se hacen a la mar desde la región de Boston aseguran a los turistas frecuentes avistamientos de cetáceos a la hora o par de horas de navegación.

Los cachalotes eran probablemente dos veces más numerosos en las generaciones anteriores, al iniciarse la caza ballenera moderna, que en nuestros días, pero aún así el número actual de esos odontocetos está lejos de ser bajo. El cetólogo británico Malcolm R. Clarke estima la población actual de cachalotes en cerca de un millón de individuos (otros dicen que es de 1,5 millones) y calcula que anualmente consumen unos 100 millones de toneladas de calamares abisales, un recurso oceánico que no tiene otros destinatarios. Es instructivo comparar la depredación de esta única especie de cetáceo con el total de la captura pesquera anual mundial: de 60 a 70 millones de toneladas.

Michael E. Q. Pilson, de la Universidad de Rhode Island, ha efectuado una estimación del consumo anual de los siguientes animales en la lista de mamíferos acuáticos, los pinnípedos. La estimación de Pilson tiene la ventaja de que se conoce mejor el número de individuos de estas poblaciones: los pinnípedos se reproducen en tierra firme, lo que permite un registro más fiel de sus miembros que el de las 70 especies de cetáceos. Se han realizado censos en la mayoría de zonas de reproducción de pinnípedos, cuyos requerimientos alimentarios anuales se conocen a partir de la dieta de especies cautivas. Pilson estima que focas, leones marinos y morsas consumen 60 millones de toneladas de pescado por año, aproximadamente la cantidad que el hombre pesca. Si se extrapola a partir del número de marsopas que anualmente se sacrifican en las operaciones de las pesquerías de túnidos del Pacífico oriental, la población mundial de marsopas y delfines puede acercarse a los 100 millones de individuos. Aun cuando la población fuera de sólo la mitad, su consumo anual de alimento totalizaría unos 150 millones de toneladas.

Tan elevadas cifras pueden causar asombro, y nos apresuramos a añadir que deben considerarse provisionales. En realidad, a menos que los animales oceánicos estén sometidos a la recolección por el hombre, ya sea accidental o deliberadamente, no es probable que se conozca bien el tamaño de sus poblaciones. Dos ejemplos bastarán. Hasta hace poco, el delfín de Fraser se conocía sólo a partir de un único esqueleto hallado en 1954. Ahora que la gente sabe de la existencia de la especie, se han avistado delfines de Fraser en cardúmenes compuestos por centenares de individuos en aguas de las Filipinas, y estos cetáceos parecen hallarse ampliamente distribuidos en las zonas tropicales de los océanos Pacífico e Indico. La población del Pacífico norte de marsopa de Dall se estimaba en sólo unas cuantas decenas de miles de individuos. Desde que se supo que los pescadores japoneses mataban anualmente hasta 10.000 marsopas de Dall, los nuevos cómputos han hecho subir la estimación de la población a un millón de individuos o más.

Así pues, está claro que el papel de los cetáceos en las cadenas alimentarias marinas es mucho mayor que el del hombre. Ello no significa que la sobrepesca producida por el hombre no haya reducido sensiblemente poblaciones locales de peces, al igual que lo ha hecho con las poblaciones de algunas especies de cetáceos, en particular en el Antártico. Indica que la pesca, al estar confinada a unas pocas regiones muy productivas, no ha alterado la dinámica alimentaria a gran escala de la mayoría de regiones oceánicas.

Una característica de la dinámica alimentaria a gran escala es el afloramiento: el ascenso de nutrientes desde aguas profundas, como el que provocan las corrientes ascendentes en aguas de Africa austral, en el Atlántico, y de Sudamérica, en el Pacífico. Los cetáceos desempeñan un papel análogo a una escala sorprendentemente grande. Todos los demás seres vivos del océano tienden a transportar los nutrientes hacia abajo. Ligados a la superficie por su respiración aérea, los mamíferos marinos tienden a transportar los nutrientes hacia arriba. Incluso los productos fecales de los cetáceos no caen hacia abajo: por ser líquidos, tienden a dispersarse y no a hundirse.

Para quienes nos preocupa el bienestar de los cetáceos por razones afectivas a la vez que biológicas, hay nuevas señales de esperanza. Dar caza a estos animales en mares remotos es una actividad que precisa de mucha energía. A medida que los cetáceos misticetos de interés comercial sean más difíciles de encontrar, los costos de los balleneros, sobre todo en combustible consumido, alcanzarán un punto en el que la economía habrá de desalentar cada vez más la actividad ballenera. Tendría su gracia que la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) hiciera más que los conservacionistas para reducir la presión de caza sobre estos notables mamíferos marinos.

Georg Cantor y la teoría de conjuntos transfinitos

¿Cuán grande es un conjunto infinito? Cantor hizo ver que hay una jerarquía de infinitos, cada uno "mayor" que su precedente. Su teoría es una de las piedras angulares de la matemática

Joseph W. Dauben

La naturaleza del infinito ha sido siempre objeto de controversia. Las famosas paradojas de Zenón de Elea, quien explicó con inquietante lucidez que el movimiento es imposible, porque exige que el móvil pase por una infinidad de puntos en un tiempo finito, suscitaron ya el problema en la antigüedad. El éxito de la física newtoniana es en gran parte consecuencia de haber introducido Newton el cálculo de tasas de variación de lo infinitamente pequeño, y ello a pesar de que durante más de 200 años no pudo ofrecerse una formulación matemáticamente rigurosa de esta idea, cuya eficacia es tan grande cuan delicado su manejo. En tiempos modernos han aparecido nuevos problemas asociados con el infinito en la teoría de conjuntos abstractos, teoría que proporciona fundamento y cimentación a prácticamente la totalidad de las matemáticas contemporáneas. Además, la idea de infinito ha estado siempre, a través de la historia, cargada de tintes y matices teológicos, que han pesado en la aceptación o en el rechazo de este concepto y de las doctrinas matemáticas o filosóficas con él asociadas. Todas estas corrientes de pensamiento convergen en la vida y obra del matemático Georg Cantor.

La obra a la que Cantor dedicó su vida es, en substancia, bien conocida. Al desarrollar la que él mismo bautizó "aritmética de los números transfinitos", dotó de contenido matemático al concepto de infinito actual. Y al hacerlo así puso los cimientos de la teoría de conjuntos abstractos, contribuyendo además, de forma importante, a fundamentar el cálculo diferencial y el continuo de los números reales. El más notable logro de Cantor consistió en demostrar, con rigor matemático, que la de infinito no era una noción indiferenciada. No todos los conjuntos infinitos son de igual tamaño; por consiguiente, es posible establecer comparaciones entre ellos. El conjunto de todos los puntos de una recta, por ejemplo, y el conjunto de todos los números fraccionarios son, ambos, conjuntos infinitos. Demostró que, en un sentido bien definido, el primero de tales conjuntos es de tamaño mayor que el del segundo. Resultaron tan chocantes a la intuición de sus contemporáneos las ideas de Cantor, que el eminente matemático francés Henri Poincaré condenó la teoría de números transfinitos como una "enfermedad", de la que algún día llegarían las matemáticas a curarse. Leopold Kronecker, que fue uno de los maestros de Cantor, y miembro preeminente de la matemática institucional alemana, llegó incluso a atacarle directa y personalmente, calificándolo de "charlatán científico", "renegado" y "corruptor de la juventud".

Es también sabido que Cantor padeció toda su vida de una serie de "colapsos nerviosos", que conforme envejecía iban haciéndose más frecuentes y agotadores. Estos colapsos nerviosos eran, seguramente, síntoma de una enfermedad mental de carácter orgánico. Un estudio reciente llevado a cabo por Ivor Grattan-Guinness, especialista inglés en historia de la matemática, sugiere, fundándose en una evaluación del historial clínico de Cantor realizada por psicólogos de la Halle Nervenklinik (hospital para enfermedades mentales de la ciudad de Halle, en Alemania Oriental), que Cantor era víctima de psicosis maníaco-depresiva. Empero, nada más fácil para sus primeros biógrafos que presentarle como víctima desventurada de la persecución de sus contemporáneos, que, no obstante padecer colapsos nerviosos cada vez más frecuentes, se esforzaba en defender su compleja teoría.

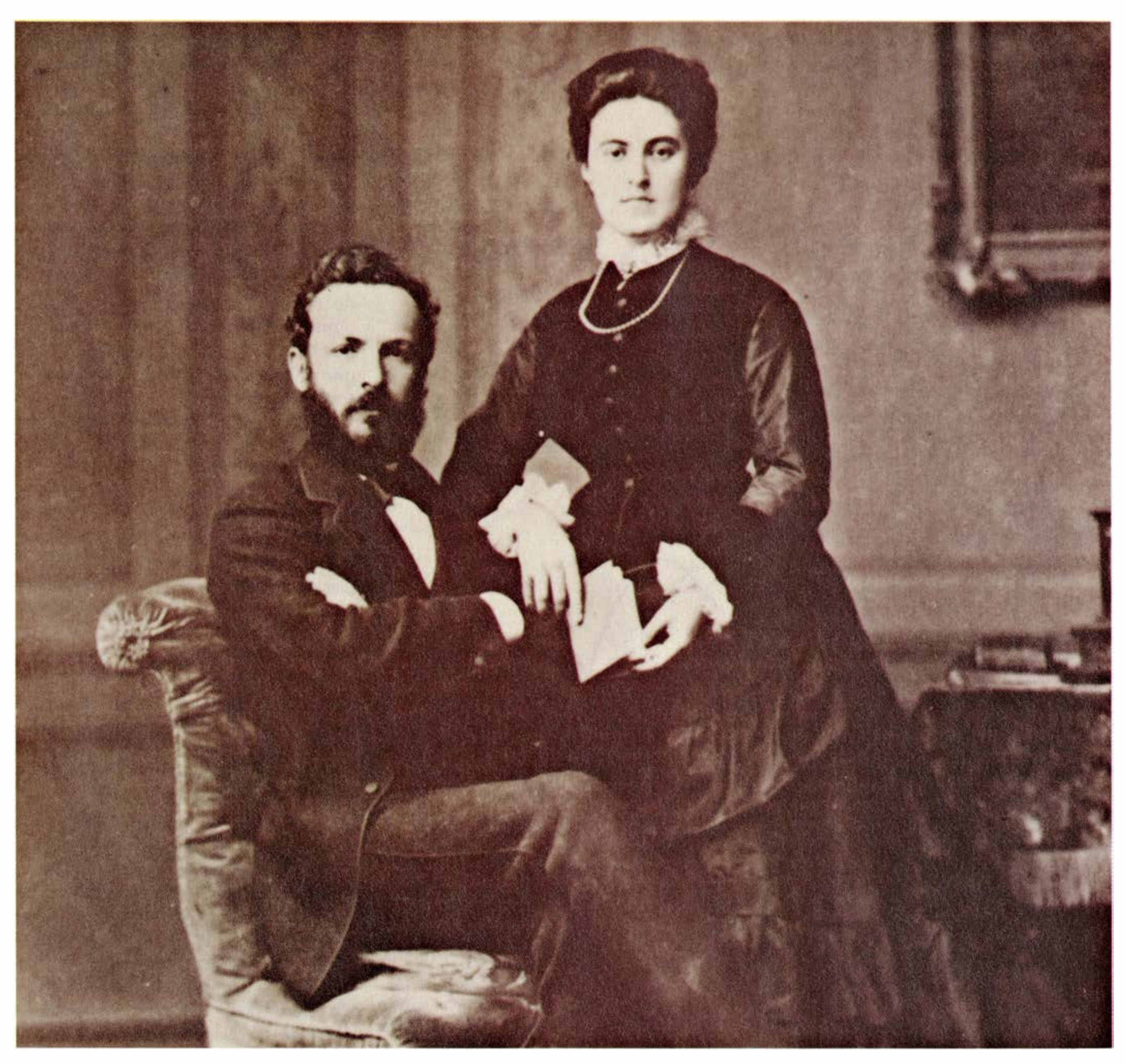
Tales relatos deforman la verdad, pues trivializan las auténticas y profundas preocupaciones de carácter intelectual que motivaron parte de la oposición –sobre todo la más meditada– con que sus contemporáneos recibieron la teoría. Son igualmente insuficientes a la hora de hacer justicia al alcance y potencia de los argumentos que Cantor esgrimió en defensa de sus ideas. Al principio, él mismo se resistió a aceptar la existencia de números transfinitos, convencido como estaba de que era imposible formular coherentemente la noción de infinito actual, sin cabida por tanto en matemática rigurosa. No obstante, según refiere, pronto superó su "prejuicio" al respecto de los números transfinitos, por encontrarlos indispensables para el desarrollo ulterior de sus ideas matemáticas. Justamente a causa de sus dudas iniciales pudo Cantor prever la oposición que iba a encontrar en diversos campos, que intentó vencer aplicando no sólo razonamientos matemáticos sino también filosóficos y teológicos. Cuando fue convocado para responder a sus críticos, congregó sus ideas con fuerza considerable. Su enfermedad mental, lejos de desempeñar un papel enteramente negativo, pudo muy bien haber proporcionado, durante sus fases maníacas, la energía y la tenacidad obsesiva con que promovió su teoría.

Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor nació el 3 de marzo de 1845 en San Petersburgo (hoy Leningrado). Su madre, María Anna Böhm, procedía de una familia que contaba entre sus miembros varios músicos de talento; entre todos el más notable fue su tío Joseph Böhm, director en Viena de un conservatorio y fundador de una escuela de violinistas donde se formaron muchos virtuosos de la época. El

padre de Georg, Georg Woldemar Cantor, era un próspero comerciante y luterano devoto, que comunicó a su hijo profundas convicciones religiosas. Según el muy leído libro de Eric Temple Bell, *Men of Mathematics* ("Los grandes matemáticos") cuya primera edición data de 1937, la inseguridad que más tardíamente experimentaría Cantor hijo emanaba de un conflicto freudiano con su padre; pero las cartas que han llegado hasta nosotros, así como otras pruebas sobre la relación entre padre e hijo, más bien indican lo contrario. El padre parece haber sido un hombre de sentimientos, que prestó atención a sus hijos y que se tomó un interés especial, pero no coercitivo, por la educación y bienestar del mayor.

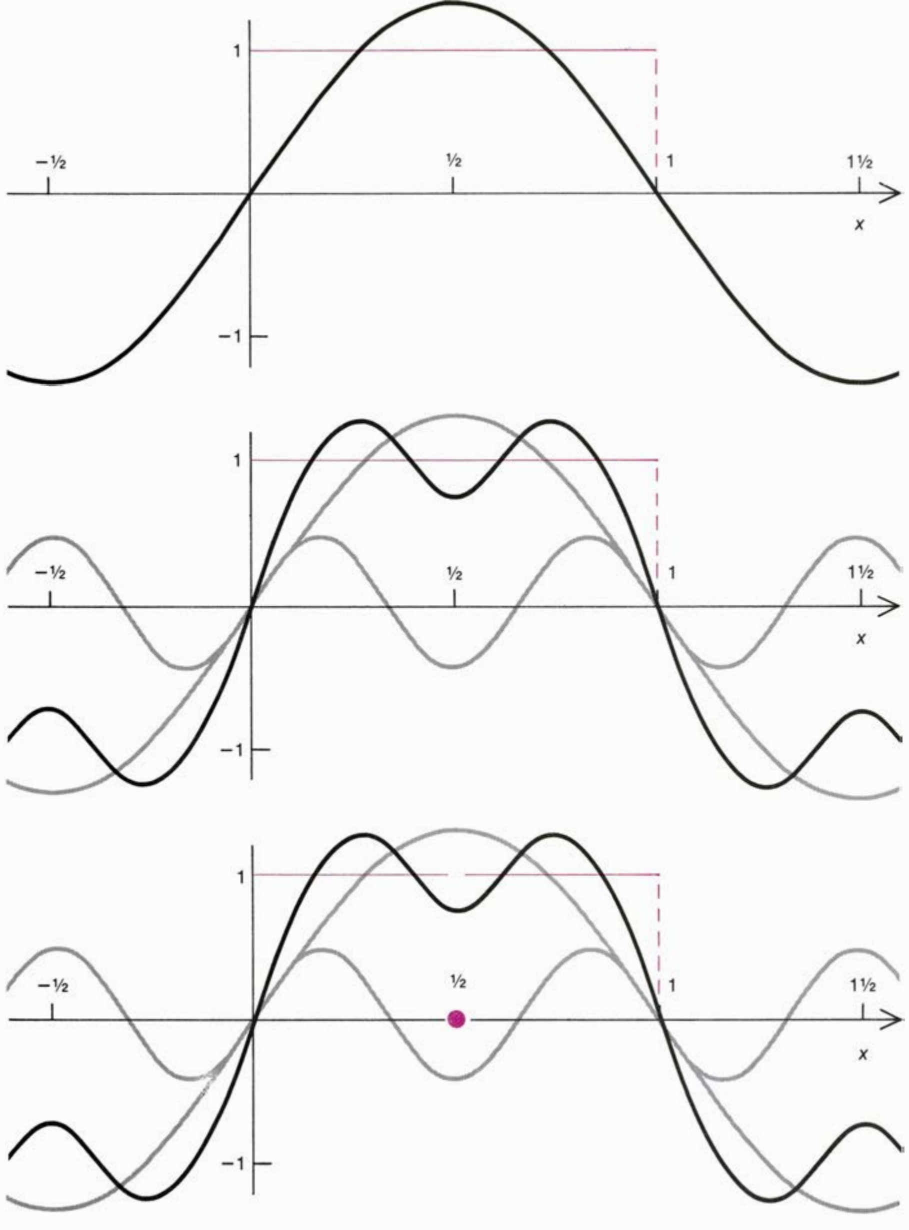
Siendo todavía niño, la familia se mudó de Rusia a Alemania, y fue en este país donde Cantor comenzó a estudiar matemáticas. En 1868 recibió el título de doctor por la Universidad de Berlín, con una tesis sobre teoría de números; dos años más tarde, aceptaba un puesto de *Privatdozent* en la Universidad de Halle, institución respetada, si bien no de tan gran prestigio en matemáticas como las universidades de Göttingen o Berlín. Uno de sus colegas en Halle, Heinrich Eduard Heine, estaba a la sazón trabajando en la teoría de series trigonométricas; Heine animó a Cantor a atacar el difícil problema de la unicidad de tales series. En 1872, contando Cantor 27 años, publicó un artículo donde presentaba una solución muy general a tal problema, juntamente con el germen de lo que llegaría a convertirse en la teoría de conjuntos transfinitos.

El problema que Heine sugirió a Cantor arrancaba del trabajo del matemático francés Jean Baptiste Joseph Fourier. En 1822 Fourier había mostrado que la gráfica de cualquier curva "razonablemente lisa" (es decir, una



1. RETRATO DE CANTOR y su esposa, tomado hacia 1880, cuando se hallaba en el cénit de su carrera. Había comenzado ya a crear malestar entre las instituciones matemáticas alemanas con una demostración de que el conjunto infinito de los números reales, representado por el continuo de los puntos de una recta, es mayor que el conjunto infinito de todas las fracciones. Cantor demostró también ser posible definir cantidades infinitas, llamadas números transfinitos, que describieran tales diferencias. Algunos años después de hacerse esta fotografía, sufrió un grave ataque de psicosis maníaco-depresiva que terminaría por dar al traste con su trabajo de creación matemática. La fotografía original pertenece a la colección particular de Egbert Schneider.

curva que presentase tan sólo un número finito de puntos de discontinuidad) podía representarse en todo un intervalo como suma de una serie trigonométrica infinita. Dicho de otro modo, superponiendo unas sobre otras un número infinito de ondas sinusoidales y cosinusoidales, en todos los puntos del intervalo, exceptuados los correspondientes a discontinuidades, podía aproximarse la curva con la precisión que se quisiera [*véase la figura 2*]. Se dice que entonces la serie converge hacia la curva –o hacia la función que la define– en casi todos los puntos, o también, que hay convergencia "casi por doquier". El resultado de Fourier es de importancia matemática capital, porque sugiere que ciertas funciones complicadas podrían representarse o descomponerse en sumas de senos y cosenos, matemáticamente mucho más fáciles de manipular que ellas. A fin de justificar tal sustitución, hacía falta, sin embargo, alguna garantía de que hubiera sólo una de tales series trigonométricas que convergiera hacia la función. Cantor comenzó a investigar condiciones bajo las cuales una serie trigonométrica convergente hacia una función es única.



2. UNA GRAFICA CONTINUA Y LISA, cuya altura en cada punto depende del valor del punto correspondiente del eje *x*, puede ser aproximada con la precisión que se desee mediante una serie trigonométrica, esto es, mediante una suma de senos y cosenos. Así, por ejemplo, una línea recta y horizontal trazada a la altura de una unidad por encima del eje *x* (*línea de color*) puede ser aproximada superponiendo unas sobre otras ondas sinusoidales (*curvas grises*); hemos representado en la ilustración las dos primeras etapas de la aproximación (*curvas negras de las figuras superior y central*). La serie trigonométrica que converge hacia la gráfica es única. Empero, aunque la gráfica no sea continua, con frecuencia es posible aproximarla mediante una única serie trigonométrica. Por ejemplo, si la altura de la gráfica es en todo punto igual a una unidad, exceptuado el punto donde *x* es igual a 1/2, la serie trigonométrica que convergía hacia la línea continua converge también hacia esta otra fragmentada, excepto en el punto 1/2 (*punto de color, abajo*). Cantor demostró que una gráfica puede ser aproximada por una única serie trigonométrica incluso si el número de puntos donde la gráfica no es continua es un número infinito, con tal de que los puntos de discontinuidad se encuentren distribuidos sobre el eje *x* de cierto modo específico. Ello le condujo a analizar las propiedades estructurales de los conjuntos infinitos abstractos y los infinitos modos en que los elementos de los conjuntos infinitos pueden ser ordenados unos con relación a otros.

En 1870 logró su primer resultado: si una función es continua en todos los puntos de un intervalo, su representación trigonométrica esta unívocamente determinada. Su paso siguiente consistió en relajar la exigencia de que la función fuese continua sobre la totalidad del intervalo. Supongamos, por ejemplo, que la función que debamos aproximar en serie sea como sigue: la gráfica de la función es una recta paralela al eje x –el eje horizontal– de la representación gráfica, a excepción del punto del eje x correspondiente a 1/2. Para el punto de abscisa 1/2, la función toma el valor 0, en lugar del valor 1 que le corresponde en todo el resto del eje. Cantor pudo demostrar que, sacrificando el requisito de convergencia en el punto donde x es igual a 1/2, sigue existiendo una única serie trigonométrica que converja a la función en todos los restantes puntos.

No existe ninguna otra serie trigonométrica de forma similar que también sea aproximación de la función. Fue entonces cosa sencilla para Cantor generalizar su resultado anterior para dar cabida a todas las funciones que presenten un número finito de puntos de discontinuidad, puntos que Cantor llamaba "puntos excepcionales".

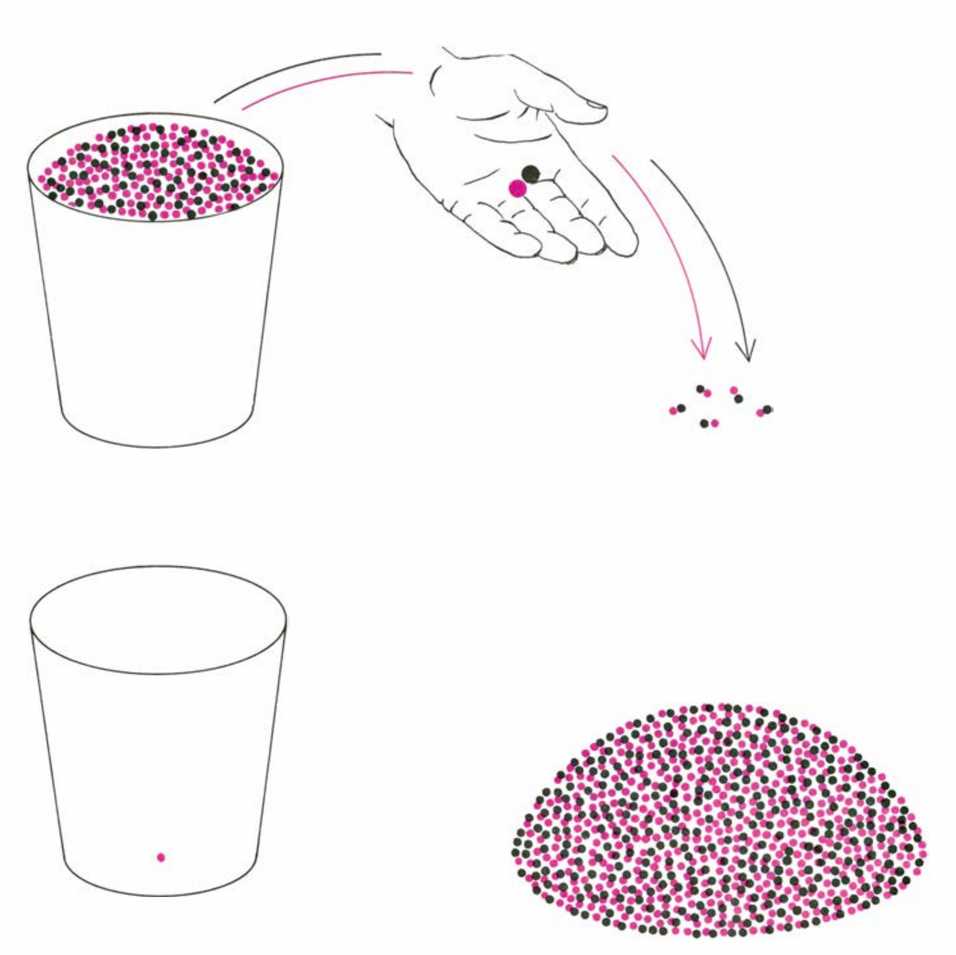
En 1872, buscando Cantor un enunciado más general para su teorema de unicidad, publicó un notable descubrimiento: que en tanto los puntos excepcionales se encuentren distribuidos sobre el eje x en forma cuidadosamente especificada podría haber incluso un número infinito de ellos. El paso más importante de la demostración residía en la descripción precisa del conjunto infinito de puntos excepcionales, y Cantor comprendió que para tal propósito necesitaba proporcionar un método satisfactorio de analizar el continuo de puntos situado sobre el eje x. De esta forma, el estudio que Cantor había efectuado para las series trigonométricas provocó en su pensamiento una notable transición: prestar mayor atención a las relaciones entre los puntos del continuo que a los teoremas sobre series trigonométricas.

Cantor consideraba axiomático que a

cada punto de una recta continua le correspondía un número, llamado "real" para distinguirlo de los números "imaginarios", que eran los múltiplos de $\sqrt{-1}$. Recíprocamente, a cada número real le correspondía un punto, y exactamente un punto, de una recta continua. Por consiguiente, el problema de describir el continuo de puntos de una recta era equivalente al problema de definir e investigar las propiedades del sistema de números reales. Uno de los principales logros del artículo de 1872 fue la exposición rigurosa de tales propiedades.

Las teorías de números reales encuentran sus máximas dificultades en números que, como π y $\sqrt{2}$, no son racionales. (Números racionales son los expresables por cociente de dos números enteros. Desde la antigüedad es conocido que $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ y otras muchas raíces son irracionales.) Puesto que nadie ponía en tela de juicio la legitimidad de los números racionales, Cantor enfocó el problema de los números reales desde un ángulo que ya había sugerido Karl Weierstrass, uno de sus profesores de la Universidad de Berlín. Cantor propuso que todo número irracional podía representarse por una sucesión infinita de números racionales. Así, el número $\sqrt{2}$, por ejemplo, puede representarse por una sucesión infinita de números racionales: 1, 1,4, 1,41..., y así sucesivamente. De esta forma, todos los números irracionales pueden ser imaginados como puntos geométricos situados sobre una "recta numérica", al igual que había podido hacerse con los números racionales.

No obstante sus ventajas, algunos matemáticos encontraron difícil admitir el método de Cantor, pues presuponía la existencia de sucesiones o conjuntos formados por infinitos elementos. Filósofos y matemáticos habían venido rechazando desde los tiempos de Aristóteles la noción de infinitud completa, a causa, sobre todo, de las paradojas que parecía plantear. Galileo, por ejemplo, había ya hecho notar que, si en matemáticas fueran admisibles conjuntos infinitos completos, habría tantos números enteros pares cuantos pares e impares reunidos. Cada número entero par puede ser emparejado biunívocamente con el número entero de valor mitad, quedando así definida una correspondencia biunívoca entre los elementos de uno y otro conjuntos. Otras de las voces que manifestaban tradicionalmente oposición a la idea de infinidad completa eran las alzadas por teólogos como santo Tomás de Aquino, por considerar que tal noción comportaba un desafío directo a la naturaleza única, infinita y absoluta de Dios.

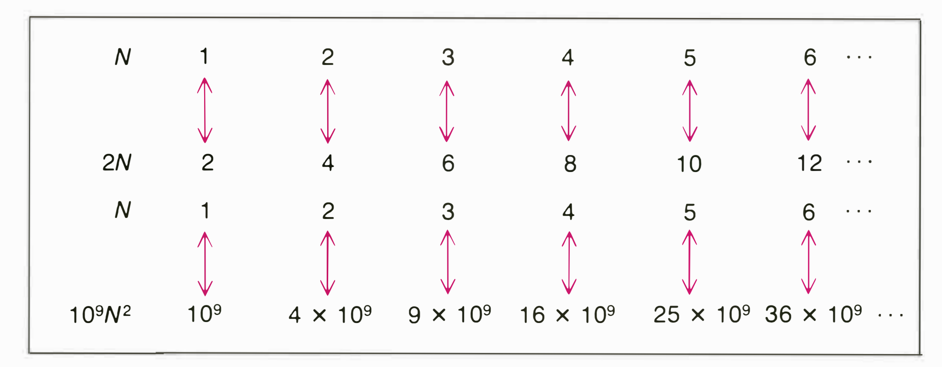


3. PARA COMPARAR LOS TAMAÑOS de dos conjuntos infinitos se van emparejando a los elementos del primer conjunto con los del segundo. Por ejemplo, para determinar si en un cubo hay más o menos bolas rojas que bolas negras, podemos irlas sacando por pares de una roja y una negra. Cuando ya no puedan formarse nuevas parejas, las bolas restantes en el cubo, si las hubiere, servirían de base de comparación. Cantor se valió de este principio elemental para comparar tamaños de conjuntos infinitos.

Para evitar semejantes tropiezos, los matemáticos habían venido trazando una distinción taxativa entre lo infinito en tanto que cantidad completa, el infinito actual, y lo infinito en potencia, como podría quedar representado por una suma indefinida e ilimitada –lo que se llama serie– que convergiera hacia un cierto límite. Tan sólo estaban los matemáticos dispuestos a tolerar infinitos potenciales. En 1831, Carl Friedrich Gauss había ya expresado su oposición a que se utilizasen infinitos completos, manifestándose en términos que Cantor calificó de "autoritarios". En una carta a Heinrich Schumacher, Gauss escribía: "Pero con respecto a su demostración, yo protesto sobre todo del uso que se hace de una cantidad infinita como cantidad *completa*, lo que en matemáticas jamás está permitido. El infinito es solo una *façon de parler*, en la que propiamente debería hablarse de límites".

Hablando de límites era posible eludir las paradojas que comportaban los infinitos actuales. Por ejemplo, añadiendo nuevas cifras al desarrollo decimal de π se puede aproximar el verdadero valor de π con precisión creciente. Gauss insistía, sin embargo, en que jamás deberían suponerse dados todos los términos del desarrollo decimal, con lo que el valor de π quedaría exactamente determinado. Hacerlo así equivaldría a tomar y comprender en su totalidad un conjunto infinito de números, operación que Gauss rechazaba.

No fue Cantor el único en estudiar las propiedades del continuo detallada y rigurosamente. En 1872, el mismo año en que fue publicado el artículo de Cantor, publicaba también el matemático alemán Richard Dedekind un análisis del continuo basado en conjuntos infinitos. En su artículo, Dedekind exponía una idea a la que luego Cantor confería mayor precisión: "La recta es infinitamente más rica en puntos individuales que lo es el dominio... de los números racionales en números individuales". Podemos dar a tal propiedad algo de perspectiva considerando la distribución de los puntos que en un seg-



4. PODEMOS EMPAREJAR, uno por uno, los números enteros con los números pares, sin que ninguno de ambos conjuntos llegue a agotarse. Por consiguiente, aunque pueda parecer que hay más números enteros que números pares, ambos conjuntos tienen en realidad el mismo número de elementos. Muchos otros conjuntos, como el de los cuadrados perfectos multiplicados por mil millones pueden también ser biunívocamente comparados con los números enteros. Tales conjuntos se llaman "numerables".

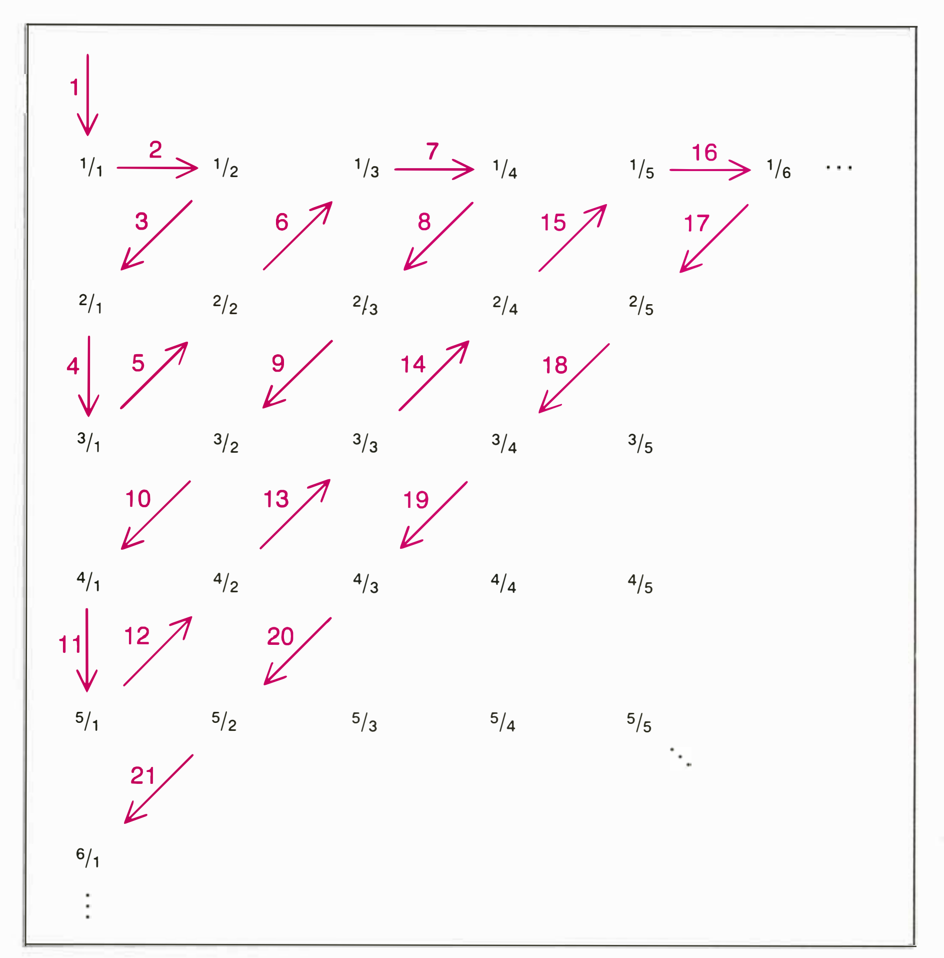
mento rectilíneo corresponden a números racionales, o brevemente, los puntos racionales. Por muy pequeño que sea tal segmento, hay en él infinitos puntos racionales. Así pues, el quid de la observación de Dedekind se encontraba en que a pesar de que los números racionales forman un conjunto denso en todo segmento rectilíneo, queda en éste suficiente sitio para alojar todavía un número infinito de números irracionales. Los puntos irracionales como $\sqrt{2}$ caen entre los puntos racionales, y por ello el conjunto de números racionales, aunque denso, se encuentra acribillado de poros, y no es continuo.

Si bien la observación de Dedekind es coherente con una correcta comprensión del continuo, esconde una grave flaqueza. De haberle alguien preguntado a Dedekind cuánto más rico en puntos era el continuo que el conjunto infinito de los números racionales, Dedekind hubiera quedado sin respuesta. La fundamental aportación de Cantor a este problema fue publicada en 1874, en el *Journal für die reine und agewandte Mathematik* de August Leopold Crelle, más conocido por el *Journal de Crelle*, seguramente la publicación matemática de carácter periódico de mayor prestigio en aquella época.

En efecto: Cantor tomó prestada la paradoja citada por Galileo y la convirtió en un procedimiento de comparación del tamaño de conjuntos infinitos. Cantor definió como equivalentes dos conjuntos cuando podía definirse entre los elementos de uno y otro conjuntos una correspondencia biunívoca. Una tal correspondencia proporciona un procedimiento natural de comparación de tamaños. Imaginemos, por ejemplo, un cubo lleno de bolas de color rojo y color negro. La forma más sencilla de averiguar si hay el mismo número de bolas rojas y negras es irlas sacando del cubo en parejas de una bola roja y una negra. De ser posible emparejar cada bola con otra de distinto color los dos conjuntos de bolas son equivalentes. Si no es así, las bolas sobrantes en el cubo permiten decidir la cuestión.

Aplicando el mismo principio de correspondencia, demostró que la propiedad que Galileo había considerado paradójica era, en realidad, una propiedad natural de los conjuntos infinitos. El conjunto de los números pares es equivalente al conjunto de todos los números enteros positivos, pares e impares reunidos, porque los emparejamientos entre miembros de uno y otro conjunto pueden proseguir por siempre, sin omitir a miembro alguno de ninguno de ambos conjuntos. Cantor pudo también exhibir un método, tan refinado como ingenioso, gracias al cual el conjunto de los números racionales podía quedar en correspondencia con el de todos los enteros [*véase la figura 5*]. Cantor llamó numerables a aquellos conjuntos cuyos elementos pueden ser puestos en correspondencia, uno con uno, con los números del conjunto de enteros positivos, lo que equivale a poderlos contar.

En vista de la densidad de los números racionales sobre la recta, y la relativa raleza de los números enteros al ser



5. CONJUNTO INFINITO de los números racionales: es decir, de los números expresables como cociente de dos números enteros. Puede parecer mucho mayor que el conjunto de los números enteros. Por ejemplo, entre dos enteros consecutivos, así 0 y 1, hay una infinidad de números racionales. No obstante, Cantor mostró en el año 1874 de qué forma podían los números racionales ser emparejados biunívocamente con los números enteros. Cada número racional se halla encuadrado en la formación de la figura; a cada número racional puede entonces asociársele un número entero conforme se va recorriendo la trayectoria señalada con flechas de color. Así pues, el conjunto de los números racionales es numerable.

situados sobre ella, puede parecer burdamente contrario a la intuición que ambos conjuntos resulten ser de igual tamaño. El siguiente paso de Cantor fue, empero, todavía mucho más impresionante: demostró que no puede existir ninguna correspondencia biunívoca como las explicadas entre el conjunto de los números enteros y el conjunto de los puntos de una recta, es decir, el conjunto de los números reales. Brevemente: los números reales forman un conjunto no numerable. La demostración que de este aserto dio Cantor en 1874 es un tanto complicada; presentaré aquí, en cambio, la idea principal de una versión simplificada y mucho más potente dada por él en 1891.

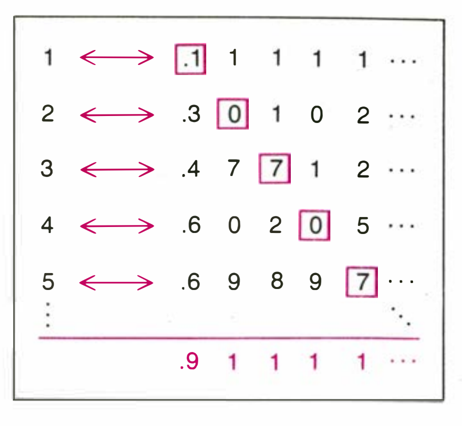
Cantor comenzó su demostración suponiendo que exista una correspondencia biunívoca entre los conjuntos de los números reales y de los números enteros. Su razonamiento consiste en ver que tal hipótesis lleva a contradicción; se deduce entonces que la suposición inicial tiene que ser falsa, o sea, que es imposible que exista una correspondencia biunívoca entre ambos conjuntos. Su razonamiento puede ser simplificado atendiendo solamente a los números reales comprendidos entre 0 y 1. Si este conjunto de números ya fuera mayor que el conjunto de los números enteros, el conjunto de los números reales lo sería también.

Supongamos, por consiguiente, que los números reales comprendidos entre 0 y 1 pudieran quedar uno por uno emparejados con números enteros. Establecer una tal correspondencia equivaldría a dar una lista de los números reales, cada uno representado por un número decimal infinito. Es entonces posible definir un nuevo número real comprendido entre 0 y 1 y no incluido en la lista. Fijémonos en la primera cifra del primer desarrollo decimal de la lista de números reales. Si esta cifra es un 1, como primera cifra decimal del número que estamos definiendo escribiremos un 9. Si la primera cifra del primero de los números de la lista no es un 1, en el número a definir tomaremos como primera cifra un 1. Continuamos construyendo el número a definir cambiando la segunda cifra del segundo desarrollo decimal de la lista por igual procedimiento, la tercera del tercero, etcétera. El número real así construido difiere al menos en una cifra de cada uno de los números que componen la lista, y representa un número comprendido entre 0 y 1. Se ha construido, pues, un número que no se encuentra en la lista de números reales y, por tanto, la hipótesis de que es posible confeccionar una lista donde figuren todos los números reales conduce a contradicción.

En agosto de 1874, Cantor contrajo matrimonio con Vally Guttmann; la joven pareja pasó el verano en las montañas del Harz, donde se reunieron también con Dedekind. Este período fue extraordinariamente fructífero para el trabajo de Cantor. En época anterior de ese mismo año, Cantor había propuesto a Dedekind el problema inmediatamente siguiente en importancia al recién explicado, a saber: "¿Sería posible poner en correspondencia una superficie (tal vez un cuadrado, incluido su contorno) con una línea recta (quizás un intervalo, juntamente con sus extremos), de manera que a cada punto de la superficie le correspondiera un único punto de la recta, y recíprocamente?". Aunque Cantor opinaba que la respuesta debiera ser negativa, no conseguía, ni tampoco Dedekind, dar razón para tal creencia.

Sin embargo, hacia 1877 Cantor pudo enviar a Dedekind la estupefaciente noticia de que, contrariamente a la opinión matemática prevaleciente, no era imposible establecer una correspondencia biunívoca entre recta y plano. La demostración consiste en representar cada punto de un cuadrado por un par ordenado de coordenadas en notación decimal. Las representaciones decimales de las coordenadas se entremezclan entonces conforme a un procedimiento estrictamente especificado, a fin de engendrar un único desarrollo decimal; este decimal es asociado luego con un punto del segmento rectilíneo. El proceso completo es reversible [*véase la figura 8*]. Tal resultado cogió desprevenido al propio Cantor; tanto que le hizo exclamar "¡Lo veo, pero no lo creo!".

Cantor preparó inmediatamente un manuscrito donde exponía su descubrimiento, y lo envió, como había hecho con su artículo de 1874, al *Journal* de Crelle. Aunque el artículo de Cantor revestía una importancia fundamental, fue también la primera ocasión de abierta declaración de hostilidades entre Cantor y Kronecker, su maestro de antaño. Siendo uno de los editores del *Journal*, Kronecker se encontraba en situación de bloquear la publicación de cualquier artículo, y hacia 1877 quedó tan consternado por la dirección que estaba tomando el trabajo de Cantor, que eso fue precisamente lo que hizo. Aunque este había presentado su escrito el 12 de julio, no se hizo preparativo



6. CONJUNTO DE LOS NUMEROS REALES, representado por el continuo de los puntos de una recta; dicho conjunto no es numerable. Si lo fuera, los números reales entre 0 y 1, por ejemplo, podrían ser biunívocamente emparejados, uno a uno, con los números enteros. Cada número real de la lista está representado por un número decimal ilimitado. (Los decimales infinitos como 0,5000... han de ser representados por otro decimal infinito, tal como 0,4999...) Independientemente de la ordenación que se dé a una tal lista de números decimales ilimitados, siempre puede ser construido un nuevo decimal que defina un número real no contenido en ella: como primera cifra decimal del número a construir se escribe un 9 si es que el primer decimal del número que encabeza la lista es un 1; de no ser así, se escribe un 1. A continuación se cambia la segunda cifra decimal del segundo número real; después, la tercera del tercero, y así sucesivamente. El número decimal de esta forma construido representa un número real comprendido entre 0 y 1, y que habrá forzosamente de diferir al menos en una cifra decimal de cada uno de los números de la lista. Por tanto, la hipótesis de que los números reales puedan ser biunívocamente emparejados con los números enteros conduce a contradicción. La idea clave de esta demostración es conocida por "método de diagonalización".

alguno para publicarlo, y no apareció en el volumen de 1877. Cantor, sospechando la intervención de Kronecker, escribió a Dedekind una amarga carta quejándose del tratamiento dado a su artículo y mencionando la posibilidad de retirarlo de la revista. Dedekind, recordando experiencias propias en tales asuntos, persuadió a Cantor para que esperase. Al cabo, Dedekind resultó tener razón. El artículo apareció en el volumen de 1878; pero Cantor quedó tan ofendido por el incidente que se negó a publicar nada más en el *Journal*.

Aunque la controversia surgida entre Cantor y Kronecker estuviera entenebrecida por animosidades personales, su causa más radical yacía en las concepciones, tajantemente diferentes, que de la matemática tenían ambos. Concepciones que todavía hoy se reflejan en el debate entre matemáticos formalistas y matemáticos constructivistas. Kronecker, precursor de los constructivistas, es famoso por una irónica agudeza que capta muy bien la esencia de sus convicciones: "Dios creó

los números enteros; todo lo demás es obra del hombre". En este espíritu, Kronecker abogaba por la construcción de una matemática fundada en los números enteros y en combinaciones finitas de ellos. En los primeros años del decenio de 1870 comenzó a rechazar los procesos de paso al límite del cálculo infinitesimal tradicional, oponiéndose a que pudieran definirse objetos matemáticos mediante límites. Así pues, incluso los números irracionales, que durante siglos habían encontrado cobijo en las matemáticas, habrían de ser expulsados de ella, a menos que pudiese hallarse algún procedimiento para construirlos, como se construyen los racionales, a partir de los enteros.

Cantor, que en sus tiempos de estudiante había redactado dos importantes artículos bajo la dirección de Kronecker, tenía perfecta conciencia de la posición extrema que éste había adoptado, y no dejaba de percibir sus ventajas, al garantizar el máximo de certidumbre y corrección en las demostraciones matemáticas y poder ser aplicada como correctivo a la especulación matemática más desbocada. Cantor adujo, no obstante, que aceptar la postura de Kronecker conllevaría eliminar muchos de los más prometedores desarrollos matemáticos y, lo que es más, podría gravar la investigación matemática más novedosa con escrúpulos metodológicos demasiado estrictos, y en última instancia, caducos.

La definición de número irracional dada en el artículo de Cantor de 1872 equivalía a aceptar la existencia de conjuntos infinitos completos. Cantor abrazó una postura formalista acerca de la existencia de los irracionales, arguyendo que la única razón y fundamento para poner en tela de juicio su existencia matemática habría de ser su coherencia formal e interna. "Al introducir nuevos números –escribió en una ocasión– la matemática tan sólo está obligada a dar definiciones de ellos, mediante las cuales... puedan ser definitivamente distinguidos unos de otros. En cuanto un número satisfaga todas estas condiciones puede y tiene que ser considerado en matemática como existente y real."

Este punto de vista, que alude a los irracionales, resultó crucial para la justificación que dio para introducir los números transfinitos. En su artículo de 1872 había definido conjuntos de puntos excepcionales introduciendo la noción de punto límite (también llamados puntos de acumulación). El número irracional $\sqrt{2}$, por ejemplo, es punto de acumulación de la sucesión 1, 1,4, 1,41,... Con mayor generalidad, se dice que un punto es de acumulación de un conjunto si el conjunto contiene siempre una infinidad de puntos arbitrariamente próximos al punto.

Dado un conjunto infinito cualquiera P, Cantor definía el conjunto derivado de P, P^1, como conjunto de todos los puntos de acumulación de P. Análogamente, si P^1 fuese también un conjunto infinito su conjunto derivado P^2 está definido como conjunto de todos los puntos de acumulación de P^1. Demostró que la relación de ser subconjunto establece una ordenación natural de los conjuntos: resulta que cada elemento de P^2 es también elemento de P^1, es decir, que P^2 es subconjunto de P^1. Análogamente, P^3 lo es de P^2, y así sucesivamente.

Puede suceder que, para algún número entero finito n, el conjunto P^n sea un conjunto finito; cuando tal condición se verifique, el conjunto infinito P de puntos que dará lugar al P^n será el conjunto de puntos excepcionales requeridos para demostrar la versión general del teorema de Cantor sobre unicidad de las representaciones en serie trigonométrica de las funciones. Por otra parte, puede suceder que ninguno de los conjuntos derivados que integran la sucesión P^1, P^2, P^3,... sea un conjunto finito. Cantor argumentó que también en este caso tenía sentido considerar el conjunto de los puntos que sean comunes a todos los conjuntos derivados P^1, P^2, P^3,..., P^n,... Designó por P^∞ al conjunto de puntos comunes a todos los conjuntos derivados; a partir de 1880 comenzó a referirse al superíndice ∞ con el carácter de símbolo transfinito. Además, si P^∞ constase de infinitos puntos, podría formarse el conjunto derivado $P^{\infty+1}$, el cual, a su vez, abriría las puertas de toda una sucesión de conjuntos derivados: $P^{\infty+2}$ y siguientes.

Cantor pudo haber añadido que los

7. LA PROBABILIDAD DE QUE AL ELEGIR AL AZAR UN PUNTO DEL CONTINUO de los números reales el punto seleccionado corresponda a un número racional nos da indicación de los tamaños relativos de los conjuntos de números racionales y números reales. La probabilidad es la razón del número de puntos de valor racional contenidos en un cierto intervalo al número total de puntos situados sobre él. El intervalo entre 0 y 1 ha sido representado en la ilustración por la circunferencia de una rueda de la fortuna. (Los valores 0 y 1 se consideran idénticos sobre la rueda.) Se supone que al hacer girar y luego dejar detenerse la rueda queda seleccionado aleatoriamente un solo punto. Los puntos representantes de números racionales forman un conjunto infinitamente denso, en el sentido de que a lo largo de cualquier arco comprendido entre dos puntos racionales de la circunferencia, por pequeño que sea, se encuentran un número infinito de puntos racionales en su interior. Vemos en la figura algunos puntos de esos. Empero, el conjunto de los puntos situados sobre la circunferencia es infinitamente mayor que el conjunto de puntos racionales; la probabilidad de que la rueda de la fortuna se detenga en un punto racional es cero. Con mayor precisión, tal probabilidad es menor que cualquier número positivo dado de antemano.

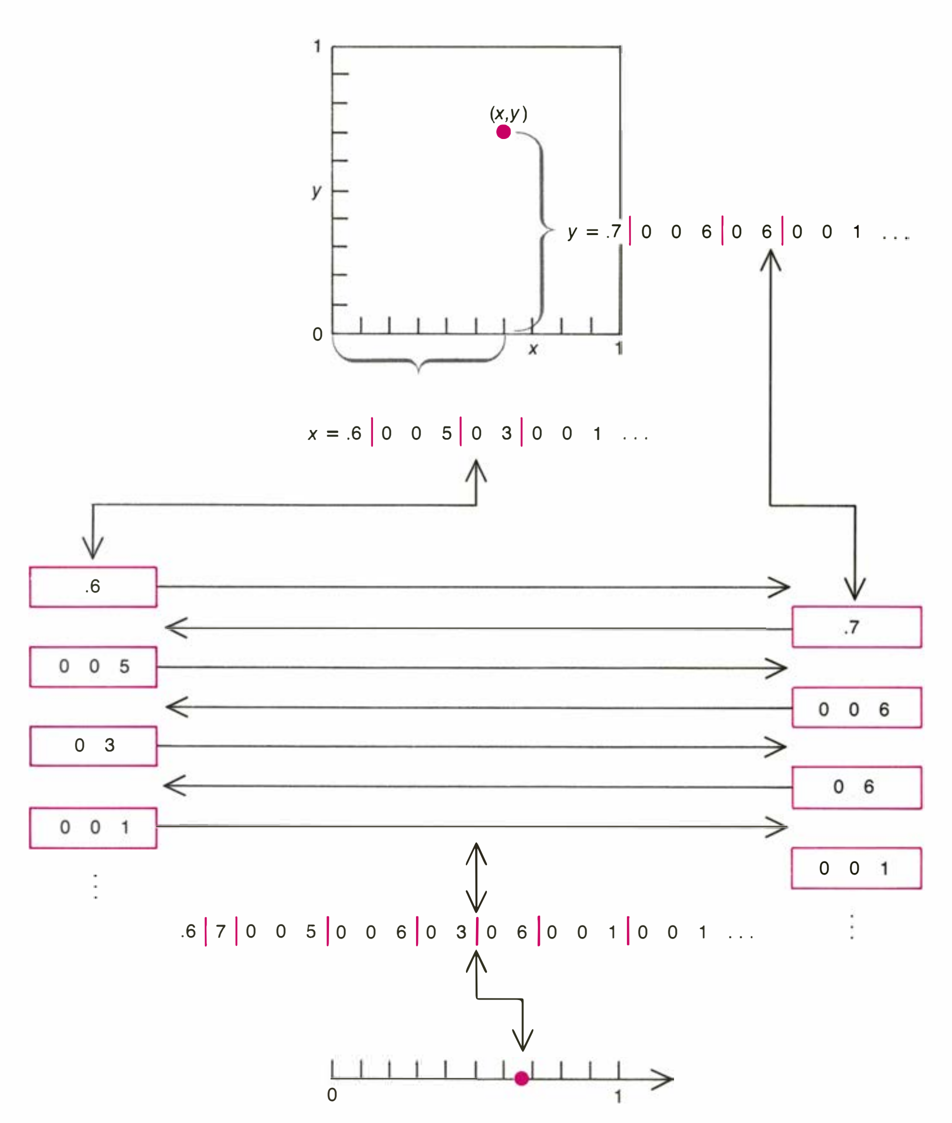
superíndices ∞, ∞+1, ∞+2 y sucesivos constituyen en realidad números de un tipo nuevo, pero al principio no lo hizo así. En 1872 había tenido el cuidado de analizar los números irracionales tan sólo en términos de sucesiones de números racionales; análogamente, al principio consideraba que los símbolos ∞, ∞+1, ∞+2, ... eran meras etiquetas de identificación de conjuntos. Sin embargo, en 1883 dejó de lado sus reticencias y los presentó como números transfinitos, a modo de extensión autónoma y sistemática de los números naturales.

La razón inmediata para introducirlos, mantenía Cantor, estaba en que eran necesarios para seguir avanzando en la teoría de conjuntos y en el estudio de los números reales. No obstante, para poder responder a críticos como Kronecker, Cantor argumentó desde una postura filosófica formalista: una vez reconocida la consistencia interna de los números transfinitos no podía negárseles un puesto junto a otros miembros otrora controvertidos y hoy admitidos en matemáticas, como por ejemplo los números irracionales. Habiendo formulado una teoría de lo infinito capaz de sortear las conocidas paradojas matemáticas, Cantor estaba convencido de haber eliminado la única objeción que los matemáticos podían oponer para negarse a considerar en sus trabajos conjuntos infinitos completos.

Los números transfinitos que finalmente Cantor introdujo son hoy conocidos por una notación que para ellos adoptaría en años posteriores, a saber, la primera letra del alfabeto hebreo, ℵ aleph. Los alephs designan la cardinalidad, o número de elementos, de los conjuntos infinitos, y por ello las equivalencias entre conjuntos infinitos que Cantor puso de manifiesto en el decenio de 1870 son frecuentemente expresadas con auxilio de los números transfinitos, los alephs. Tiene, pues, considerable interés histórico que los primeros números transfinitos que Cantor introdujo no fueran cardinales sino ordinales.

Los números ordinales quedan definidos por el orden o posición que ocupan en una lista. El número ordinal asociado con un conjunto finito se corresponde con el número cardinal de ese conjunto. Por ejemplo, cualquier conjunto formado por cinco elementos (esto es, cualquier conjunto cuyo número cardinal sea cinco) puede en un cierto sentido ser considerado como sucesor inmediato de cualquier conjunto formado por cuatro elementos. Dicho de otra forma, el ordinal del conjunto es también cinco; el conjunto ocupa el quinto lugar dentro de una lista de conjuntos. Sin embargo, para conjuntos infinitos es preciso distinguir su número cardinal de su número ordinal. En efecto, Cantor descubrió más tarde que es posible convertir esta propiedad de los conjuntos infinitos en un criterio para distinguirlos de los conjuntos finitos. Un conjunto es finito solamente si su número cardinal y su número ordinal son iguales.

Cantor hizo notar que el número ordinal de una sucesión de conjuntos finitos de tamaños crecientes 1, 2, 3, ... etc. está basado en la adición repetitiva de unidades. No hay un ordinal máximo asociado con la sucesión de conjuntos finitos, pero al igual que es posible definir π como límite de una sucesión de números racionales sin que por ello haya de ser π un número racional, así, creía Cantor, es lícito definir un número ordinal, transfinito y nuevo, ω, como primero de los números situados a continuación de la sucesión completa de números ordinales ordinarios, 1, 2, 3, ... etcétera. Una vez definido ω es posible, por adición repetida de unidades, generar nuevos ordinales transfinitos sucesivos, ω+1, ω+2, ω+3, etcétera. Puesto que esta sucesión carece igualmente de elemento máximo podríamos imaginar otro número ordinal ω+ω, que denotamos 2ω, definido por ser el primer ordinal posterior a la sucesión ω+1, ω+2, ω+3,... Por repetición alternada de estos dos principios de generación, Cantor pudo definir una je-



8. PUEDEN PONERSE LOS PUNTOS DEL PLANO en correspondencia biunívoca con los puntos de la recta. Cada punto del plano está representado por un par de decimales infinitos; estos son fragmentados en grupos: cada cifra, excepto si es 0, da motivo a un nuevo grupo. Los grupos son refundidos en un nuevo número decimal único por el procedimiento de ir tomándolos alternativamente; este número decimal representa un punto de la recta. El proceso es reversible. Una demostración parecida prueba que el número de puntos de un espacio de dimensión finita es equivalente al número de puntos de una recta.

rarquía de números ordinales transfinitos progresivamente mayores [*véase la figura 9*].

¿Y cómo podremos distinguir, por ejemplo, el número ordinal ω del ω+1? La diferencia queda determinada por el orden de los elementos que forman parte de los conjuntos representantes de ω y de ω+1. Por ejemplo, el conjunto de los números naturales, dispuestos en la secuencia (1, 2, 3, ...) tiene número ordinal ω, que denota la sucesión de números naturales ordenada en la forma familiar. Sin embargo, el conjunto de los números naturales, escrito con un último elemento como en (2, 3, 4, ..., 1), o el conjunto de números naturales de la sucesión (10, 30, 40, ..., 20) tiene ordinal ω+1. Con otras palabras, la distinción se funda en el orden correlativo de los elementos de la sucesión y en el emplazamiento de la laguna infinitamente larga, que está denotada por los puntos suspensivos; si solamente es desplazado un número al final de la sucesión, el número ordinal de la nueva sucesión será ω+1. La sucesión (2, 4, 6, ..., 1, 3, 5, ...) tiene dos lagunas infinitas, y su número ordinal será entonces ω+ω, o sea, 2ω. Observemos que todos los conjuntos tienen igual número de elementos, es decir, sus elementos pueden ponerse siempre en correspondencia biunívoca con los elementos de los otros y con los números enteros positivos. Por tanto, sus números cardinales son iguales, a pesar de que sus ordinales sean muy diferentes.

Una vez definidos los números transfinitos, Cantor procedió a describir sus propiedades aritméticas. Era preciso hacer al respecto de la propiedad conmutativa de la suma y la multiplicación una importante distinción entre números transfinitos y números ordinarios. Para dos números ordinarios, la propiedad conmutativa expresa que $A+B$ es igual que $B+A$, y que $A \times B$ es igual que $B \times A$, cualesquiera que sean A y B. Al definir la adición y multiplicación también para números transfinitos no puede quedar garantizada en todos los casos la propiedad conmutativa. Por ejemplo, ω+2, que representa la sucesión (1, 2, 3, ..., 1, 2) no es igual que 2+ω, que representa la sucesión (1, 2, 1, 2, 3, ...).

Aunque para conjuntos finitos la distinción entre sus números cardinal y ordinal esté muy difuminada, ayuda a explicar cómo la aplicación del concepto de número a un conjunto infinito podía conducir a confusión y paradoja. Puesto que para conjuntos infinitos los conceptos de número cardinal y número ordinal son fundamentalmente distintos, todo razonamiento que analice el número asociado a un conjunto infinito sin plantear claramente esta distinción está sujeta a ambigüedad. Por tanto, no es legítimo extender las propiedades en apariencia bien definidas de los conjuntos finitos a los conjuntos infinitos, como Galileo y otros habían hecho.

No obstante los logros alcanzados por Cantor en la década de 1880, quedaba por llenar una grave laguna. La cuestión del número cardinal (la potencia, en la primitiva terminología de Cantor) que debía asignarse al continuo de los números reales se encontraba todavía sin respuesta. Recordemos que en su artículo de 1883 había definido la sucesión de ordinales transfinitos de acuerdo con dos principios de generación. Al objeto de poder introducir en la sucesión divisiones naturales, había añadido un tercer principio. Tomemos el conjunto de todos los números enteros finitos, conjunto al que Cantor llamó primera clase numérica. Su potencia, o número cardinal, es mayor que cualquiera de los elementos del conjunto. Análogamente, observó, podríamos considerar el conjunto de todos los ordinales transfinitos correspondientes a conjuntos denumerablemente infinitos, o sea, conjuntos cuya potencia sea la misma que la potencia del conjunto de todos los números enteros. Cantor llamó "segunda clase numérica" a este conjunto de ordinales transfinitos. Resulta que la potencia de la segunda clase numérica es estricta-

$1 \to \{1\}$
$2 \to \{1, 2\}$
$3 \to \{1, 2, 3\}$
⋮
$\omega \to \{1, 2, 3, \ldots\}$ ↕ $\{2, 4, 6, \ldots\}$
$\omega + 1 \to \{2, 3, 4, \ldots, 1\}$ ↕ $\{1, 3, 4, \ldots, 2\}$
$\omega + 2 \to \{3, 4, 5, \ldots, 1, 2\}$ ↕ $\{1, 4, 5, \ldots, 2, 3\}$
⋮
$\omega + \omega = 2\omega \to \{1, 3, 5, 7, \ldots, 2, 4, 6, 8, \ldots\}$ ↕ $\{1, 2, 5, 6, \ldots, 3, 4, 7, 8, \ldots\}$
$2\omega + 1$
$2\omega + 2$
⋮
$2\omega + \omega = 3\omega$
⋮
$\omega \times \omega = \omega^2$
$\omega^2 + 1$
⋮
$\omega^2 + \omega$
$\omega^2 + \omega + 1$
⋮
$\omega^2 + \omega + \omega = \omega^2 + 2\omega$
⋮
$\omega^2 + \omega \times \omega = 2\omega^2$
$2\omega^2 + 1$
⋮
$\omega \times \omega^2 = \omega^3$
$\omega^3 + 1$
⋮
$a\omega^n + b\omega^{n-1} + \ldots + z$
⋮
ω^ω
$\omega^\omega + 1$
⋮
$\omega^\omega + \omega$
⋮
$\omega^\omega + \omega^\omega = 2\omega^\omega$
⋮
$\omega \times \omega^\omega = \omega^{\omega + 1}$
⋮
$\omega^{\omega + 2}$
⋮
$\omega^{\omega + \omega} = \omega^{2\omega}$
⋮
$\omega^{\omega \times \omega} = \omega^{\omega^2}$
⋮
ω^{ω^ω}
⋮ ⋰
$\omega^{\omega^{\omega^\omega}}$
⋮

9. LOS NUMEROS ORDINALES TRANSFINITOS quedan determinados por el lugar de orden, o posición, que ocupan en una lista. La lista está generada de conformidad con dos principios. Primero, cada número ordinal transfinito se deduce del inmediatamente precedente añadiéndole una unidad, como si estuviéramos "contando" más allá del ordinal transfinito *ω* asociado con el conjunto de los números naturales dispuestos en un orden habitual. Segundo, cuando se tiene una sucesión de ordinales transfinitos que carece de último elemento, o elemento máximo, queda definido un nuevo ordinal transfinito, que es el primero mayor que todos los otros. Tales nuevos números figuran en la lista inmediatamente a continuación de puntos suspensivos verticales; así, por ejemplo, 2*ω* es el primer ordinal transfinito mayor que todos los números *ω*, *ω*+1, *ω*+2 y sucesivos. Es el emplazamiento de las lagunas infinitas (*los puntos suspensivos horizontales*) situadas en el seno de los conjuntos asociados con los números ordinales lo que distingue unos de otros a los ordinales transfinitos. Así, en el diagrama se dan para cada uno de los ordinales *ω*, *ω*+1, *ω*+2 y 2*ω* dos ejemplos de conjuntos con ellos asociados. Cada conjunto infinito de los representados por los ordinales de la lista tiene, sin embargo, el mismo número cardinal, a saber, aleph subcero ($\aleph_0$); es decir, que cada uno de estos conjuntos está formado por igual número de elementos.

mente mayor que la potencia asociada con cualesquiera de los conjuntos ordinales transfinitos que la componen. En breve, la segunda clase numérica no es un conjunto numerable. Y aunque Cantor jamás lograse demostrarlo, estaba convencido de que la potencia de esta segunda clase numérica era equivalente a la potencia del continuo de los números reales.

Tal conjetura ha llegado a ser conocida por hipótesis del continuo de Cantor, y jamás ha sido demostrada. En 1963, Paul J. Cohen, de la Universidad de Stanford, construyendo sobre la obra de Kurt Gödel, del Instituto de Estudios Avanzados, demostró que aunque la hipótesis del continuo es coherente con los axiomas de una versión estándar de la teoría de conjuntos, es también independiente de ellos. De hecho, la hipótesis del continuo desempeña en teoría de conjuntos un papel análogo al que en geometría tiene el postulado euclídeo de las paralelas. Es posible construir diferentes versiones de la teoría de conjuntos según que la hipótesis del continuo se suponga verdadera o falsa, lo mismo que pueden construirse geometrías euclídeas o noeuclídeas según se admita que se cumple o no el postulado de las paralelas.

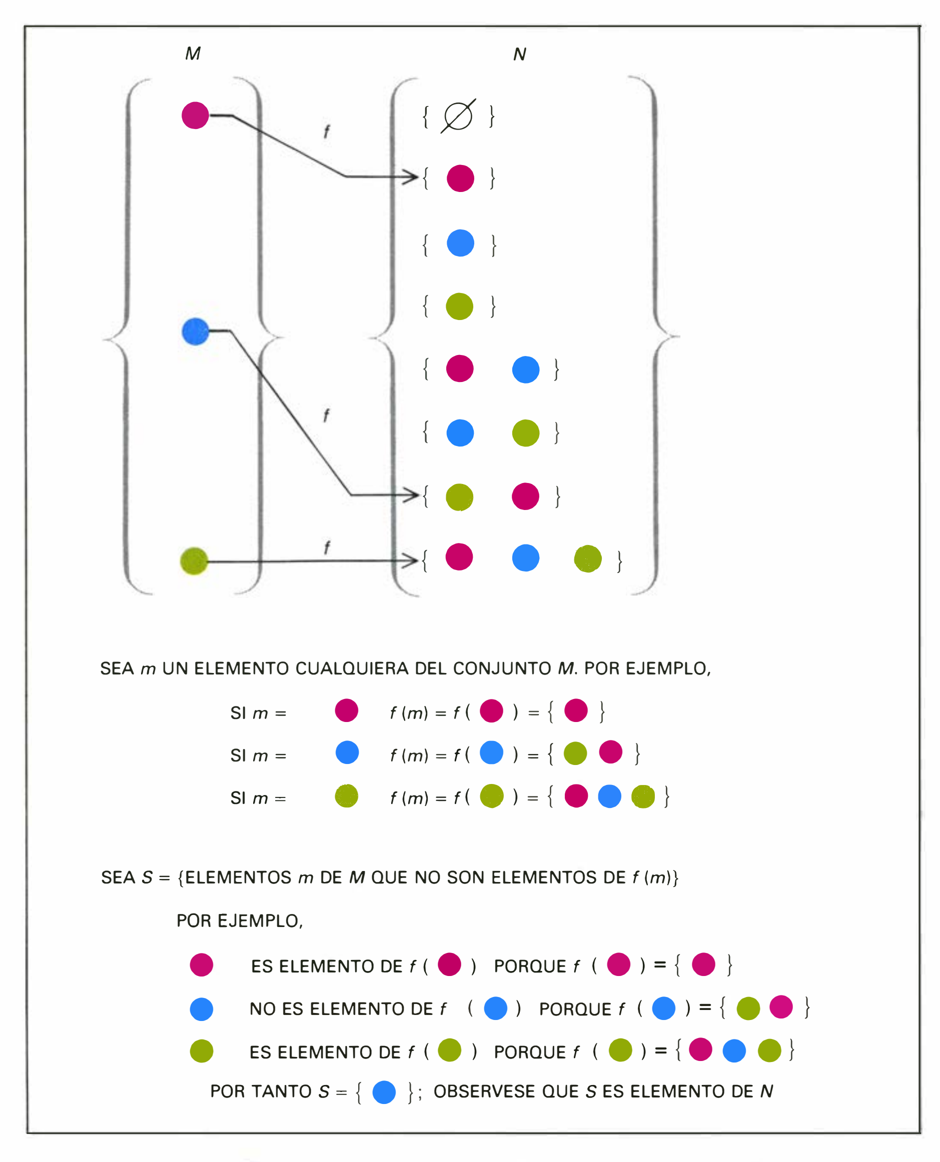
Los infructuosos esfuerzos de Cantor para demostrar la hipótesis del continuo le provocaron no poca ansiedad y fatiga mental. A comienzos de 1884 creyó haber descubierto una demostración, pero unos cuantos días después mudó de opinión completamente, seguro de poder refutar la hipótesis. Finalmente, se dio cuenta de que no había progresado lo más mínimo. A lo largo de todo este período tuvo que soportar las amenazas y la oposición, cada vez más fuertes, de Kronecker, quien aseguraba estar preparando un artículo donde demostraría que "los resultados de la moderna teoría de funciones y de la teoría de conjuntos carecían de importancia en realidad."

Poco después, en mayo de 1884, Cantor sufrió el primer colapso nervioso verdaderamente grave. Aunque la frustración de no poder avanzar y la tensión de ánimo que suponían los duros ataques de Kronecker contribuyeran quizás a desencadenar la crisis, parece hoy claro que tales acontecimientos poco tuvieron que ver con la causa subyacente. La enfermedad se impuso con rapidez sorprendente, y duró algo más de un mes. En la época tan solo se reconocía la fase maníaca de la psicosis maníaco-depresiva; cuando Cantor se "recobró", a finales de junio de 1884, entrando en la fase depresiva, se quejó de carecer de la energía e interés necesarios para retornar al pensamiento matemático riguroso, contentándose con cuidar en la universidad de las más baladíes cuestiones administrativas, incapaz de acometer otras tareas.

Si bien acabó retornando a las matemáticas, fue también interesándose, de forma cada vez más absorbente, por otros temas. Emprendió un estudio de la historia y la literatura inglesas, progresivamente más y más embebido en una cuestión académica, que muchos de sus contemporáneos se tomaron con notable seriedad: la conjetura de que la obra dramática de Shakespeare la compuso Francis Bacon. Aunque sin éxito, Cantor probó suerte un tiempo como profesor de filosofía, y comenzó a mantener correspondencia con teólogos interesados por las consecuencias filosóficas de sus teorías acerca del infinito. Tal correspondencia revestía para él especial importancia, pues estaba convencido de que los números transfinitos le habían llegado como mensaje divino, y ansiaba que sus opiniones fuesen cuidadosamente examinadas por teólogos, a fin de reconciliar su concepto matemático del infinito con las doctrinas de la Iglesia.

Lo que es más importante, Georg Cantor tuvo papel esencial en la creación de una sociedad profesional para el desarrollo de las matemáticas en Alemania: la Deutsche Mathematiker-Vereinigung. Convencido como estaba de que su propia carrera había padecido grave daño al haber sido su trabajo rechazado en forma prematura y cargada de prejuicios por el aparato matemático institucional, confiaba en que una organización independiente serviría para alentar y acicatear a los matemáticos jóvenes y para servir de foro de ideas nuevas, por radicales o extremas que fueran.

Quedaba en la teoría de conjuntos transfinitos un último elemento al que Cantor debía plantar cara, a saber, la naturaleza y *status* de los números cardinales transfinitos. Es curiosa la evolución que experimentó su pensamiento. Los cardinales transfinitos fueron los últimos en ser definidos rigurosamente o recibir notación especial. Es, en efecto, difícil reconstruir desde la claridad de la retrospectiva las obscuridades entre las que a ciegas Cantor tuvo que tantear su camino; hasta aquí he venido comentando su obra como si Cantor hubiese comprendido ya que la potencia de un conjunto podía ser entendida como número cardinal. De hecho, si bien Cantor había comprendi-



10. UNA SUCESION INFINITA DE CONJUNTOS, donde cada uno es mayor que el precedente, puede construirse tomando para cada conjunto dado el conjunto de todos sus subconjuntos. Podemos utilizar aquí una ingeniosa variante del método de diagonalización de Cantor para mostrar que, de suponer existente una correspondencia biunívoca *f* entre un conjunto cualquiera *M* y el conjunto *N* de todos sus subconjuntos, siempre podemos construir un subconjunto *S* que carece de homólogo en la correspondencia, sea *f* la que fuere. Para comprender su construcción, tomemos el conjunto finito *M* formado por un disco rojo, un disco azul y un disco verde. Este conjunto tiene ocho subconjuntos (contando entre ellos al conjunto vacío, ϕ, que carece de elementos). Definamos *S* como conjunto todos los elementos *m* de *M* que no sean miembros del subconjunto *f*(*m*) que les corresponde. Para el ejemplo de la ilustración superior, *S* contiene únicamente al disco azul. Puesto que *S* es subconjunto de *M*, y puesto que se supone que la correspondencia *f* es biunívoca, ha de existir algún elemento *a* perteneciente a *M* que se encuentre asociado con *S*, esto es, un elemento *a* para el cual *f*(*a*) sea idéntico a *S*. Ahora, o bien *a* es elemento de *S*, o bien no lo es. Si *a* es elemento de *S*, ha de serlo también de *f*(*a*), pues *f*(*a*) es igual a *S*; por otra parte, si *a* es elemento de *S* no puede serlo de *f*(*a*), en vista de cómo ha sido definido *S*. Por tanto, *a* no es elemento de *S*. Pero, de nuevo, si *a* no es elemento de *S*, por la definición de *S*, *a* tiene que ser elemento de *f*(*a*), y puesto que *f*(*a*) es igual a *S*, *a* tiene también que ser elemento de *S*. Así pues, sea cual fuere la situación de *a*, al suponer que el conjunto *M* puede ser, elemento a elemento, biunívocamente emparejado con el conjunto de todos sus subconjuntos se produce una contradicción. Es por tanto forzoso desechar tal hipótesis. De igual forma se demuestra que incluso si un conjunto es infinito, el conjunto de todos sus subconjuntos es mayor que el conjunto original. Es posible construir una sucesión de conjuntos progresivamente mayores formando el conjunto *N* de todos los subconjuntos de un conjunto infinito *M*, luego, el conjunto *P* de todos los subconjuntos de *N*, y así sucesivamente. La sucesión no contiene un conjunto máximo.

do que es la potencia de un conjunto la que establece su equivalencia (o su no equivalencia) con otro conjunto cualquiera, inicialmente eludió toda sugerencia de que la potencia de un conjunto infinito pudiera ser considerada como un número.

Cantor comenzó a considerar como idénticos ambos conceptos allá por septiembre de 1883; empero, no propuso todavía ningún símbolo que sirviera para distinguir unos de otros a los cardinales transfinitos. Puesto que había ya adoptado el símbolo ω para designar al mínimo de los ordinales transfinitos, es evidente que los ordinales fueron mucho más importantes que los cardinales en las primeras fases del desarrollo conceptual de la teoría de conjuntos cantoriana. Cuando, finalmente, Cantor introdujo un símbolo para denotar al primero de los cardinales transfinitos fue tomándolo prestado de la simbología ya en servicio para ordinales transfinitos, y así, el primer cardinal transfinito fue denotado $\overset{*}{\omega}$.

Cantor no se resolvió por la notación de alephs hasta 1893. Por entonces, el matemático italiano Giulio Vivanti estaba preparando una exposición sistemática de la teoría de conjuntos, y Cantor comprendió que era hora de adoptar una notación bien tipificada. Decidió representar mediante alephs los cardinales transfinitos porque consideraba que los alfabetos griego y romano habituales estaban ya demasiado utilizados en matemáticas para otros fines. Sus nuevos números merecían algo único y distinto. Así, eligió la letra $\aleph$, de la que la tipografía alemana disponía de surtido suficiente. Y como Cantor admitió complacido, tal elección fue particularmente perspicaz, porque en el alfabeto hebreo el aleph es también símbolo del número 1. Puesto que los números cardinales transfinitos eran a su vez unidades infinitas, con el aleph podía darse a entender un nuevo punto de partida de las matemáticas. Cantor designó por $\aleph_0$ (aleph-subcero) al número cardinal de la primera clase numérica infinita, número al que hasta entonces había venido llamando $\overset{*}{\omega}$; el número cardinal de la segunda clase infinita se designó $\aleph_1$ (aleph-subuno).

Las dos últimas contribuciones importantes que Cantor hizo a la teoría de conjuntos fueron un par de artículos publicados en 1895 y 1897. Había demostrado ya, en un artículo presentado antes de la primera reunión de la Deutsche Mathematiker-Vereinigung, ocurrida en 1891, que el número cardinal de cualquier conjunto es siempre menor que el número cardinal del conjunto formado por todos sus subconjuntos. [Se da una versión de la demostración en la figura 10.] Algunos años más tarde dedujo de este resultado un corolario, a saber, que el número cardinal del continuo es igual a un número cardinal que designó $2^{\aleph_0}$. Confiaba él en que este resultado conduciría pronto a una solución de la hipótesis del continuo, porque tal hipótesis podía ahora enunciarse en forma algebraica muy clara: $2^{\aleph_0} = \aleph_1$.

Empero, los razonamientos de la demostración de Cantor acerca del número cardinal del conjunto de subcon-

juntos condujeron a muy diferentes conclusiones. La más importante de ellas fue la obtenida por Bertrand Russell en 1903. Russell mostró que al considerar la colección de todos los conjuntos que no son elementos de sí mismos se planteaba en teoría de conjuntos una paradoja. La paradoja de Russell hacía pensar que la definición de conjunto dada por Cantor adolecía de algo esencialmente erróneo, y las consecuencias que ha tenido el comprenderlo así han llegado a constituir uno de los problemas fundamentales de la lógica matemática en nuestro siglo. Mas, ninguno de los resultados importantes alcanzados por Cantor en matemática transfinita ha quedado invalidado por estos desarrollos posteriores.

Desdichadamente, hacia 1903 Cantor estaba padeciendo cada vez con más frecuencia ataques de depresión maníaca, y no se han encontrado pruebas que sugieran que Cantor llegase nunca a tener conocimiento del resultado de Russell. De hecho, la enfermedad le movió a solicitar licencia para abandonar la Universidad de Halle durante el otoño de 1899, permiso que le fue concedido. En noviembre de ese mismo año, Cantor notificaba al Ministerio de Cultura que deseaba renunciar por completo a la labor docente, contentándose con un modesto puesto en la biblioteca, siempre que no le fuese por ello reducido su salario. Al reseñar sus méritos, Cantor hacía hincapié en sus publicaciones sobre la cuestión shakespeariana, y su petición concluía con la extraordinaria demanda de que el Ministerio le diera respuesta en el plazo de dos días. De no ofrecérsele más alternativa que seguir ejerciendo la docencia, escribió, entonces, como persona nacida en Rusia que era, buscaría entrar al servicio del cuerpo diplomático ruso.

Ningún resultado parece haber tenido la demanda de Cantor; tampoco entró al servicio del zar Nicolás II. No obstante, todo el episodio es coherente con su línea de conducta de 1884, cuando consideró seriamente abandonar las matemáticas y dedicarse a la filosofía, tras su primera crisis nerviosa de importancia. Al igual que entonces fue hospitalizado por depresión maníaca a finales de 1899, y de nuevo en los cursos de 1902 y 1903, y a partir de entonces, por períodos cada vez más frecuentes y largos. Cantor falleció el 6 de enero de 1918, en la Halle Nevenklinik, a causa de un fallo cardíaco.

Existen entre la enfermedad mental de Cantor y las matemáticas que creó importantes conexiones. Ciertos documentos sugieren que ocasionalmente la enfermedad le proporcionó periódicos respiros de los asuntos cotidianos, durante los cuales pudo insistir con ahínco en sus ideas matemáticas, ya fuera en la soledad del hospital, ya en la tranquilidad de su casa. La enfermedad pudo también alentar su convicción de que los números transfinitos le habían sido comunicados por Dios. Tras un largo período de hospitalización, en 1908, Cantor le escribió a una amiga de Göttingen, la matemática inglesa Grace Chisholm Young. Según él mismo la describía, su enfermedad maníaca tomó una sorprendente cualidad generativa: "Un sino peculiar, que gracias a Dios no me ha roto en forma alguna; antes bien, me ha vuelto interiormente más vigoroso, feliz y lleno de gozo expectante de lo que he estado durante un par de años, me ha tenido apartado de mi hogar, y puedo decir que también del mundo... En mi largo aislamiento, ni las matemáticas ni más en particular la teoría de números transfinitos han dormido o estado en barbecho en mi interior".

En otra ocasión, Cantor describió en términos casi religiosos su convicción en la veracidad de su teoría: "Mi teoría se yergue firme como la roca; las flechas que contra ella se lancen, rápidamente se volverán contra su arquero. ¿Cómo puedo yo saberlo? Porque la he estudiado desde todos los ángulos durante muchos años; porque he examinado todas las objeciones que hayan podido hacerse contra los números infinitos, y sobre todo porque, por así decirlo, he seguido sus raíces hasta la causa primera e infalible de todas las cosas creadas".

Generaciones posteriores podrán tal vez prescindir de las connotaciones filosóficas de Cantor, mirar desdeñosos sus abundantes referencias a santo Tomás o a los Padres de la Iglesia, hacer caso omiso de sus pronunciamientos metafísicos y no comprender lo más mínimo de las profundas raíces religiosas de la fe que finalmente tendría Cantor en la absoluta veracidad de su teoría. Todos estos compromisos ayudaron a consolidar su decisión de no abandonar los números transfinitos. Parece como si la oposición con que debió luchar contribuyese a reforzar su determinación. Su paciencia, no menos que cualquier otra cosa que Cantor haya podido aportar, aseguró que la teoría de conjuntos sobreviviera a los años iniciales de duda y denuncia, floreciendo finalmente con fuerza vigorosa y revolucionaria en el pensamiento científico del siglo XX.

La cremallera

Este broche múltiple de corredera dio en el blanco, por así decirlo, hace 60 años. Creación gradual de múltiples inventores, empezando por Elias Howe con la máquina de coser, su porvenir es imprevisible

Lewis Weiner

La cremallera, o broche múltiple de corredera, aparece en objetos muy diversos, desde maletas hasta pantalones y vestidos. Es difícil que cualquiera en Occidente pase un sólo día sin utilizar alguna. Sin embargo, este mecanismo tan usual y útil es poco famoso. Por curiosidad he consultado siete enciclopedias, cinco publicadas en los Estados Unidos, una en Inglaterra y otra en Alemania. Alguna de ellas hace una referencia de pocas líneas al tema en sus últimas ediciones; ninguna contiene nada que pueda llamarse un artículo extenso. El origen y desarrollo de la cremallera es un tema que poca gente conoce, ni siquiera entre sus propios fabricantes. Puesto que he estado en esta industria durante años, en parte como inventor de máquinas de fabricar cremalleras y en parte como ingeniero consultor sobre el tema, me siento obligado a exponer algo sobre este simple y ubicuo dispositivo.

En 1943 Frank B. Jewett, presidente de los laboratorios de la Bell Telephone y de la Academia Nacional de Ciencias, dio una charla en la Universidad de Nueva York titulada "La esperanza de la tecnología". Poniendo énfasis en que "las ideas realmente creativas" se originan en los individuos y nadie puede predecir cuáles serán ni dónde aparecerán, dijo: "Como ejemplo de la imposibilidad, aún para cosas simples, de predecir el futuro, yo he pensado a veces en cuán remota resultaba la posibilidad para un hombre o un grupo de hombres, con excepción del que realmente tuvo la idea, de planificar el invento de la cremallera".

El que realmente tuvo la idea fue Elias Howe, conocido por su contribución al invento de la máquina de coser. En 1851 patentó en Estados Unidos un método automático y continuo de coser ropa. Al describir su patente señalaba: "Mi invento consiste en una serie de broches unidos por un cordón que corre o desliza sobre rebordes". El dispositivo de Howe anticipa muchos de los rasgos diferenciales de la moderna cremallera, pero por razones poco claras nunca se comercializó.

Por ello el hombre que normalmente es considerado inventor de la cremallera es Whitcomb L. Judson, que en 1893 patentó dos dispositivos de cierre automático con corredera. Ya fuera que Judson tuviera una visión limitada de las posibles aplicaciones de su broche, o que simplemente quisiera describir una aplicación concreta para obtener su patente, el hecho es que el título de su primera patente fue "abridor y sujetador de broches para zapatos". Esos broches diferían de la moderna cremallera en que su movimiento era perpendicular a la abertura que se abrochaba, como ocurría con los botines antes de utilizarse en ellos las cremalleras. El diseño de Judson consistía en una serie de broches separados, cada uno de los cuales tenía dos piezas entrelazables en sendas partes de la abertura. Se podían abrochar a mano, pero Judson proporcionaba un dispositivo de corredera que los abría y cerraba sucesivamente.

En 1849 Judson y Lewis A. Walker crearon la Compañía Universal de Broches para explotar las patentes de Judson. Walker era un abogado que tenía un don especial para los negocios. La Compañía empezó a promocionar en 1896 un tipo de broche bajo el nombre de Universal. Hubo pocas ventas, en parte porque los broches tendían a saltar con la presión y en parte porque eran más bien duros y a veces desgarraban los materiales en contacto con ellos.

En 1904 se reorganizó la empresa como Compañía de Corchetes Automáticos y ofrecía un broche mejorado con el nombre de S-Guridad (Un anuncio decía "Se tira y ya está".) La compañía se beneficiaba de una máquina patentada por Judson en 1902 para fabricar mecánicamente los broches que antes se hacían a mano. Además contrató en 1906 a Gideon Sundback, un ingeniero que año tras años iría mejorando los broches.

Simultáneamente, otros inventores han incorporado mejoras. En 1911 Catharina Kuhn-Moos y su compañero Henri Foster patentaban en Suiza un dispositivo muy similar a una cremallera metálica actual, sin ganchos. Parece que estos inventores iban muy delante de su tiempo; su cremallera no tuvo éxito comercial. En 1913 P.A. Aronson, superintendente de la Compañía de Corchetes Automáticos, patentó algo similar a la actual cremallera separable: un broche que se abría por ambos lados.

Las ventas seguían estancadas, sin embargo, y la compañía se precipitaba hacia la bancarrota. Sólo sobrevivió fabricando otras cosas distintas. Pero en 1917 Sundbak patentó un broche automático con todas las características de la cremallera actual. En una entrevista comentó: "Había que eliminar los ganchos". El invento era tan importante que la empresa cambió su nombre por el de Compañía de Broches sin Gancho. Walker amplió el capital reestructurando la empresa, con él de presidente, cargo que mantuvo hasta su muerte en 1938.

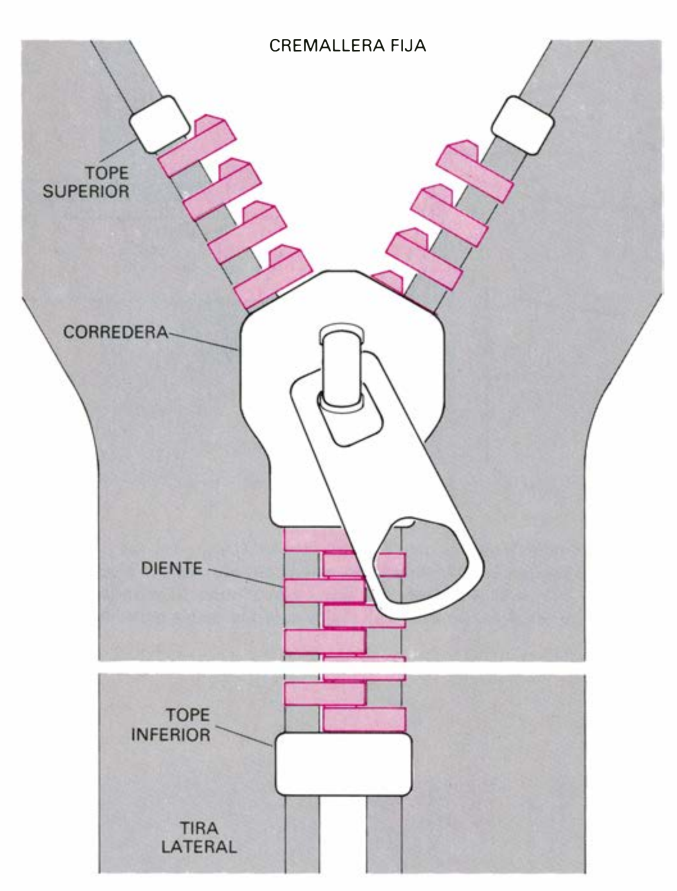
El negocio mejoró gradualmente. Lo primero que se fabricó en cantidades comerciales con una cremallera fue un monedero que sacó un sastre de Nueva York en 1917 y se popularizó entre la marinería durante la primera guerra mundial. La mayor parte de las 24.000 cremalleras vendidas por la compañía lo fueron para estos monederos. En 1918 la cremallera se cosió en 10.000 monos para aviadores de la Armada.

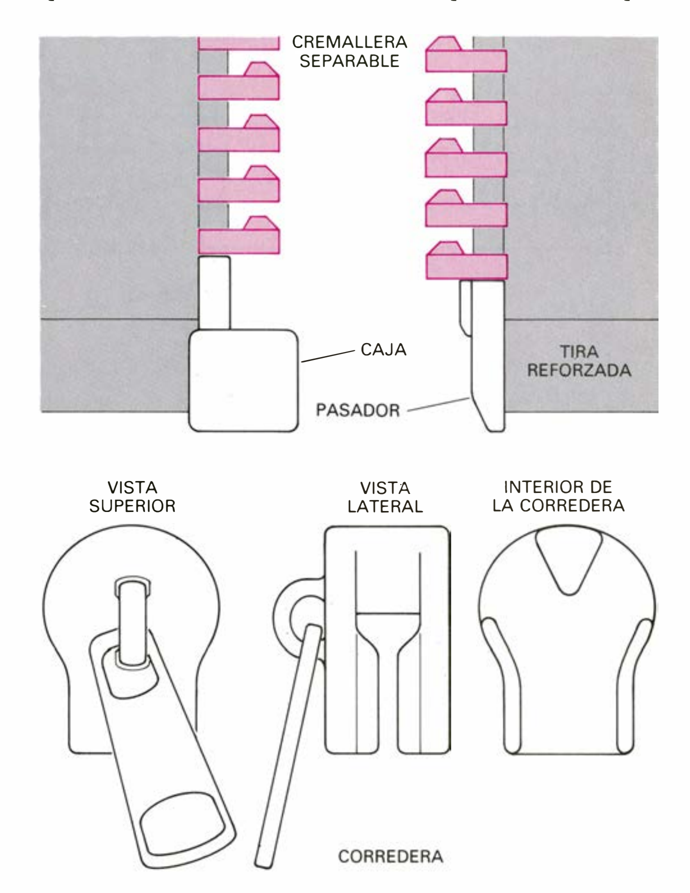
En los años de la posguerra las cremalleras se hicieron familiares a los civiles en guantes y petacas. El mayor impulso vino probablemente de su uso en los botines fabricados por la compañía B.F. Goodrich, que creó el término usual inglés "zipper" y lo convirtió en marca registrada para sus botas de goma.

La expansión fue rápida. La Broches sin Gancho, único fabricante de cremalleras en Estados Unidos de 1917 a 1926, vio subir sus ventas desde 24.000 unidades en 1917 hasta más de 60 millones en 1934. Para entonces, la empresa había denominado "talon" a sus cremalleras y había cambiado el nombre de la compañía por el de Talon Inc. La producción norteamericana de cremalleras alcanzó los 2300 millones de unidades hace 10 años; ha disminuido desde entonces debido a la competencia internacional y no logró a redondear los 1800 millones en 1981.

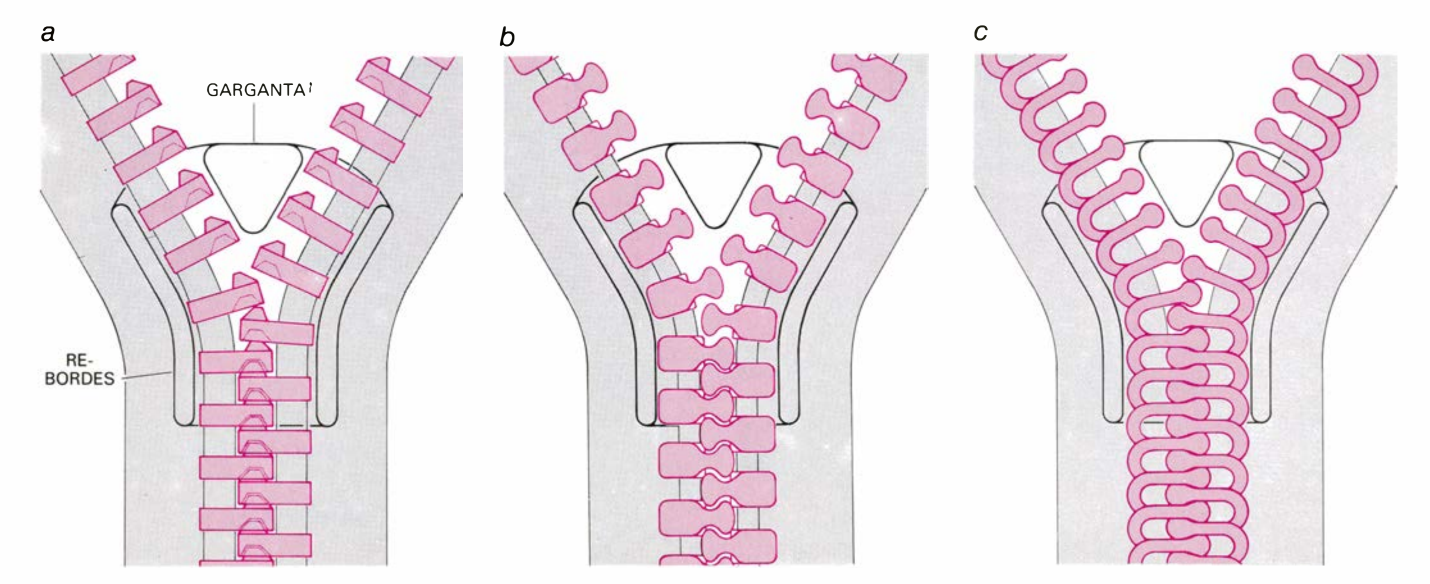
Los componentes básicos de una cremallera metálica son los dientes, la tira lateral, la "quincallería" y la corredera. Los dientes son piezas individuales colocadas sobre un trozo de cinta. La ristra de dientes sujetos por la tira se llama cordón. Dos cordones, uno junto a otro, forman la cadena. La quincallería consta de unas piezas que impiden que la corredera se salga. La cadena se cierra y abre con la corredera.

Si se mira atentamente un diente metálico de cremallera puede verse un pe-

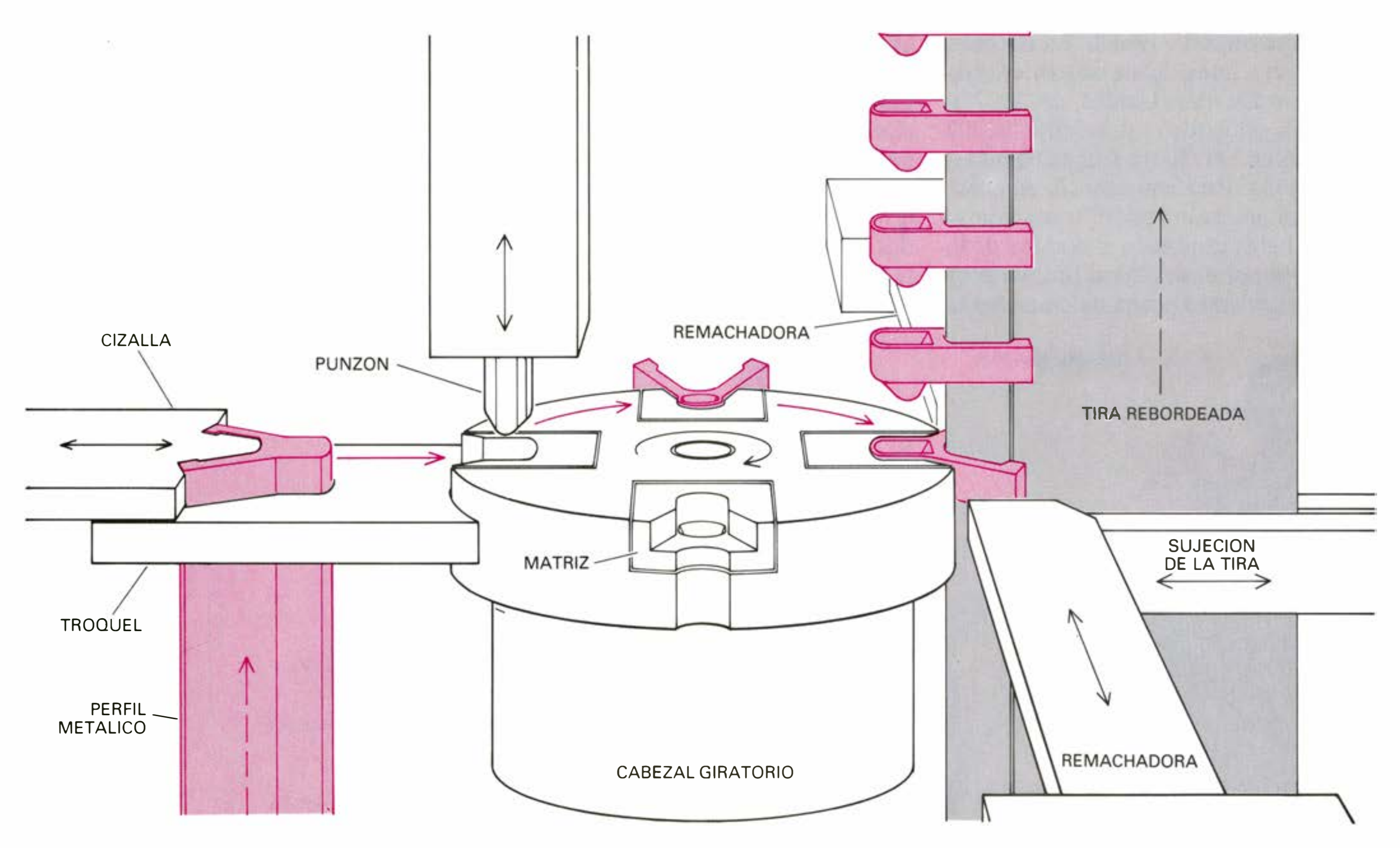




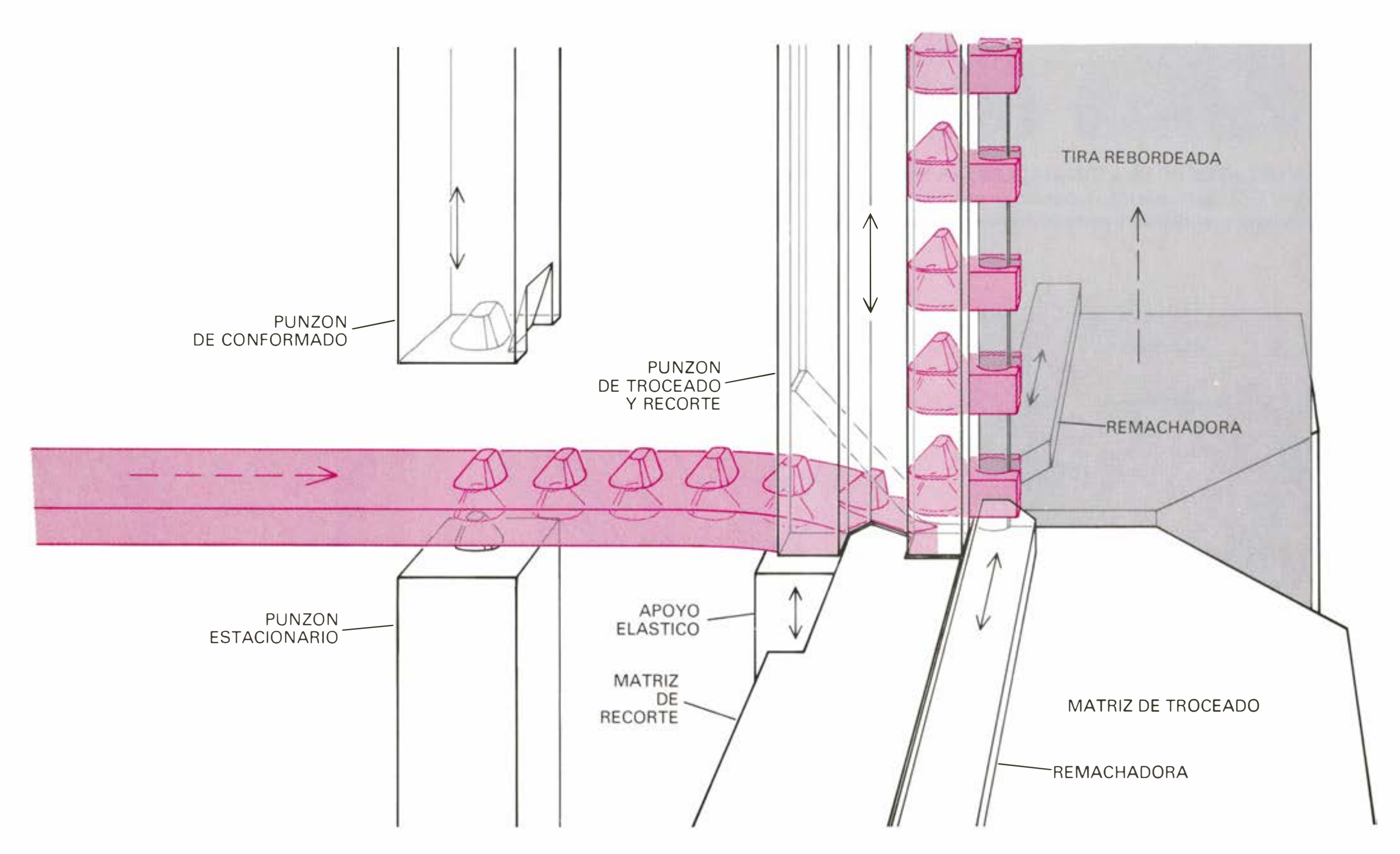
1. COMPONENTES DE UNA CREMALLERA de tipo fijo, como la de unos pantalones, y de tipo separable, como la de una chaqueta. En virtud de su forma, los dientes se llaman a veces cucharones. La tira lateral de tela, además de mantener la posición relativa de los dientes, sirve para fijar la cremallera al vestido. La tira provista de dientes se llama cordón. Dos cordones forman la cadena, que con la corredera y topes constituyen la cremallera.



2. FUNCIONAMIENTO DE UNA CREMALLERA tal como se vería al quitar la parte anterior de la corredera. En una cremallera con dientes metálicos (*a*) cada uno de ellos tiene un saliente o bola en la parte superior y un entrante en la inferior. Cuando se levanta la corredera la garganta en *V* sitúa los dientes en el ángulo y la distancia adecuados para que el saliente de un diente se deslice en el entrante del opuesto; los rebordes acercan entre sí los dientes. Al abrir la cremallera la garganta separa los dientes. Dientes (*b*) o espirales (*c*) de plástico, aún con formas diversas, funcionarán según el mismo principio.



3. UN CORDON METALICO puede fabricarse de diversas formas, una de las cuales se muestra aquí. El proceso parte de alambre perfilado en *Y (izquierda)*. Cuando el alambre sube, la cizalla rebana lo que será luego un diente. Este trozo se introduce en la matriz giratoria. El punzón conforma el entrante y el saliente del diente. Tras un giro de 180 grados del cabezal, el diente queda frente a la tira rebordeada, que es introducida entre las patas en forma de *Y*. Las patas se grapan a la tira y ésta avanza. El reborde, que no existe en todas las tiras, permite una mejor sujeción de las patas del diente.



4. OTRO PROCEDIMIENTO para la fabricación de cremalleras: se recurre a una banda metálica alimentada por medio de rodillos. Los punzones conforman el entrante y el saliente del futuro diente; otro punzón produce la muesca para las patas en forma de *Y* y al mismo tiempo corta el diente. Antes de separarse el diente de la banda, las patas son grapadas al reborde de la tira. El cordón avanza a su nueva posición, a un ritmo de 50 dientes por segundo.

queño saliente en la parte superior de su voladizo y su correspondiente entrante en la parte inferior. En conjunto tienen la apariencia de un cucharón, que es como se llama a veces a los dientes de la cremallera. El saliente del diente se ajusta al entrante del correspondiente diente de la parte opuesta de la cadena; la geometría de ambos es la que mantiene los cordones unidos cuando se cierra la cremallera.

Si atendemos a la corredera, se apreciarán los rebordes de ambos lados. Observando la corredera desde arriba se ve una pieza en forma de *V*, que llamaremos la garganta. Al cerrar la cremallera, la *V* interior y los flancos actúan al unísono llevando los dientes de los cordones opuestos a situarse en un ángulo que permita deslizarse cada diente entre los dientes opuestos. Los rebordes de la corredera encajan entre sí los dos cordones, diente contra diente. Al abrir la cremallera los rebordes fuerzan los dientes hasta un ángulo que les permite separarse ayudados por la *V* descendente.

Tiempo atrás, las cremalleras eran sólo metálicas, pero terminada la segunda guerra mundial los avances en los polímeros y en los métodos de trabajarlos dieron lugar a diversas cremalleras de plástico: espirales, bobinadas, onduladas y de diferentes tipos. En algunas de ellas las espirales se encajan entre sí por una geometría que difiere de los entrantes y salientes que hemos visto, si bien el principio de apertura y cierre de las cadenas es siempre similar.

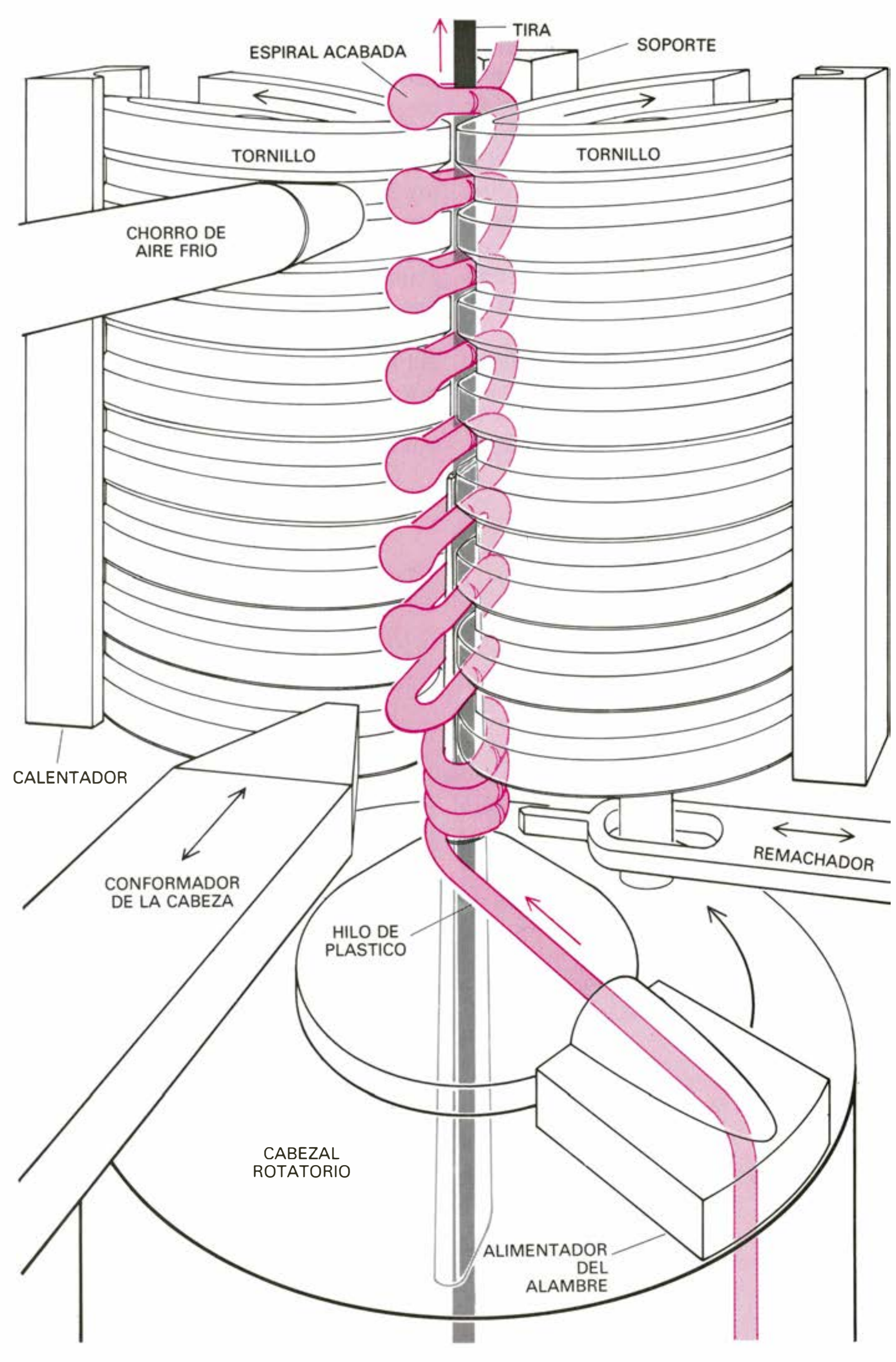
Se fabrican varios tipos de cremalleras porque cada tipo se adapta mejor a ciertas aplicaciones. Por ejemplo, la cremallera de un vestido tiene que ser flexible y no irritar la piel, por lo que una de plástico hecha con finas espirales de plástico parece las más apropiada. Por otro lado, la cremallera de una maleta consistente debe resistir y poder soportar cargas importantes, por lo que una con dientes metálicos o de plástico bobinado parece más adecuada.

El tamaño de las cadenas se identifica por la anchura de los dientes. Una cadena metálica va del número 2 (3,4 milímetros) al 7 (8,9 milímetros). Los números de las cadenas de plástico van del 3 al 9, que corresponden más o menos a milímetros.

La cadena de una cremallera se fabrica en tiras continuas que luego se cortan en cremalleras separadas, a las cuales se les añaden los correspondientes topes y corredera. En una cremallera separable, tal como la de un anorak, hay un tope en la parte superior de cada tira lateral y una caja y un pasador en la parte inferior. Una cremallera fija, piénsese en la de un par de pantalones, tiene un solo tope en la parte inferior de la cadena y otro en cada tira lateral en la parte superior.

Al abordar la fabricación de cremalleras consideraremos dos categorías, según los dientes sean metálicos o de plástico. Describiré tres métodos de hacer cremalleras metálicas. En todos los casos una máquina completamente automática realiza el trabajo; basta un operario para atender simultáneamente varias de ellas. En los dos primeros métodos, los dientes se fabrican en rápida sucesión, uno a uno, y se grapan sobre una tira de tela que va avanzando. La tira lleva un reborde para que las patas del diente se sujeten bien.

El primer procedimiento se inicia con un alambre cilíndrico de aleación de bronce, aluminio o níquel, que se la-



5. BOBINADORA para realizar la espiral de una cremallera de plástico a partir de un hilo de nylon o de poliéster. Se fijan simultáneamente dos espirales a dos tiras paralelas. El proceso empieza cuando el cabezal giratorio arrolla el hilo de plástico a un mandril, al tiempo que entra una tira por el centro de la espiral. A medida que la espiral avanza por el mandril, la golpean lateralmente los remachadores que ayudan a la fijación de la espiral. Dos tornillos calientes, y que giran en sentidos contrarios, conforman el plástico y lo fuerzan a que su zona frontal se coloque adecuadamente horizontal. Se prepara esa zona frontal para producir la cabeza. La espiral se calienta a una temperatura determinada durante cierto tiempo y se enfría rápidamente para que mantenga la forma deseada, en un proceso llamado termofijado. Ambos cordones se fabrican simultáneamente por dos máquinas que ajustan además un cordón con otro.

mina en varias pasadas hasta conseguir un perfil en *Y*, de forma que al cortarlo (cual rebanada de pan) se obtengan una serie de dientes individuales, que se grapan al reborde de la tira lateral por las patas formadas por los brazos de la *Y*.

Al alimentar el alambre perfilado en la máquina, una cuchilla rebana láminas en forma de *Y* y las empuja hasta una de las cuatro matrices del cabezal rotatorio. Un punzón desciende y produce el entrante y el saliente. Tras dos giros del cabezal, de 90 grados cada uno, durante los cuales se alimentan dos nuevas láminas a las matrices, la pieza llega a la tira rebordeada. El reborde se introduce entre las patas del diente, que se remachan a la tira; ésta avanza luego verticalmente una distancia equivalente más o menos a dos veces el espesor del diente más un 10 por ciento, lo que basta para dejar sitio al próximo diente y permitir, además, la introducción del diente correspondiente del otro cordón cuando se cierre la cremallera.

Este método de fabricación de cremalleras metálicas se viene practicando desde hace unos 60 años. La máquina es un sucesor directo del primer dispositivo de fabricación automática de cadenas, que inventó Sundback en 1923. Anteriormente, los dientes se troquelaban de uno en uno, se les quitaban las rebabas y se insertaban a mano en un accesorio, en el que, cuando estaba lleno, se pasaba un cordón roscado por entre las patas de los dientes. Las patas se fijaban a la tira con una prensa. Aunque posteriormente este proceso manual se mecanizó, la operación seguía siendo lenta y poco fiable. Resultaba, además, muy costosa porque el troquelado de los dientes dejaba un 40 por ciento de recortes. La máquina automática de Sundback no dejaba recortes y alcanzó un éxito extraordinario. Pero los procedimientos que parten de alambre cilíndrico, de avance lento, han ido cayendo en desuso.

El segundo procedimiento, recogido del informe de una patente registrada por Frederick Ulrich para la Conmar Products Co., parte de pletina de acero y no de alambre. Dos rodillos alimentan la pletina a la máquina, donde un punzón realiza simultáneamente el saliente y el entrante del diente. Después, un troquel recorta el diente, pero antes de que esté seccionado del todo las patas se cierran sobre el reborde de la tira. Una máquina bien diseñada de este tipo rinde 50 dientes por segundo.

El tercer procedimiento, patentado por Gustav Johnson en 1932, moldea directamente los dientes sobre la tira, que se mueve a través de un molde de dos partes con una serie de cavidades correspondientes a los dientes. Cuando se cierra el molde, se inyecta cinc a presión. El molde está refrigerado por agua y cuando el metal fundido solidifica, se abre el molde. La tira con los dientes se retira y se eliminan las rebabas.

Una vez fabricados los cordones metálicos de la cremallera por alguno de estos tres procedimientos, es necesaria alguna operación de acabado. Los cordones se juntan en cadenas continuas a través de accesorios que recuerdan a la corredera de una cremallera típica. La cadena pasa por rodillos que la comprimen hasta el espesor adecuado y luego a través de cepillos que eliminan bordes afilados. Después pasan a un tanque de almidonado, unos rodillos de escurrido y chapas calientes de secado, para planchar las tiras laterales. Finalmente, los dientes se lubrican con cera caliente al objeto de que, en la cremallera nueva, proceda con suavidad la corredera. (Las cremalleras ya usadas funcionan bien sin cera). La cadena continua acabada se enrolla en un carrete y queda lista para su ensamblaje en la cremallera.

La cremallera de plástico actual apareció en Alemania tras la segunda guerra mundial. Los fabricantes alemanes habían perdido sus equipos y plantas industriales durante el conflicto y los que no fueron destruidos, estaban anticuados. Al tener que reconstruir su industria, decidieron desarrollar las cremalleras de plástico.

La empresa pionera fue la Opti-Werk GmbH, de Alemania Occidental. Pero en el desarrollo de tales cremalleras intervinieron, como siempre, varios inventores. Entre ellos hubo dos norteamericanos, Alde W. Hanson, que patentó en 1942 un método de coser bobina de plástico a las tiras laterales, y Nicholas A. Wahl, que patentó un método de bobinar dos hilos perfilados de plástico a un mismo mandril. Posteriormente, J. R. Ruhrman y sus socios patentaron en Alemania una cadena ondulada de plástico. De forma independiente, A. Gerlach y la firma William

6. BOBINADORA PARA DOS HILOS sobre un mandril, que opera con hilos de plástico perfilados, mejor que con hilos cilíndricos. Los hilos se bobinan en direcciones opuestas sobre el mandril. Después de que la bobina se separa del mandril y es termofijada en otra rueda, cada una de las espirales se entreteje con un cordón. Este método permite ahorrar material. Los dibujos del artículo son de Ian Worpole.

Prym-Werke patentaron cintas troqueladas de plástico que podían tejerse a las tiras laterales. Otra patente importante fue la presentada por el inventor australiano E.E. Cuckson en 1968 para un sistema de moldeo continuo de los dientes. Una bobinadora que pliega dos hilos de plástico en ruedas de termofijado apareció en los Estados Unidos en 1969.

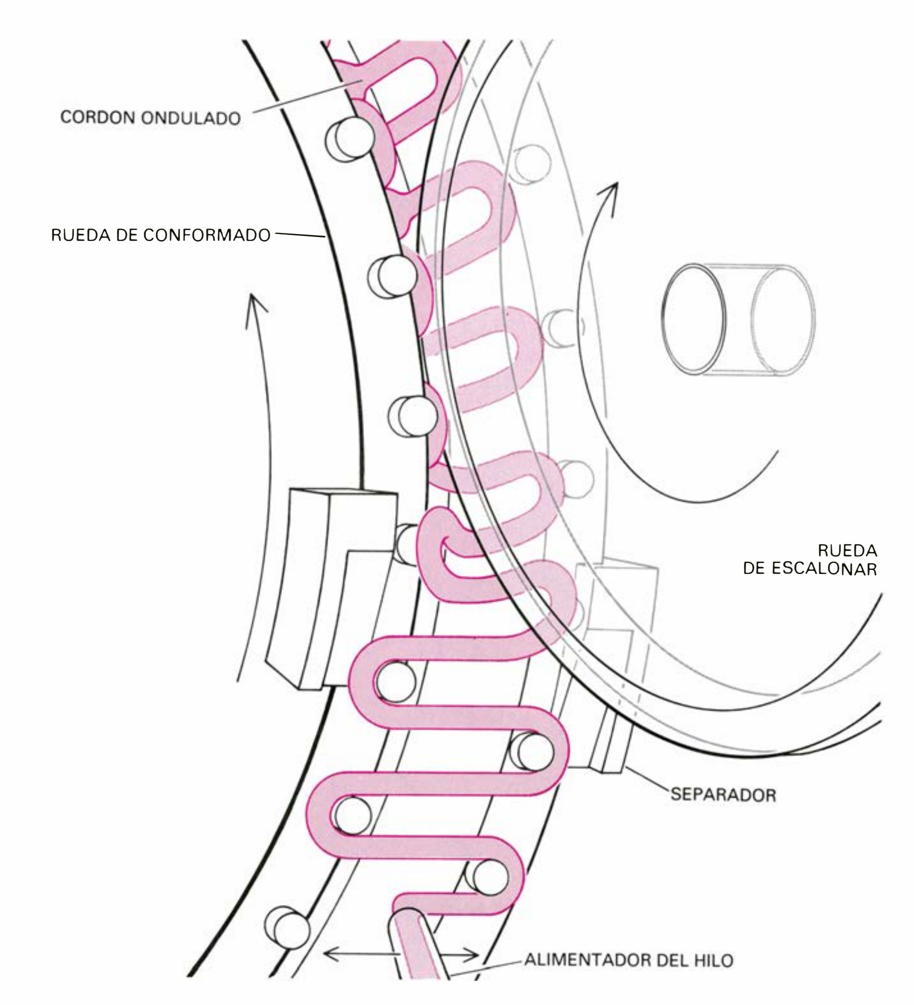
Un cordón de plástico está formado por hilos de nylon o poliéster en espiral, ondulados, o en otras formas. En la mayoría de las cremalleras actuales, las espirales están tejidas o cosidas a la tira lateral, salvo en el caso de que los dientes se fundan directamente sobre ella. Tanto el nylon como el poliéster funden por encima de los 204 grados Celsius, lo que permite el planchado sin problemas de ropa con cremalleras.

Describiré ahora dos máquinas que fabrican cremalleras de plástico. Una es la que bobina hilo cilíndrico de plástico a un mandril. Las partes esenciales son este mandril fijo puntiagudo y una tira estática, ambos montados sobre el mismo eje. (La tira se desplaza verticalmente dentro de la espiral y sirve para sujetarla a la cinta lateral). Una polea rotatoria suministra el hilo de plástico; la tira procede de un cono. Otras partes importantes son los dos tornillos calientes, el remachador y el conformador de la cabeza.

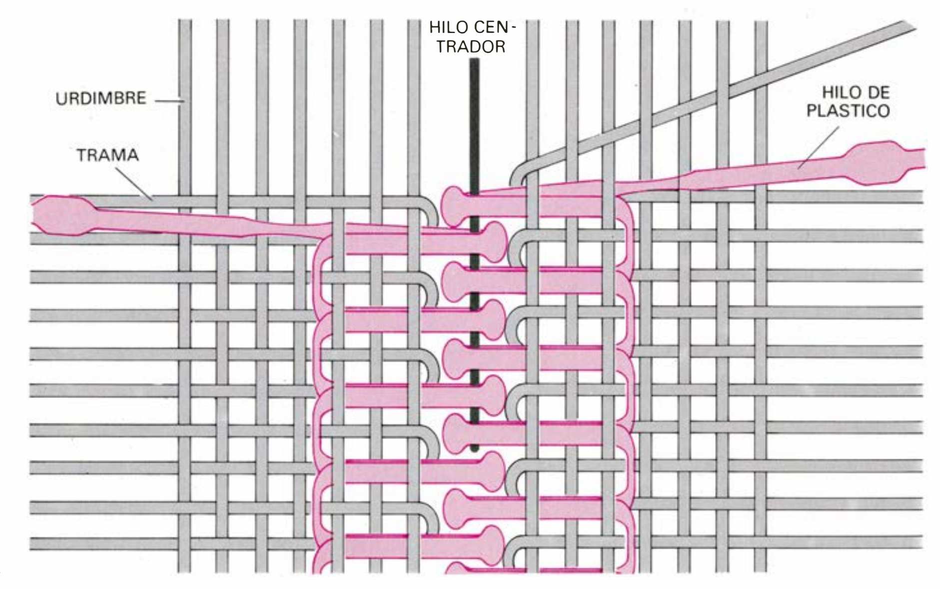
El hilo de plástico sale de la polea rotativa, pasa entre dos platos rotativos y se bobina el mandril ahusado. Al mismo tiempo, la tira se introduce por la entalla del eje y la ranura del mandril, para que pase por el centro de la espiral. A veces no se usa esta tira. A cada revolución del alimentador, la espiral avanza por el mandril y es remachada por los lados produciendo unas entallas que ayudarán a fijar la espiral cuando se cosa a la tira lateral.

Los dos cilindros calientes, que giran en sentidos contrarios, agarran el hilo y lo fuerzan de forma que sus partes frontales se sitúan horizontales y adecuadamente espaciadas. Una barra de soporte detrás de los tornillos mantiene la espiral en la posición deseada. Los tornillos se calientan para producir el termofijado del plástico. Al golpear los frentes de la espiral, quedan las cabezas formadas. Al final de su recorrido, la espiral se enfría por aire. A veces, los tornillos se reemplazan por engranajes que golpean y conforman la espiral; el termofijado se realiza luego por calor inducido.

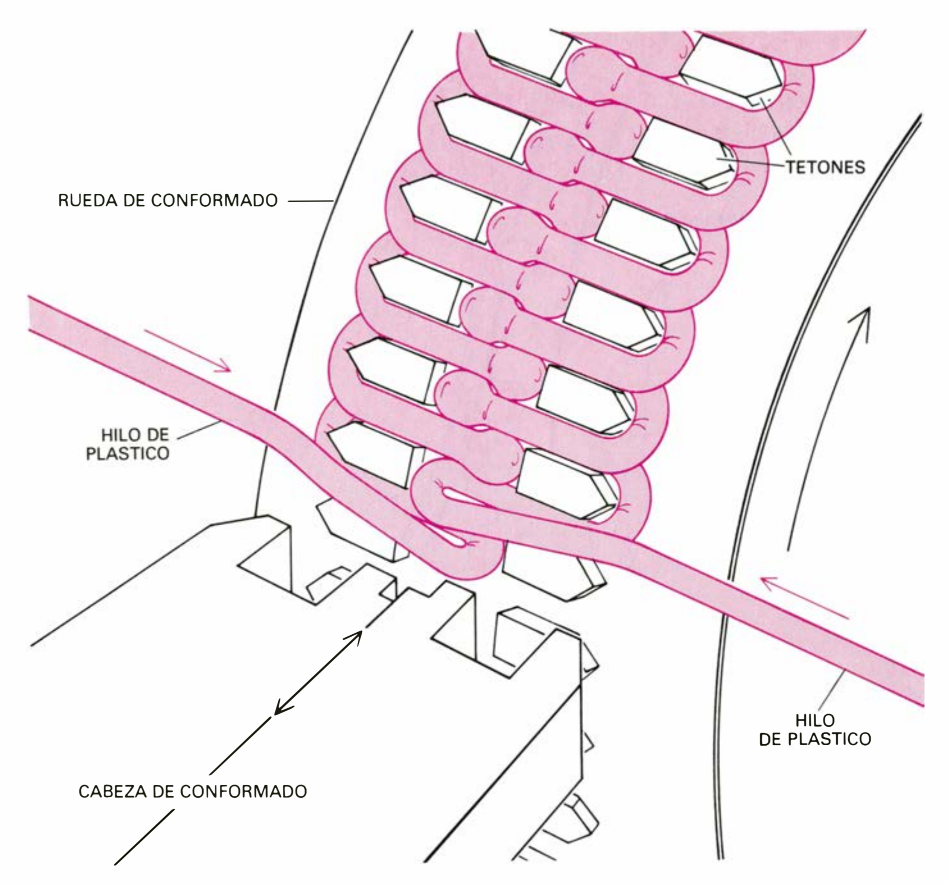
En una cadena de tipo espiral los dos cordones tienen sentidos de giro opuestos. Por ello se necesitan dos máquinas distintas, una a derechas y otra a iz-



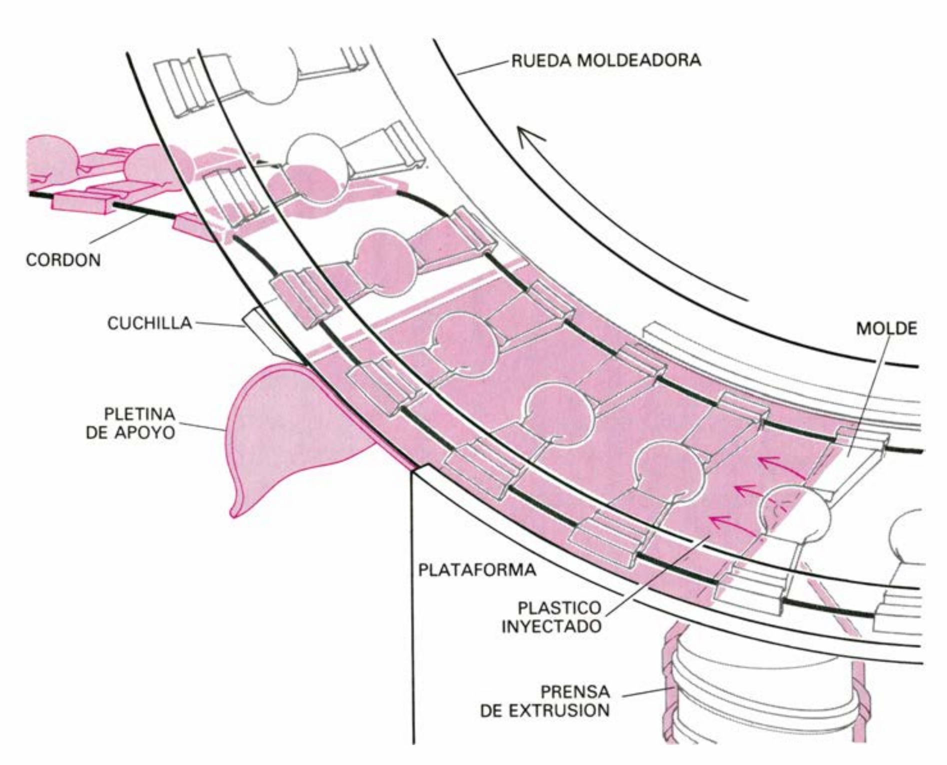
7. HILO REDONDO DE PLASTICO, ondulado mediante dos ruedas. El alimentador del hilo se mueve intermitentemente lo mismo que la rueda de conformado para que el hilo se sitúe entre los pasadores. La segunda rueda presiona sobre la rueda de conformado para producir un escalón en forma de *U* que, una vez termofijado, constituye la cabeza de cada diente. Finalmente el cordón se cose a la cinta lateral.



8. ENTRETEJIDO DE UNA BANDA PLASTICA conformada en la cinta de una cremallera. Dos lanzaderas forman la trama y otras dos sujetan la banda plástica. El hilo centrador está sujeto al telar de suerte que cuando el proceso de tejido avanza va deslizándose de los cordones. Una cremallera fabricada por este procedimiento posee gran calidad y resulta especialmente apropiada para tejidos. La operación es lenta porque sólo una de las cuatro lanzaderas funciona simultáneamente, lo que encarece los costes de fabricación. Las cremalleras entretejidas son un artículo de importación en los Estados Unidos.



9. BOBINADORA PARA PLEGAR dos hilos de plástico, fabricando las espirales derecha e izquierda al tiempo. Los hilos de plástico se alimentan desde cada lado a la rueda de conformado en un espacio reducido, donde forman lazos. La cabeza de conformado introduce el hilo entre los tetones. Tras un termofijado, el producto se saca de la rueda cual par de espirales ajustadas que se cosen a las tiras.



10. MOLDEADO DE DIENTES DE PLASTICO mediante una rueda giratoria que tiene cavidades regularmente espaciadas cuya forma es la del diente. Las dos tiras unidas a cada lado del diente sujetan los dientes entre sí y facilitan el desmoldeado. La prensa de extrusión introduce en los moldes plástico semifundido. La plataforma fría mantiene el plástico en el molde hasta que solidifica. La cuchilla elimina el plástico sobrante. En una operación posterior los dientes se pliegan en *U* y se cosen a la cinta lateral.

quierdas, que trabajan juntas para que ambas espirales puedan unirse al final del proceso y ser cosidas a la cinta.

Los dientes de plástico fundidos en proceso continuo se fabrican en una rueda giratoria que tiene en su periferia cavidades uniformemente espaciadas y con la forma adecuada al diente. Un par de cordones se alimentan simultáneamente con la fila de dientes, para sujetar unos contra otros y facilitar la separación de la rueda. Material plástico semifundido se alimenta sobre la rueda al paso de cada molde correspondiente a un diente. Una plataforma cilíndrica mantiene el material en su sitio mientras solidifica; luego, una cuchilla fija separa el plástico sobrante. A renglón seguido, las piezas pasarán a una dobladora, donde se les confiere la forma adecuada y se termofijan, para coserlas después a la cinta lateral.

Una cadena de plástico tiene también un proceso de acabado posterior, y también pasa por un tanque de almidonado, rodillos de escurrido, secado y planchado. Finalmente se enrollan en poleas de papel.

Para abrir y cerrar una cremallera se necesita una corredera. El cuerpo de ésta y el tirador pueden estamparse a partir de pletina de acero suave o fundirse en cinc. Generalmente, las primeras se usan con las cadenas metálicas y las segundas con las de plástico. La corredera para una cadena de plástico ha de tener rebordes que fuercen a las espirales a cerrarse una con otra. Es difícil hacer estos rebordes en el proceso de estampación, por cuya razón las correderas fundidas son más frecuentes con cadenas de plástico.

Las correderas se hacen de bronce, latón o cinc para evitar su corrosión. Una excepción son las llamadas correderas automáticas, que tienen un cierre que las mantiene fijas hasta que el tirador se levanta; el cierre debe hacerse generalmente de acero inoxidable. Frecuentemente se esmaltan las correderas del color de la cadena. El cuerpo de la corredera, el tirador y (en las automáticas) el cierre se ensamblan en máquinas especiales.

El último paso de la fabricación de una cremallera consiste en ensamblar la cadena, la corredera (dos en el caso de que la cremallera deba abrirse por ambos lados) y los topes. Aunque las máquinas ensambladoras difieran según las cremalleras sean metálicas o de plástico, los métodos coinciden en lo esencial. La operación típica empieza a partir de los rollos de cadena continua, de los que dos rodillos la alimentan a un separador que quita los dientes en

cierto intervalo para situar en él el tope inferior, dejando también una longitud determinada de tiras laterales libres de dientes para coser la cremallera a la tela. Esta separación puede venir hecha automáticamente desde la máquina que fabrica la cadena. Después se introduce la corredera por la separación y se colocan los topes superiores. En la fase postrera, se secciona la cadena por la separación. A veces las operaciones están coordinadas. El resultado es una cremallera aislada lista para su cosido a vestidos, maletas o cualquier producto para el que haya sido diseñada.

El proceso de fabricación es ligeramente distinto para cremalleras separables. Una cinta de algodón, entretejida con nylon, refuerza la separación y se colocan después los topes superiores. La cinta se secciona un cierto trecho a lo largo del eje de la cremallera. Se introduce la corredera en una de las tiras y se monta en ella la caja, mientras el pasador se monta en la otra tira. Cuando se abre del todo la cremallera, el pasador sale de la caja y la cremallera se separa completamente en dos cordones, en uno de los cuales queda la corredera retenida por la caja.

Se podría suponer que apenas caben nuevos desarrollos en un dispositivo tan simple y normalizado como la cremallera. Sin embargo, hay actualmente varias posibilidades a la vista, en particular en las cremalleras de plástico. Una de ellas son las cremalleras más grandes y más pequeñas que las actuales. Las grandes podrían servir de cierres pesados, por ejemplo en cortinas separadoras para convertir una gran sala de reuniones en varias pequeñas. Las cremalleras pequeñas cubrirán una gama de productos que reflejan la tendencia actual a la miniaturización, tal como fundas de radios portátiles.

Otra perspectiva es la de cremalleras baratas para bolsas de papel y otros objetos diseñados para ser desechados después de un único uso. Aplicaciones más raras podrían ser cremalleras suficientemente fuertes, impermeables y flexibles para poderse utilizar en los trajes de los astronautas.

Un ejemplo final es una necesidad que está clamando por una cremallera adecuada: en cirugía, se echan a faltar cremalleras impermeables y químicamente inertes que se pudieran colocar en incisiones que tienen que ser abiertas de nuevo, digamos para acceso a órganos artificiales, como un marcapasos. Varios cirujanos han expresado su interés por un dispositivo tal; diseñarlo y fabricarlo es un desafío para los investigadores médicos y la industria.

Temas metamágicos

Un análisis de la cooperación, puesto a prueba mediante un concurso egregio

Douglas R. Hofstadter

Y entonces, un buen día te llega una carta remitida por el famoso billonario petrolero S. N. Platonia, explicándote que 20 de los más distinguidos y racionales pensadores han sido seleccionados para tomar parte en un sencillo juego. "Usted ha sido uno de los seleccionados", dice la carta. "Cada participante tiene oportunidad de ganar mil millones de dólares, premio establecido por la Fundación Platonia para el estudio de la irracionalidad humana. He aquí cómo. Si desea usted participar, basta con que envíe un telegrama con su nombre a la Fundación Platonia, en Villarranas, Oklahoma. Puede enviarlo a cobro revertido. Si contesta usted en el plazo de 48 horas, los mil millones son suyos —a menos que se reciban dos o más respuestas, en cuyo caso el premio se declara desierto. Si nadie contesta, tampoco le será otorgado a nadie el premio."

No hay forma de saber quiénes son los otros 19 participantes; más todavía, la carta de Platonia especifica que su oferta será retirada tan pronto llegue a detectarse que cualquiera de los seleccionados ha intentado conocer por un medio cualquiera la identidad, o establecer contacto con los otros participantes. Además, es condición que el ganador (si llegase a haberlo) se comprometa por escrito a no compartir el dinero del premio con ninguno de los demás seleccionados en ningún momento futuro. La finalidad de todo ello es abortar en los candidatos toda idea de cooperación, tanto antes como después de otorgarse el premio.

El hecho, brutal, es que nadie podrá saber qué está haciendo ninguno de los demás. Como es de temer, todos querrán esos mil millones. Igualmente, todos se dan cuenta de que si no presentan su nombre no tendrán la menor posibilidad. ¿Significa esto que se recibirán en Villarranas 20 telegramas, lo que demostraría que ni siquiera la posesión de los más excelsos niveles de racionalidad vale de nada ante tan peregrina situación?

He aquí el dilema de Platonia, pequeño guión que he ideado recientemente, tratando de mejor captar la esencia del dilema del preso, acerca del cual ya escribí el mes pasado. El dilema del preso puede enunciarse en forma que recuerde a este nuevo dilema. Imaginemos que reciba usted una carta de la Fundación Platonia decidiendo que *usted* y exactamente *otro* participante, ambos eminentes pensadores racionales, han sido seleccionados para recibir un módico premio en efectivo. Como antes, ambos deben contestar en el plazo de 48 horas (a cobro revertido) a la Fundación Platonia. El telegrama ha de contener, además de su nombre, la palabra "cooperar" o la palabra "defraudar". Si ambos telegrafían decidiendo "cooperar", cada uno recibirá 300 ptas. Si ambos dicen "defraudar", cada uno recibirá 100 ptas. Y si se recibe uno de cada tipo, el "cooperador" nada recibe, mientras que el "defraudador" recibe 500 ptas.

¿Cuál será la elección que usted haga? Sería bonito que ambos cooperasen, y obtener así 300 ptas. cada uno, ¿pero no le parece un tanto improbable? Después de todo, ¿a quién le gusta verse burlado por un sucio defraudador, que saca 500 ptas. a nuestra costa precisamente por ser tramposo? Desde luego, *no* a usted. Así pues, probablemente decidirá no cooperar. Parece una elección lamentable, pero necesaria. Ambos, razonando análogamente, llegarán a idéntica conclusión. Por tanto ambos telegrafiarán la palabra "defraudar", y todo cuanto van a conseguir serán veinte duros *per capita*. Sin embargo, si hubieran estado ambos dispuestos a correr algún riesgo, ambos hubieran sacado 300 ptas. cada uno. ¡Qué lástima!

La desazón que me produjo este análisis aparentemente lógico del "dilema del preso, a una sola vuelta", me incitó a preparar la siguiente carta, que envié a 20 de mis amigos:

"Estimado ...:

He enviado esta misma carta a 20 de vosotros (todos amigos míos, dispersos por los cuatro puntos cardinales del país) donde os propongo una partida única del dilema del preso, con pagos en efectivo (que abonará en dólares *Investigación y Ciencia*). Es un juego muy sencillo; he aquí las reglas.

"Cada uno de vosotros ha de enviarme una única letra, *C* o *D*, que significan 'cooperar' y 'defraudar'. Tal letra denotará vuestra actitud en un dilema del preso *con cada uno* de los otros 19 jugadores. La matriz de pagos de que me valdré para todas las partidas será la numerada *1* adjunta [*figura 1*].

"Por consiguiente, si todos y cada uno de vosotros enviáis una *C* cada uno recibirá 57 dólares, mientras que si todos enviáis *D* lo que recibirá cada uno serán 19 dólares. ¡Así que no perdéis en ningún caso! Y evidentemente, quienquiera mande una *D* recibirá cuando menos tanto como cualquiera de los demás. Por ejemplo, si 11 de vosotros enviáis *C* y nueve mandan *D*, los 11 dispuestos a cooperar reciben 3 dólares de cada uno de los otros diez cooperadores (30 dólares en total), y nada de los defraudadores. Por consiguiente, los dispuestos a cooperar recibirán 30 dólares nada más. Los defraudadores, en cambio, reciben cada uno 5 dólares de cada uno de los cooperadores (55 dólares por este concepto), más 1 dólar procedente de cada uno de los restantes defraudadores (8 dólares más), es decir, un total de 63 dólares. Sea cual fuere la distribución de unos y otros, quienes defraudan reciben más que quienes cooperan. Aunque, evidentemente, cuantos más cooperen tanto mejor les irá a unos y otros!

"Incidentalmente, debe quedar claro que al optar por una u otra cosa no se debe aspirar a ser el *vencedor*, sino a conseguir la máxima cantidad posible de *dinero*. Es decir, debería hacerte más feliz ganar 30 dólares (pongamos por caso, como resultado de contestar *C* juntamente con otras diez personas, aunque los nueve defraudadores lograsen más que tú) que lograr 19 dólares (diciendo *D* a coro con todos los demás, aunque de esta forma nadie te haya ganado). Además, por hipótesis no puede ocurrir que en ningún momento posterior te encuentres con ninguno de los demás participantes y puedas compartir los premios con ellos. No estás buscando maximizar el número de dólares que *Investigación y Ciencia* habrá de aflojar, ¡sino maximizar el número de dólares que te llegan *a ti*!

"Evidentemente, tu ilusión es ser el único en defraudar, con lo que verdaderamente irías al copo: de haber 19 dispuestos a cooperar, tú lograrías 85 dólares, mientras que cada uno de ellos obtiene 18 veces 3 dólares, es decir, un total de 54 dólares. ¿Pero, acaso estoy

haciendo estos cálculos sólo para ti? Admito que eres muy perspicaz, pero también lo son los demás. Todos por un igual, diría yo. Por consiguiente, todo cuanto tienes que hacer es decirme tu elección. Contesta por teléfono (a tu cargo, por favor) *el día mismo en que recibas esta carta*.

"Ha de quedar bien claro (*casi* se sobreentiende, pero por si acaso) que no has de intentar consultar con otros que puedas suponer hayan sido llamados a participar. Más aún, por favor, no consultes absolutamente con nadie. El objetivo es averiguar qué haría la gente aisladamente, por sí sola. Por último, me agradaría mucho que junto con la opción elegida me dieras una breve explicación de *por qué* fue ésa la elegida.

Recibe un saludo afectuoso de

Doug H.

"P.S. Incidentalmente, puede serte de ayuda imaginar una situación semejante a ésta, idéntica a la explicada, con la salvedad de que se te dice que todos los demás jugadores *ya* han enviado sus respuestas (hace una semana, pongamos por caso) y que eres el último y único que queda por hacerlo. Bien, ¿qué decides? ¿Optarás por *D*, sabiendo perfectamente que sus respuestas ya están registradas por escrito? Supongamos ahora que inmediatamente después de haber presentado tu *D* (o tu *C*) en tales circunstancias, se te informa de que, en realidad, los demás *no* han presentado todavía sus respuestas, aunque lo harán hoy. ¿Te retractarías de tu respuesta? ¿Y qué pasaría si supieras (o al menos, te dijeran) que eras el *primero* de quien se solicitaba respuesta?

"Y un último punto de reflexión. ¿Qué harías si la matriz de pagos tuviera el aspecto de la número *2* adjunta [*véase la figura 2*]?".

		Jugador *B*	
		Coopera	Defrauda
Jugador A	Coopera	(3,3)	(0,5)
	Defrauda	(5,0)	(1,1)

(*x,y*) significa que *A* logra *x* dólares y *B* consigue *y* dólares.

1. Una matriz de pagos para el dilema del preso.

Quiero subrayar que la situación no es la del dilema iterado del preso (analizada en el artículo del mes pasado). Es, por el contrario, un dilema del preso pluripersonal y a único intento. No hay posibilidad de aprender a lo largo del tiempo las tendencias de los demás. Por consiguiente, ninguna de las lecciones que sacamos en el mes pasado pueden ser aplicadas ahora, pues entonces era esencial que la situación se iterase. De lo único que pudo disponer cada uno de mis destinatarios fue de este pensamiento: "Hay por ahí otras 19 personas como yo, todas embarcadas en lo mismo, todas dando vueltas a las mismas cuestiones que yo". Dicho de otra forma, nada tenía en qué fiar, exceptuada la pura razón.

Mucho me divirtió preparar las cartas, decidir a quiénes se las enviaría, anticipando sus posibles respuestas, y recibiéndolas. Antes de revelar los resultados, le invito a reflexionar en cómo jugaría usted si tuviera que participar en un torneo semejante. De forma especial me gustaría que fuera tomada en serio mi afirmación de que todos los participantes son personas muy brillantes. Más todavía, permítaseme extenderme en esta idea, pues me pareció como si muchos no entendieran lo que verdaderamente quería yo decir con ella. Así que, por favor, imagine que la carta contenga el siguiente párrafo aclaratorio:

"Sois todos vosotros personas sumamente racionales. Así pues, apenas si necesito decir que habéis de optar por la elección que consideréis de máxima racionalidad. En particular, los sentimientos de moralidad, culpa, vago malestar y análogos deben ser despreciados. La base de vuestra decisión ha de ser exclusivamente el razonamiento (teniendo en cuenta, por supuesto, los razonamientos de los demás). Y recordad, por favor, que esto se os dice a todos (incluido *esto*)".

Estaba yo esperando –y confiando– en que el experimento produjese un determinado resultado. Conforme iba recibiendo telefónicamente las respuestas a lo largo de los primeros días siguientes fui tomando notas, para tener constancia de lo que impelió a las diversas personas a elegir como lo hicieron. El resultado no fue el que yo había esperado; de hecho, mis amigos me "fallaron" considerablemente. Nos enzarzamos en acaloradas discusiones acerca de lo que "racionalmente" se debería hacer; todos manifestaron gran interés por la cuestión.

Me gustaría citar algunos de los sentires de mis amigos al verse atrapados en esta deliciosa "camisa de once varas". David Policansky dio terso comienzo a su comunicación, diciéndome, "O.K., Hofstadter, ¡vengan los 19 dólares!". Seguidamente me expuso el razonamiento que le había llevado a defraudar: "Lo que nos estás pidiendo hacer es, en efecto, pulsar uno de dos botones, sabiendo nada más que si pulsamos el botón *D* obtendremos más que si pulsamos el *C*. Por consiguiente, *D* es preferible. Tal es, en síntesis, mi razonamiento. Yo defraudo".

Martin Gardner (en efecto, sí, le pedí también que participase) expresó vívidamente la confusión y caos mental por la que él y otros hubieron de pasar. "Es un dilema horrible", confesó. "En realidad, no sé qué hacer al respecto. Si quisiera maximizar mi dinero, yo debería elegir *D*, aunque esperando que otros iban a hacer lo mismo; si quisiera maximizar mi satisfacción yo debería elegir *C* y confiar en que otras personas hicieran lo propio (en virtud del imperativo kantiano). No sé, empero, cómo podría uno comportarse *racionalmente*. Se entra en regresiones infinitas. 'Si todos los demás hicieran *X* yo debería hacer *Y*, pero entonces ellos, previendo mis pensamientos, harían *Z*, y por tanto...'. Queda uno atrapado en un remolino sin fin. Es como la paradoja de Newcomb." Y tras decir esto, suspirando pesaroso, Martin optó por defraudar.

Casi como un eco de los sentimientos expresados por Martin Gardner, Chris Morgan dijo: "Intuitivamente, más que por ningún otro motivo, estoy llegando a la conclusión de que no hay forma de tratar las paradojas inherentes a esta situación. Por tanto he optado por decidirlo a cara o cruz, pues no puedo prever lo que los otros vayan a hacer. Yo opino –pero no puedo estar seguro– que van a negarse todos los unos a los otros". Y así, mientras Chris se encontraba al teléfono lanzó una moneda y "decidió" cooperar.

Sidney Nagel quedó muy disgustado con su conclusión. "La verdad es que la noche pasada no pude pegar ojo –dijo– porque me la pasé pensando en el problema. Yo *deseaba* ser cooperador, pero no conseguía encontrar forma de justificar tal actitud. Tal como yo lo

		Jugador *B*	
		Coopera	Defrauda
Jugador A	Coopera	(3,3)	(0,50)
	Defrauda	(50,5)	(0,01,0,01)

2. Segunda matriz para el dilema.

veo, lo que yo haga o deje de hacer no va influir en la conducta de los demás. Podría perfectamente suponer que todos los demás han decidido ya, en cuyo caso lo mejor que puedo hacer en mi beneficio es jugar *D*."

Robert Axelrod, cuyos trabajos demuestran la superioridad de las estrategias cooperativas en el dilema *iterado* del preso, no vio motivo alguno para cooperar en el juego a única ronda, y sin la menor compunción optó por defraudar.

Dorothy Denning fue breve: "Considero que al defraudar lograré en todo caso por lo menos tanto como al cooperar. Así pues, defraudo". Fue ella una de las personas que me fallaron. Su marido, Peter, cooperó. Yo había calculado que sería al revés.

A estas alturas seguramente habrá usted estado llevando la cuenta. Hasta ahora he citado cinco defraudadores y dos cooperadores. Imagínese usted en mi lugar, recibidas ya alrededor de la tercera parte de las respuestas. ¿Se atrevería a extrapolar esta estadística, y prever un resultado de aproximadamente 14 a seis? ¿Cómo diablos pueden tener nada que ver las decisiones de siete individuos con las de otros 13? Como bien dijo Nagel, está claro que la decisión que tome uno no podrá influir en los otros (a menos que admita usted alguna forma de comunicación telepática, posibilidad que no tomaremos en cuenta aquí). ¿Qué justificación puede haber para extrapolar tales resultados?

Claramente, toda justificación que de tal proceder se quiera dar tendrá que fundarse en la idea de que las personas son cada una, en cierto sentido, "iguales" a las otras. Tendrá que basarse, pues, en la idea de que, en decisiones complejas y delicadas como éstas, las personas recurren a un cúmulo de razonamientos, imágenes, prejuicios y nociones vagas, algunas de las cuales tienden a inclinarlas en una dirección y otras, en la dirección contraria, pero cuya resultante final será inclinar a cierto número de personas hacia una de las alternativas y a otro porcentaje hacia la otra. Aunque no es posible predecir por adelantado a cuánto ascenderán tales porcentajes, dada una muestra de gente en tal situación se puede esperar que su decisión será "típica". Así pues, la presunción de que las primeras respuestas den un recuento de cinco a dos en favor de la defraudación pueden ser extrapoladas a un resultado final de 14 a seis (poco más o menos) se inspiraría en la hipótesis de que las siete personas se están comportando en la forma "típica" en que lo hacen las personas al enfrentarse a situaciones conflictivas como ésta.

La pega es que el conflicto no está totalmente explicitado; aunque la redacción de la carta lo suscita, no lo enuncia declaradamente. Cada palabra, cada concepto, evoca en cada persona un conjunto único de imágenes y asociaciones de ideas, que colectivamente crea en la mente de esa persona un conjunto de pulsiones, semejantes al conjunto de esfuerzos y tensiones que sufre la corteza terrestre en las zonas de actividad sísmica. Cuando las personas toman finalmente su decisión descubrimos cuál es la resultante de todas esas pulsiones operantes en distintas direcciones, que recuerdan a un sistema vectorial de fuerzas que empujasen desde distintas direcciones con intensidades determinadas por factores personales y no mensurables. La presunción de validez de la extrapolación ha de basarse en la idea de que en nuestro fuero interno todos somos semejantes, con la única diferencia de que los pesos –las importancias relativas– asignados a ciertas nociones son distintos.

De esta forma, la decisión de cada persona puede asimilarse a un experimento de simulación geofísica, cuyo objetivo fuera predecir dónde y cuándo se producirá un terremoto. Se establece un modelo de la corteza terrestre y se introducen en él los datos que mejor representan nuestra concepción de los procesos internos. Sabemos que nuestro conocimiento presenta grandes lagunas, y tenemos por ello que elegir lo que nos parecen ser valores razonables de las variables. Así pues, por sí sola, una predicción individual deducida de nuestro modelo no tendrá gran fuerza; pero ello no es inconveniente. Hacemos funcionar una vez nuestro modelo y nos resulta una "línea de falla" que nos dice dónde se están produciendo corrimientos de nuestra simulada corteza terrestre. Volvemos a empezar, entonces, eligiendo en el campo de variación de las variables nuevos valores. Hacemos nuevamente funcionar nuestro modelo. Repitiendo muchas veces este proceso empezarán al cabo a surgir regularidades que revelan dónde y cómo es verosímil que se produzcan corrimientos de la corteza, y donde es sólida la roca.

Las simulaciones de este tipo se fundan en un principio esencial de la estadística, a saber, que cuando se deja que las variables tomen unos cuantos valores de muestra, elegidos al azar, el resultado global determinado por una pléyade de tales variables comenzará a emerger tras unos cuantos ensayos, y pronto nos dará un modelo preciso. No es necesario hacer funcionar millones de veces el modelo para ver cómo van surgiendo tendencias válidas.

Esta y no otra es la hipótesis en que se fundan las encuestas políticas para predecir, por ejemplo, los resultados de elecciones a escala nacional partiendo de una muestra bien elegida de unos pocos cientos o miles de personas, tomada en distintos puntos del país. No es que los estadísticos piensen que la "voluntad popular" se manifieste más claramente en unos lugares que en otros, ni que la voluntad expresada por los encuestados vaya a modificar la de los demás. Es, sencillamente, que el cúmulo de presiones y emociones a que se ve sometido el intelecto de los electores es muy semejante en toda la nación. Evidentemente, ningún individuo aislado puede ser tomado como representativo de toda la población, pero a un grupo correctamente seleccionado sí puede suponérsele tal carácter para determinar en qué medida se ven "presionados" por los diversos factores que cuentan en las elecciones, con lo que sus tendencias de voto reflejan seguramente tendencias generalizables, válidas para el censo electoral completo.

Todo esto es del sentido común más elemental, y tendría que ser una de esas cosas que toda persona culta comprendiese automáticamente. Y sin embargo, desde un enfoque emotivo, no deja de ser un tanto curioso, pues revolotea en torno a la noción de libre albedrío, considerando que las decisiones de la gente son simples resultantes de combinaciones de presiones de valores desconocidos. Por otra parte, quizá sea mejor analizar desde este ángulo los procesos de decisión que atribuirlos a la voluntad popular, noción filosóficamente oscura, cuando menos.

Lo que sin duda ha podido parecer una digresión acerca de la naturaleza de los hechos estadísticos y el problema de la aleatoriedad de las conductas individuales frente a la predictibilidad de las actitudes colectivas tiene, en realidad, mucho que ver con la "actitud correcta" a tomar ante el dilema planteado por mi carta. La cuestión que estábamos considerando era: ¿Hasta qué punto puede servir de indicación lo que unas cuantas personas puedan hacer con respecto a lo que todas van a hacer? Podemos cargar más las tintas, y preguntarnos ¿hasta qué punto puede tomarse lo que una persona sola haga como indicación de lo que emprenda el colectivo? La versión definitiva de este problema, enunciada en primera persona, no deja de tener cier-

ta gracia: ¿Hasta qué punto me informa a mí acerca de las actitudes de los demás mi propia elección?

Podría pensarse que cada persona es completamente única y que, por consiguiente, no podemos fiar en nadie como indicador de cómo actuarán otras personas, especialmente en situaciones fuertemente dilemáticas. Hay, sin embargo, más personajes en este cuento. Yo me esforcé en diseñar la situación de forma que todos se hicieran una misma imagen de ella. Se suponía que en el centro mismo de esa imagen se encontraba la hipótesis de que todos los participantes se valían *exclusivamente* del razonamiento –incluidos razonamientos acerca del razonamiento– para llegar a una solución.

Si es el razonamiento puro quien ha de dictar sentencia, todos los participantes deberían llegar a una misma conclusión. Comprenderlo así es el paso crítico del razonamiento que debe llevarnos hasta la solución correcta, pero desdichadamente este hecho se les escapó a casi todos los destinatarios de mi carta (y por ello llegué a desear haberle añadido el párrafo final que subrayaba la racionalidad de los jugadores). Una vez comprendido este hecho nos damos cuenta de que, o bien todos los jugadores racionales tendrán que elegir *D*, o bien todos deberán optar por *C*. Y esta es la clave.

Un número cualquiera de pensadores idealmente racionales, enfrentados a un mismo problema, tras padecer idénticos dolores de parto en el proceso de dar a luz una solución, habrán necesariamente de dar al cabo la misma respuesta, en tanto en cuanto la justificación última de sus conclusiones individualmente obtenidas sea un razonamiento y sólo un razonamiento. En caso contrario el razonamiento sería subjetivo y no objetivo, como es objetivo un cálculo aritmético; y las conclusiones alcanzadas por razonamiento serían cuestión de preferencia y no de necesidad. Ahora bien, puede que *algunas* personas estén convencidas de que no puede suceder así; pero un razonador ideal, un pensador racional, comprende perfectamente que un razonamiento válido ha de ser *universalmente* válido, pues de lo contrario no sería, sencillamente, razonamiento válido.

Si me concede usted esto habremos recorrido ya el 90 por ciento del camino. Todo cuanto se precisa preguntar ahora es: "Puesto que todos vamos a contestar con la misma letra, ¿cuál será la más lógica? Es decir, ¿qué mundo es mejor para el pensador racional *individual*: uno formado exclusivamente por individuos colaboradores u otro formado exclusivamente por defraudadores?". La respuesta es inmediata. "Si todos cooperamos yo obtendré 57 dólares, mientras que si todos defraudamos obtendré 19. Evidentemente prefiero los 57 y, por tanto, para el pensador racional concreto que os habla, cooperar es preferible. Puesto que yo soy un miembro típico del conjunto de pensadores racionales, *todos* ellos habrán de preferir cooperar. Y por lo tanto, yo coopero." Otra forma de enunciarlo, que lo hace sonar algo más esotérico es ésta: "Si yo elijo *C*, todo el mundo elegirá *C*, con lo que ganaré 57 dólares. Y si elijo *D*, entonces todo el mundo elegirá *D*, con lo que sólo me embolsaré 19 dólares. Puesto que prefiero tener 57 dólares a 19, elegiré *C*. Y por tanto todo los demás harán otro tanto, con lo que lograremos cada uno 57 dólares."

Todo esto puede sonarle a mucha gente a magia simpática o a creencia vudú; sugerirles una visión del universo traspasado por tenues hilos de sincronía, que, semejantes al correo neumático parisiense, trasladasen los pensamientos de una mente a otra, haciendo resonar a las personas mediante una secreta armonía. Nada más lejos de la verdad. La solución anterior no se basa, en forma alguna, ni en la telepatía, ni en otras extravagantes formas de causalidad. Sencillamente, el enunciado "si yo elijo *C* lo mismo harán todos los demás", aunque enteramente correcto, está formulado un tanto engañosamente, pues hace uso de la palabra "elegir", noción incompatible con el determinismo inexorable de la lógica. Los escolares no eligen cuánto vale el cociente de 507 dividido por 13; lo calculan. Análogamente, mi carta no daba pie a elegir; lo que exigía era razonar. Sería por consiguiente preferible formular así el enunciado "vudú": "Si el razonamiento *me* conduce a mí a colaborar, entonces, por no ser yo distinto de los demás en lo que a pensamiento racional se refiere, también el pensamiento los guiará y conducirá a ellos a elegir cooperar". No interviene aquí ninguna forma de transmisión secreta; todo cuanto se requiere es la universalidad y uniformidad de la lógica. Por tanto, el razonamiento "lo que yo haga habrán igualmente de hacer los demás" es simplemente una declaración de fe en el carácter universal del raciocinio, y no de fe en formas místicas de causalidad.

Tal análisis explica por qué debemos nosotros cooperar aun cuando los sobres opacos que contienen las respuestas de los demás jugadores se encontrasen en la mesa frente a nosotros. Encarado en forma tan concreta con este conjunto inalterable ya de cooperadores y defraudadores, se podría pensar así: "Hayan hecho lo que fuere, yo ganaré más jugando *D* que jugando *C*, porque, ciertamente, lo que yo elija *ahora* no podrá tener efectos retroactivos sobre lo que ellos hayan decidido. Por tanto, debo defraudar". Tales pensamientos suponen, sin embargo, que la lógica que le lleva a usted a jugar *D* no tiene conexión ni relación con la lógica que anteriormente llevó a los otros jugadores a tomar sus respectivas decisiones. Si se acepta lo que fue explicado en la carta, hay que concluir forzosamente que la decisión a que ahora lleguemos se encontrará repetida en los sobres situados frente a nosotros. Y si la lógica nos constriñe a jugar *D*, ya antes habrá obligado a los demás a hacer lo mismo, y por idénticas razones. Recíprocamente, si por lógica nos viésemos llevados a *C* ya les habría sucedido antes lo mismo a los demás.

Imaginemos que haya un rimero de sobres depositados en nuestra mesa, conteniendo cada uno la respuesta que otra persona da al problema aritmético de dividir 507 entre 13. Tras haber usted calculado apresuradamente la solución, está a punto de meter en un sobre una cuartilla diciendo "49", cuando en el último minuto decide usted repasar la cuenta. Descubre entonces su error, cambiando el 4 por un 3. ¿Acaso en ese instante visualiza usted cómo todas las respuestas de los otros sobres súbitamente giran sobre sus talones y pasan de 49 a 39? Desde luego que no. Usted reconoce, sencillamente, que su *imagen* de los contenidos de los sobres ha cambiado, pero no los contenidos propiamente dichos. Primero confiaba usted en que hubiera muchos 49. Ahora piensa usted que habrá muchos 39. No se sigue, empero, que en un cierto instante usted pensara: "Ahora están todos cambiando de 49 a 39". Más todavía: estaría usted loco si así lo pensara.

Análogamente sucede con las *D* y las *C*. Si al principio se siente usted inclinado a jugar de una forma, y luego, tras cuidadosa reconsideración cambia usted a la otra, no por eso los demás jugadores habrán de seguirle retroactiva o sincrónicamente. Si, por otra parte, los considera usted capaces de comprender y seguir el razonamiento que usted ha comprendido, es preciso suponer que sus respuestas serán idénticas a la suya. En breve, no podrá usted segarles la hierba bajo los pies; está usted a la par con ellos, tanto si le gusta como si no. O bien son todas *C* o todas *D*. Elija usted.

En realidad, "elija usted" es una fra-

se confusionista al ciento por ciento. No es como si bastase meramente "elegir", con lo que todas las personas –incluso en el pasado– se irían mágicamente alineando junto a usted. Lo esencial es que, puesto que va a "elegir" valiéndose de lo que considera ser lógica inexorable, si verdaderamente respeta la inexorable cualidad de su lógica, tendrá que creer que otros harán otro tanto, lo que significa que no está usted "meramente eligiendo". De hecho, cuanto más seguro esté de lo que tiene que jugar, tanto más cierto deberá estarlo de que los otros jugadores jugarán (o habrán jugado ya) de idéntica manera, y por idénticas razones. Y esto vale tanto si se juega *C* como si se juega *D*, siendo el núcleo auténtico de la solución. En lugar de paradójica, es una solución autorreforzante: lo que pudiéramos llamar un círculo lógico benigno.

Por si todavía suena esto a causalidad retrógrada, parémonos a pensar en el cuentecillo siguiente, que tal vez contribuya a que todo lo anterior tenga un sentido más claro. Supongamos que Ana y usted sean amantes de la música clásica. A lo largo de los años, ella y usted han comprobado tener gustos musicales increíblemente similares; una coincidencia muy notable. Un día descubre que se están dando dos conciertos en la ciudad donde usted vive. Ambos ofrecen excelentes perspectivas, si bien perderse el Concierto *A* sería imposible; mientras que el Concierto *B* no pasa de una fuerte tentación, a la que, por otra parte, es necesario resistir. Empero, siente usted la máxima curiosidad por él, ya que lo interpreta el violinista Zilenko Buznani, de quien ha oído contar verdaderas maravillas.

Siente al principio cierto disgusto. Se le ocurre entonces una idea. Puesto que Ana y usted virtualmente escuchan la música "por los mismos oídos", tal vez pudiera ella ir al Concierto *B*, y darnos de Buznani una impresión de primera mano. La idea nos reconforta al principio; pero enseguida nos damos cuenta de que hay algo que no marcha. Por razones idénticas a las de usted, Ana va a empeñarse en ir al Concierto *A*. Después de todo, Ana siente por la música amor idéntico al suyo –y esa es precisamente la razón de que usted quiera que ella le comente cómo ha ido el Concierto *B*. Cuanto más convencido esté de que los gustos musicales de Ana son idénticos a los suyos tanto más deseará usted hacerla ir al otro concierto. ¡Pero cuanto más afín al suyo sea el gusto de Ana, menos dispuesta estará a ir!

Están ligados los dos por lazos de gustos comunes. Y si resultase que tales gustos difieren lo bastante como para no estar de acuerdo en qué concierto es el mejor, entonces ello tendería a hacerle perder interés en lo que Ana pudiera opinar del Concierto *B*, pues ya no podría usted confiar en su juicio como si fuera el suyo propio. Dicho con otras palabras, es absurdo esperar que Ana vaya a elegir el Concierto *B*, pues ello mismo socavaría e invalidaría las razones para interesarse por el concierto al que ella decida asistir.

Confío en que la analogía esté clara. Eligiendo *D* se contradicen las razones que se tenían para optar por ella. En la medida en que todos quienes participan en el juego sean realmente pensadores racionales, todos pensarán según las mismas pautas. Y hay que admitir que mi carta establecía fuera de toda duda que podían todos confiar y basarse en que los pensamientos de los demás fuesen racionales, que es todo cuanto se necesita.

Bueno, no exactamente. No sólo es necesario basarse en que todos sean racionales, sino también en que cada uno de ellos pueda confiar en que todos los demás lo sean, y en su confianza en que todos puedan confiar en que todos y cada uno sean racionales, y así sucesivamente. Yo llamo superracional a un grupo de pensadores que se encuentren en esta relación mutua. Los pensadores superracionales, por definición recursiva, hacen uso en sus cálculos del hecho de ser ellos pensadores superracionales. Recuerdan en este aspecto a las partículas elementales "renormalizadas".

Las formas de interactuar electrones renormalizados con –pongamos por caso– fotones renormalizados toma en consideración que la estructura mecánico-cuántica del fotón contiene "electrones virtuales"; más todavía, toma también en cuenta que todas estas partículas virtuales (ellas mismas renormalizadas) interactúan unas con otras. La cascada de posibilidades así abiertas es infinita, pero todas ellas son tomadas en cuenta de un solo golpe por la Naturaleza. Análogamente, la superracionalidad, o sea, el raciocinio renormalizado, conlleva ver las consecuencias del hecho de que otras mentes razonadoras y renormalizadas se encuentran en idéntica situación, y hacerlo así de un único acto mental finito, en lugar de sucumbir a la tentación de una regresión infinita, razonando acerca del razonar del razonar...

La respuesta que yo confiaba recibir de todos era, ni que decir tiene, *C*. No es que fuera yo tan optimista como para creer que todos, literalmente todos, habrían de llegar a esta conclusión, pero sí esperaba que lo hiciera una mayoría, y de aquí mi desencanto al ver que las primeras respuestas eran fuertemente favorables a la defección. Conforme fueron llegándome nuevas respuestas por teléfono fui recibiendo algunas *C* más, si bien las razones aducidas para ello eran erróneas. Dan Dennett cooperó diciendo: "Prefiero ser la persona que compró la Torre Eiffel que el tipo que la vendió. Por lo mismo, me sentiré mejor gastando 3 dólares ganados cooperando que 10 logrados defraudando".

Charles Brenner, de quien estaba yo seguro que me largaría una *D*, me tomó por sorpresa disparando una *C*. Cuando le pregunté por qué, cándidamente replicó: "Porque no quiero salir en una revista de circulación mundial presentado como defraudador". Muy bien. ¡Entérate, Mundo, de que Charles Brenner es cooperador!

Mucha gente coqueteó con la idea de que todos pensarían "más o menos igual", pero no se la tomaron suficientemente en serio. Scott Buresh me hizo esta confidencia: "No fue sencillo elegir. Yo me encontré en lo que pudiéramos llamar modo oscilatorio, un paso hacia adelante y otro hacia atrás. Hice una hipótesis, a saber, que todos estaban pasando por trances mentales idénticos a los míos. Me descubrí a mí mismo dispuesto a cooperar en aproximadamente la tercera parte de las veces. Basándome en esa cifra y en la hipótesis de que yo podía ser un caso típico, estimé que alrededor de la tercera parte de la gente cooperaría. Calculé a continuación cuánto podía lograr yo en un campo donde seis o siete personas cooperasen. Resultó que si yo jugaba *C* recibiría aproximadamente la tercera parte que jugando *D*. Así pues, parecía forzoso defraudar. El agua busca sola su nivel, y yo me hundí hasta el ángulo inferior derecho de la matriz". En este punto yo le dije a Scott que hasta entonces una mayoría sustancial había optado por defraudar. Scott reaccionó vivamente. "¡Qué ratas! ¿Cómo es posible que todos hayan pensado defraudar? Me vuelve loco. Verdaderamente, Doug, tus amigos me han decepcionado."

Como decepcionado quedé yo cuando llegaron finalmente todos los resultados: 14 personas optaron por defraudar y seis por cooperar –exactamente lo que habrían predicho las encuestas. Los defraudadores recibieron así 43 dólares, y los cooperadores, 15. Me pregunto lo que Dorothy estará diciéndole a Peter a estas alturas. Apuesto que está chasqueando la lengua y haciéndole

notar: "Ya te lo dije. A mi manera se saca más, ¿verdad? ¡Ay de mí! ¿Qué puede hacerse con gente así?".

Un aspecto llamativo de la respuesta de Scott Buresh fue que hubiese él tratado su propia mente como un modelo para lograr, mediante simulación, una imagen de las mentes de otras personas, y que repitiese el experimento el número de veces suficiente como para hacerse idea de lo que una "persona típica" podría elegir. Lo cual está muy en el espíritu de mi carta. Una vez hubo estimado cuál sería el resultado estadísticamente más verosímil, Scott calculó friamente cómo maximizar sus ganancias, en la hipótesis de unos seis o siete cooperadores. Evidentemente, tal cálculo le indicó que debería defraudar. De hecho, lo mismo hubiera resultado cualquiera que fuese el número de hipotéticos colaboradores. Todo cálculo de este tipo resultará siempre en favor de defraudar. Mientras se tenga la convicción de que podemos decidir *independientemente* de las decisiones de los demás será forzoso defraudar. Lo que Scott no supo tener en cuenta fue que si se calcula fríamente se debe tener en cuenta que otros calculan fríamente que otros calculan fríamente que...

Parece horriblemente difícil tener todo esto en cuenta en un razonamiento finito, pero en realidad es de lo más fácil del mundo. Lo único que todo ello significa es que estos "pesos pesados" del raciocinio van a verse en situación simétrica, así que lo que dicte la razón a uno de ellos se lo tendrá que dictar a todos. A partir de este punto el proceso es simple. ¿Qué es lo mejor para un individuo, si su elección tiene carácter universal: cooperar o defraudar? Eso es todo.

En realidad, eso no es todo del todo, porque yo he barrido una posibilidad bajo la alfombra, a saber, que tal vez lanzando un dado pudieran lograrse mejores resultados que mediante elecciones determinísticas. Pudiera usted pensar, como ya hizo Chris Morgan, que pudiera ser mejor elegir C con una cierta probabilidad p, y D con probabilidad $1-p$. Chris tomó arbitrariamente p igual a 1/2, pero pudo tomar cualquier otro valor comprendido entre 0 y 1, donde los casos extremos representan, respectivamente, defraudar y cooperar. ¿Cuál sería el valor de p que eligirían los jugadores superracionales? Es fácil de calcular en un dilema del preso bipersonal, suponiendo que ambos jugadores (por ser superracionales) utilicen el mismo valor de p. Las ganancias esperadas de cada uno, expresadas en función de p, resultan ser $1+3p-p^2$, valor que crece monótonamente cuando p crece desde 0 hasta 1. Por consiguiente, el valor óptimo de p es 1, lo que significa cooperar con certeza. Cuando se tienen más jugadores el cálculo se complica, pero la solución no cambia: la ganancia esperada siempre es máxima cuando p es igual a 1. Por tanto, el nuevo enfoque confirma el análisis anterior, que no consideraba estrategias probabilísticas.

Nada nuevo se añade a la paradoja del preso (versión estándar) introduciendo elementos aleatorios, pero, ¿qué decir para la versión que di en el *post-scriptum* de mi carta, que utiliza una matriz de pagos diferente? Dejaré que sea el propio lector quien haga los cálculos. ¿Y en el dilema de Platonia? Dos cosas están claras: (1) si se decide no enviar telegrama, las posibilidades de ganar son nulas; y (2) si todos optasen por telegrafiar, también se esfumarían sus posibilidades. Si se está convencido de que lo que uno elija será lo mismo que elijan cada uno de los otros, por ser todos un grupo superracional, ninguna de las alternativas es muy atrayente. Empero, con auxilio de dados se abren muchas posibilidades. Lancemos un dado con probabilidad p de salirnos "bueno" y decidamos presentar nuestro nombre si y solamente si sale "bueno".

Imaginemos ahora 20 personas haciendo esto mismo, y calculemos qué valor de p hace máxima la probabilidad de que exactamente *una* persona reciba "luz verde" para presentarse. Resulta que es para $p=1/20$, o con mayor generalidad, $p=1/N$, siendo N el número de participantes. Al tender N hacia infinito, la probabilidad de que sea exactamente una persona la que reciba "autorización" es $1/e$, un pelo por debajo del 37 por ciento. Con 20 jugadores superracionales, que basasen su decisión en el lanzamiento de un dado icosaédrico, la probabilidad de "llevarse el gordo" es aproximadamente $1/(20e)$, ligeramente menor del 2 por ciento. ¡No está tan mal! Desde luego, es mucho mejor que el cero por ciento.

Mucha gente plantea esta objeción: "¿Y si mi dado no me favorece? ¿Por qué no habría yo, a pesar de todo, de enviar mi nombre? Pues si no lo hago, pierdo toda oportunidad de ganar. No me encontraría mejor que si no hubiese lanzado el dado y me hubiese retirado voluntariamente". Aunque esta objeción parece convincente en principio, en realidad es falaz, por estar basada en una concepción equivocada de lo que representa "tomar una decisión". La genuina decisión de obrar conforme indique el lanzamiento del dado significa que *forzosamente* debe actuarse conforme el dado nos diga; si bajo ciertas circunstancias se desprecia tal mandamiento y se hace cualquier otra cosa lo que sucede es que no llegó verdaderamente a tomarse la decisión.

Si la idea de lanzar el dado le resulta atractiva, pero teme que su fuerza de voluntad flaquee frente a la tentación de defraudar, imagine el lector un tercer "botón de Policansky". Este botón, marcado con una A (de aleatorio) lanza un dado (simulado, tal vez) cuando es pulsado, y entonces, irrevocablemente, envía o no el nombre de usted, de acuerdo con el resultado del dado. De esta forma no le está permitido a usted volverse atrás de su decisión una vez que el dado ha sido lanzado. Pulsar *tal* botón sí sería una decisión genuina de obrar conforme ordene el dado.

Esta capacidad de retirarse a pesar de la fuerte tentación contraria me lleva al punto culminante del artículo. Queridos lectores, les anuncio el gran concurso llamado Lotería de la Seducción. Pueden participar en él los lectores de *Investigación y Ciencia*, y los no-lectores también. El premio de esta lotería es de $1.000.000/N$, donde N es el número de respuestas recibidas. Imagine por un instante que fuese usted el único concursante (y que haya usted presentado sólo una carta). ¡Nada menos que 1.000.000 de ptas. es suyo! De todas formas, la cosa parece algo problemática. Para aumentar sus posibilidades de ganar, le invito a remitirnos tantas cartas como guste, sin límite. Por ejemplo, si nos enviase usted 100 cartas tendría 100 veces más oportunidades de ganar que un alma cándida que sólo enviase una. Y ya que lo pienso, ¿qué necesidad hay de enviar una carta para cada número de la rifa? Bastará que nos envíe una *sola* tarjeta, con su nombre y dirección, con un número positivo y entero que nos diga cuántos números quiere usted tener en la rifa. Diríjala a:

Lotería Seductora
INVESTIGACION Y CIENCIA
Calabria, 235-239
Barcelona-29

Tendrá usted así tantas oportunidades de ganar como si hubiera remitido otras tantas tarjetas. Las ilegibles, incoherentes, incomprensibles o dudosas serán invalidadas. No se aceptarán las recibidas después de las 18.00 h del 30 de septiembre de 1983. Le deseo buena suerte (pero únicamente a usted, y no a ningún otro lector de esta sección).

Taller y laboratorio

Si sometemos a esfuerzo mecánico un objeto de plástico, entre dos filtros polarizadores, se colorea

Jearl Walker

La fractura de los materiales por sobreesfuerzo mecánico es algo tan frecuente como económicamente indeseable. Un procedimiento para prevenirla consiste en ensayar piezas de muestra aplicándoles unas tensiones mecánicas suficientes para destruirlas. Cuando una pieza igual se ponga en servicio, podrá hacerse de modo que las tensiones que sufra queden muy por debajo del valor de riesgo. Otro método, el fotoelasticimétrico, se basa en la experimentación con modelos de la pieza, hechos de plástico o material similar, a los que se somete a estudios ópticos que proporcionan una imagen directa de la distribución de tensiones en el seno de la misma.

Frank R. Seufert, de Cleveland, me ha mostrado algunos ejemplos de sus estudios fotoelásticos sobre modelos de objetos diversos. Cuando a él acude alguien interesado en un problema de este tipo, lo primero que hace es construir un modelo de la pieza en cuestión, en plástico Lexan o Tuffak, y de unos tres milímetros de espesor. Si el objeto es grande, el modelo lo reproduce a escala reducida. Lo monta en un bastidor de madera y ensaya el estado de tensiones del objeto real sometiéndolo a tensiones por medio de gomas y tornillos. Estos últimos, que son del tipo para metales, le sirven mejor porque pueden apretarse paulatinamente y se regulan con mayor facilidad.

Coloca luego el modelo delante de un filtro polarizador y lo ilumina con una luz que, procedente de una lámpara de 200 watt, atraviesa un difusor de vidrio esmerilado y después el filtro. Entre el modelo y una cámara de 35 milímetros (una réflex de objetivo simple) sitúa un largo parasol de objetivo hecho de cartón. Montado en la cámara hay un teleconvertidor, desprovisto de objetivos, que hace las veces de tubo telescópico para alejar el objetivo de la película; otro tipo de tubo serviría perfectamente. El dispositivo de Seufert incluye un teleobjetivo de 135 milímetros puesto a $f\,2.5$, así como un segundo filtro polarizador y un filtro azul claro (del modelo 80A) montados en el objetivo. La cámara se mantiene inmóvil con ayuda de la pieza superior de un trípode sujeta a un bloque de contrachapado.

Para tomar una foto, Seufert orienta el primer filtro polarizador con su eje de polarización a 45 grados con la vertical. Luego coloca el modelo de plástico delante y enciende la lámpara. A la vez que mira a través de la cámara, rota el filtro polarizador situado delante del objetivo hasta que a la imagen del modelo se superpone una imagen, o más bien una figura, interpretable. Esto lo fotografía valiéndose de un disparador de cable que acciona asimismo un flash electrónico ubicado junto a la lámpara y cuya luz extra hace falta para que la foto salga bien.

La película que utiliza es Fuji para negativos en color de sensibilidad ASA 100 y de la que obtiene copias en positivo brillantes. En las fotos correspondientes aparecen unas líneas coloreadas que revelan las configuraciones de las tensiones en los modelos de plástico. Destacan las zonas sometidas a mayores esfuerzos y que son los lugares más vulnerables a la fractura.

El primer filtro del montaje polariza la luz. Esta, al pasar por el plástico en estado de tensión, recoge información codificada acerca de ese estado. El segundo filtro polarizador (el montado en la cámara) hace visible dicha información para el observador. En la figura 3 se muestran las tensiones en un pequeño elemento delgado que forma parte de un modelo sometido a estudio fotoelástico. Sus bordes se hallan todos en estado de tensión perpendicular (que, en física, se llama tensión normal) a causa de las fuerzas de tracción que actúan perpendicularmente a cada uno de ellos. En los bordes se generan, además, tensiones cortantes, o tangenciales, pues el material de los lados opuestos del elemento tiende a deslizarse en sentidos contrarios.

Así es la naturaleza de las tensiones en un elemento elegido al azar. Esa imagen se simplifica si, en dicha zona, se busca un elemento orientado diferentemente. Este nuevo elemento presenta la particularidad de ser cuadrado y tener dos ejes, llamados ejes principales, de gran importancia. La ventaja de considerar un elemento orientado de ese modo reside en que los bordes no sufren tensiones tangenciales, sino sólo normales. Pues bien, lo que revela la fotografía de un modelo sometido a tensión iluminado con luz polarizada es la orientación de los ejes principales.

Para comprender la interacción entre la luz polarizada y las tensiones principales en el plástico es necesario conocer la naturaleza de la luz polarizada. Según la física clásica, la luz es una onda compuesta de campos eléctricos y magnéticos oscilantes. Se trata de una onda peculiar en cuya propagación no participa soporte material alguno. Las ondas acuáticas están en mejor acuerdo con nuestra intuición, pues en ellas interviene la oscilación de la superficie del agua: hay algo material que participa. En la concepción ondulatoria de la luz, empero, las oscilaciones corren a cargo de campos eléctricos y magnéticos inmateriales.

Son las componentes eléctricas las que definen la polarización de la luz. Fijémonos en la figura 4, donde se representa el campo eléctrico en un punto que vamos a examinar mediante un vector (de módulo, dirección y sentido dados) aplicado a dicho punto. Estas ideas son muy útiles cuando se considera cómo puede comportarse una partícula cargada que se sitúe en ese punto. Y también para adquirir una imagen mental de la luz.

Podemos considerar la ilustración cual instantánea de una onda luminosa. Superpuestos al rayo, que indica la di-

1. Dos de los modelos en plástico de Frank R. Seufert sometidos a compresión

rección de propagación, se distinguen algunos vectores eléctricos asignados a distintos puntos del rayo. Vamos a centrar nuestra atención en uno de éstos y a observar cuidadosamente qué sucede. En ese punto, en la primera instantánea, el vector eléctrico es largo y apunta hacia arriba; cualquier partícula positiva que se encontrara en él "se sentiría" intensamente atraída hacia arriba.

Después de nuestra primera instantánea, la luz sigue propagándose hacia la derecha; el campo eléctrico en nuestro punto varía con gran rapidez, literalmente a la velocidad de la luz. Esto lo revela una nueva instantánea, en la que el vector eléctrico en el punto considerado señala ahora hacia abajo. Este vector no es uno de los más largos de la ilustración, ni es ahora tan largo como lo será inmediatamente después de la instantánea. Una partícula positiva que se hallara en el punto en cuestión "sentiría" sobre sí una fuerza descendente de intensidad moderada.

A la par que la luz pasa "vertiginosamente" por el punto, los vectores eléctricos oscilan en dirección y magnitud. Sin embargo, no hay que dejarse engañar por la representación. No hay tales vectores. Ni cada rayo tiene vectores que sobresalgan de él cual espinas del tallo de una rosa. Los vectores eléctricos son sólo minúculos retazos de imaginación prendidos de una recta a la que llamamos rayo.

Pero, por muy ficticios que sean, los vectores eléctricos se convierten poco menos que en imprescindibles para describir la polarización de la luz. En nuestras dos instantáneas, los vectores quedan en el plano de la página. Sin embargo, los vectores de la luz emitida por las fuentes más comunes no están tan restringidos en lo que respecta a su dirección. Necesariamente perpendiculares a un rayo, pueden apuntar, sin embargo, en cualquier dirección de un plano normal al rayo. De esta luz se dice que no está polarizada.

Cuando la luz atraviesa un filtro polarizador, la oscilación de sus vectores queda estrictamente limitada a un solo eje. De esta luz se dice que esta polarizada linealmente. (Hay quien la califica de luz polarizada en un plano.) Si luz no polarizada procedente de una bombilla eléctrica incide en un filtro, la luz que salga de éste tendrá sus vectores eléctricos confinados en un eje único contenido en un plano perpendicular al rayo. La dirección de polarización es la orientación de ese eje; si éste es vertical, se dice que la luz está polarizada verticalmente.

Los filtros polarizadores actúan por eliminación. El filtro contiene cadenas moleculares que podemos imaginar cual absorbentes paralelos de gran longitud. Cuando la luz llega a ellos, se eliminan los vectores eléctricos que oscilan paralelamente a los mismos; los perpendiculares los atraviesan.

Por ejemplo, si las moléculas largas del filtro están tendidas horizontalmente (paralelamente al eje x), desaparecerán las componentes horizontales de los vectores. En la figura 5 se representa abreviadamente la luz no polarizada mediante dos vectores dobles: el filtro suprime el horizontal y deja pasar el vertical. El resultado es luz polarizada verticalmente.

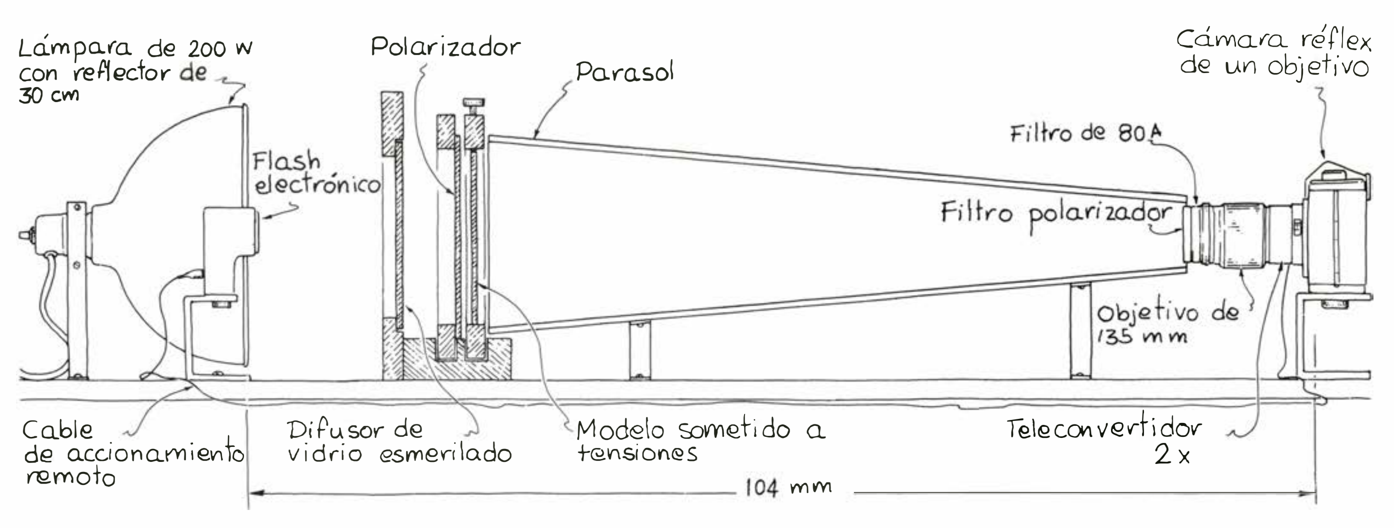
De ordinario no se especifica la orientación de las moléculas de un filtro, sino que a éste se le atribuye un eje de polarización perpendicular a la longitud de las moléculas. Este eje imaginario corre paralelo a la polarización de la luz saliente.

Supongamos que un rayo de luz polarizada verticalmente encuentra en su camino un segundo filtro polarizador. ¿Lo atravesará? Ello depende del eje de polarización del filtro. Si éste es vertical, será paralelo a la polarización de la luz incidente y pasará toda. Pero si es horizontal, no pasará luz alguna.

Cuando la luz, que se desplaza en el aire con una celeridad de 3×10^8 metros por segundo, penetra en un medio transparente cualquiera, disminuye su velocidad efectiva. Ello se debe a que la luz interactúa con las moléculas que encuentra en su trayecto, de tal modo que, a cada encuentro con una molécula, la luz es absorbida, para reemitirse tras una breve demora. Entre moléculas su velocidad es de 3×10^8 metros por segundo, igual que en el vacío. Pero como sufre retrasos intermitentes, para propagarse en el seno del material necesita más tiempo que para propagarse la misma distancia en el vacío. Decimos así que la luz se propaga más lentamente en los medios materiales.

Este hecho fue objeto de medición indirecta mucho antes de que se supiera nada acerca de las moléculas. Con el propósito de tabular el efecto, se asignó un número llamado índice de refracción a cada sustancia transparente. Un vidrio de índice de refracción 1,6 transmite la luz más lentamente que otro de índice 1,5. (En ambos casos, el tiempo real de transmisión es tan increíblemente corto que la diferencia carece de toda importancia en lo que atañe a nuestra vida cotidiana.)

En 1816, David Brewster descubrió cómo valerse del índice de refracción para estudiar las tensiones en los medios transparentes. Al someter a tensión una hoja de vidrio iluminada, con luz polarizada linealmente, se encontró con que se producía una variación en el índice de refracción de la luz. Y lo que



2. Montaje experimental de Seufert

era más, el índice dependía entonces del tipo de polarización de la luz.

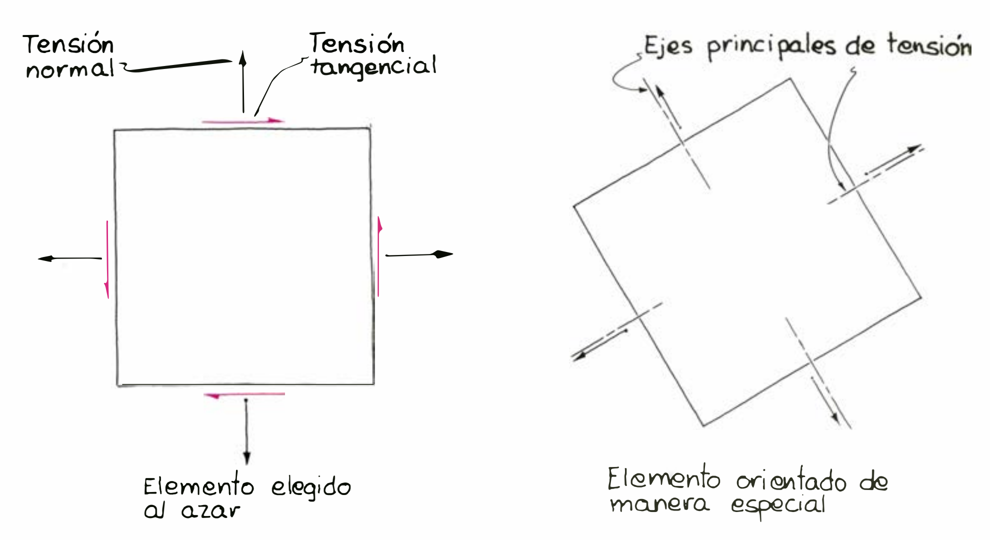
Para seguir los experimentos de Brewster, imaginemos una hoja de vidrio vertical uniformemente comprimida por fuerzas aplicadas en la parte superior y en la inferior, de modo que los ejes principales sean uno vertical y el otro horizontal. Cuando la luz que ilumina el vidrio esté polarizada verticalmente, el índice de refracción que encuentre será menor y viajará a mayor velocidad que si estuviera polarizada horizontalmente. Pero si el vidrio está sometido a tracción (tensado por fuerzas que actúan por arriba y por abajo), acontece lo contrario. Las sustancias de este tipo, o sea, con una velocidad de transmisión dependiente de la polarización de la luz, se llaman birrefrigentes, o doblemente refractantes.

¿De qué modo la birrefringencia puede facilitar el estudio de un estado de tensiones? Nos lo desentraña un ejemplo sencillo. Imaginemos una lámina de plástico vertical, comprimida de modo que los ejes principales sean uno vertical y el otro horizontal. La manera en que la luz polarizada interactúe con nuestro plástico sometido a tensión dependerá de si su polarización está inicialmente en paralelismo con alguno de aquellos ejes. Este paralelismo podemos crearlo iluminando el plástico a través de un filtro polarizador con el eje vertical. En el lado contrario pondremos otro filtro polarizador con el eje horizontal. El primer filtro se llama polarizador; analizador, el segundo. De ambos se dice que están cruzados.

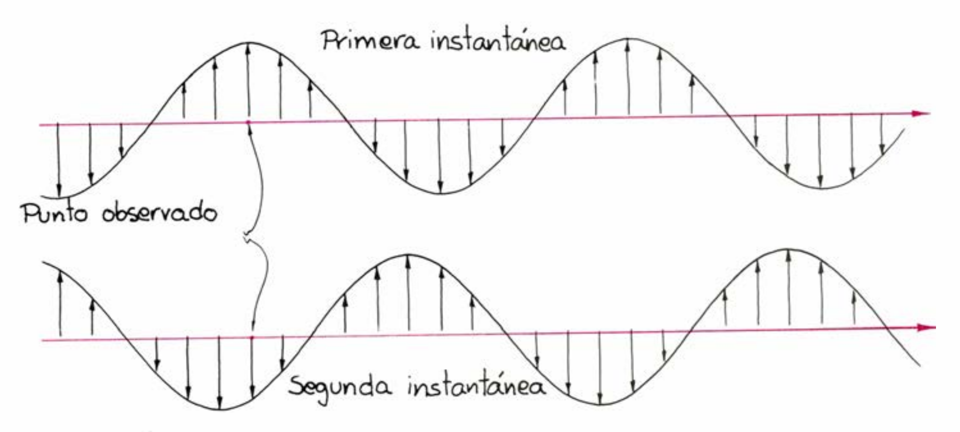
La luz atravesará la lámina de plástico a la velocidad que permita el estado de tensiones. La luz que salga del material seguirá polarizada verticalmente y, por tanto, será detenida por el analizador. Un observador que mire por éste verá oscuridad. En este montaje, desaparece la transmisión siempre que se ilumina el plástico con luz polarizada paralelamente a uno de los ejes principales.

Rotemos ahora los dos filtros 45 grados en el mismo sentido. En este caso, la lámina de plástico recibirá luz polarizada a 45 grados con respecto a la vertical. Más exigente es el recorrido de la luz en el seno de la lámina: debemos considerar la polarización en sus dos componentes paralelas a los ejes principales. Estas dos componentes se propagan en el plástico a celeridades diferentes, pues los índices de refracción según los dos ejes difieren.

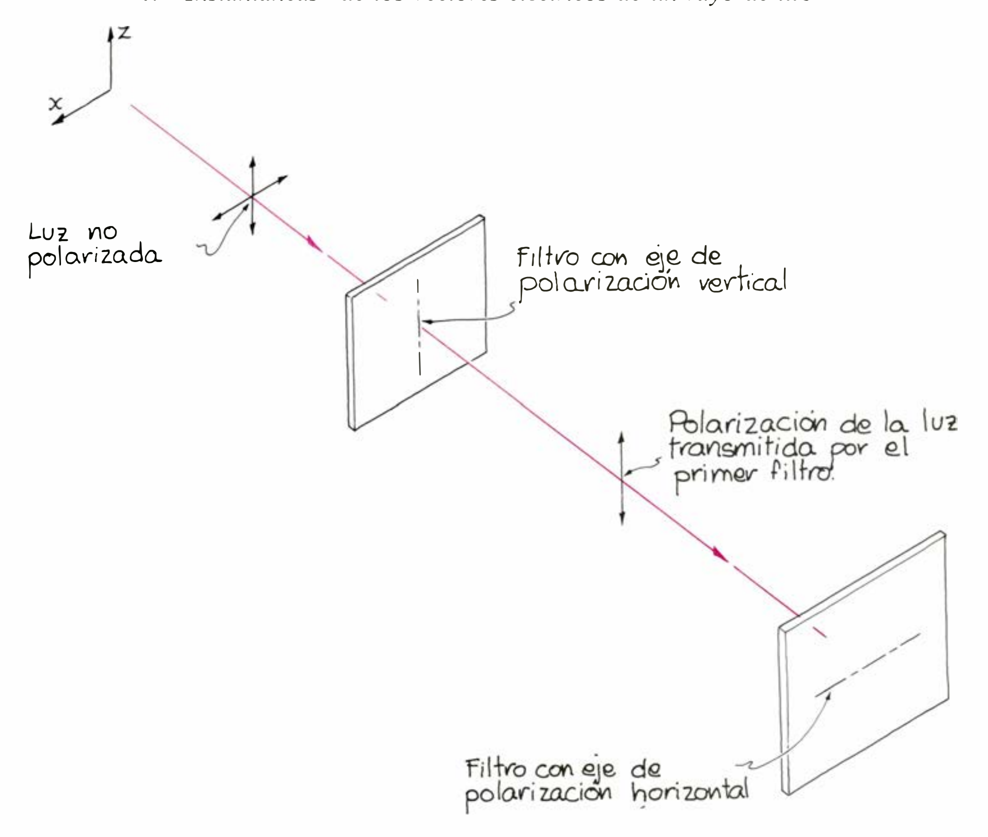
Cuando las componentes emergen del plástico se recombinan. Cabe en-



3. Tensiones perpendicular y tangencial en un elemento



4. "Instantáneas" de los vectores eléctricos de un rayo de luz



5. Obstrucción del paso de la luz con filtros polarizadores cruzados

tonces la posibilidad de que la luz quede polarizada en otra dirección. Que ahora la luz atraviese o no el analizador dependerá del modo en que haya variado la polarización.

Para determinar esa variación hemos de examinar de qué forma el plástico altera la longitud de onda de la luz. Para simplificar, supongamos que la luz sea monocromática, vale decir, compuesta de una única longitud de onda. Cuando esta luz pasa del aire a un medio transparente, su longitud de onda se acorta; tanto más cuanto mayor sea el índice de refracción del medio.

Como el plástico sometido a tensión tiene un índice de refracción distinto según cada eje principal, el grado de reducción de la longitud de onda dependerá de la polarización de la luz. Si ésta es vertical, la longitud de onda queda dividida por el índice de refracción asociado al eje vertical; si es horizontal, queda dividida por el índice asociado al eje horizontal. Pero si la polarización está comprendida entre ambos ejes, hemos de considerar las dos componentes. Entonces, la componente vertical se acortará en una cuantía y la horizontal en una cuantía diferente.

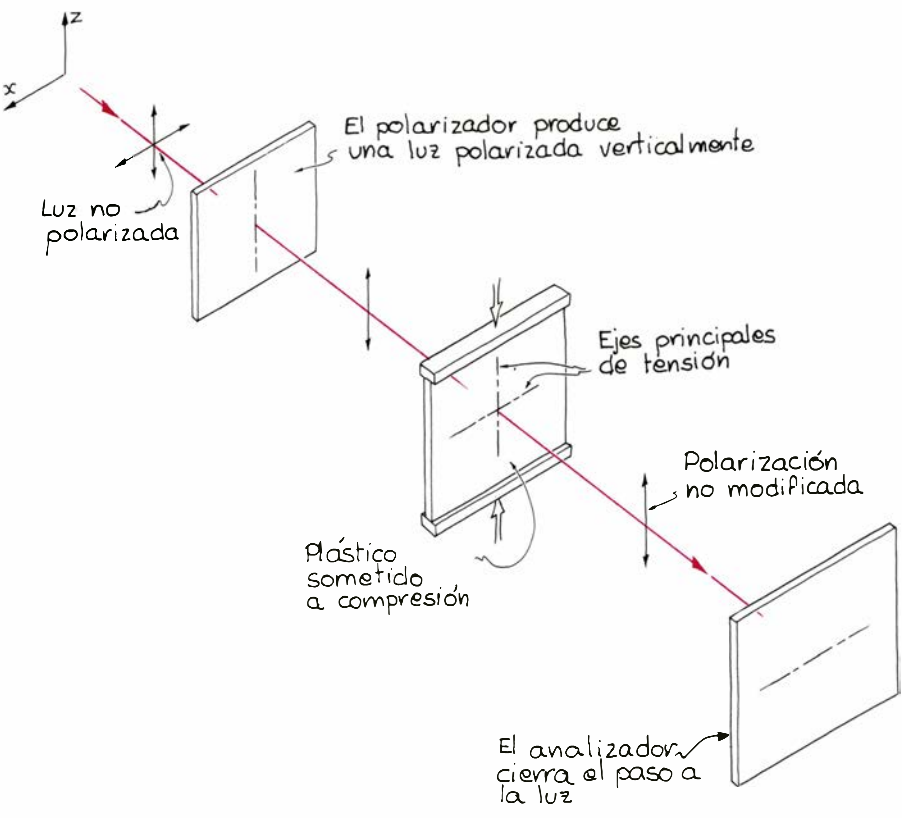
Dado que las dos componentes atraviesan el plástico con longitudes de onda distintas, oscilará cada una un número de veces diferente. Por ejemplo, la componente polarizada paralelamente al eje principal vertical podría oscilar 1000 veces (longitudes de onda); la otra componente, al tener una longitud de onda más corta, podría oscilar una vez más, con un total de 1001 oscilaciones. O sea, las dos componentes inician su recorrido exactamente en fase y lo terminan también en fase, aunque una de ellas haya oscilado una vez más.

Entonces, al recombinar matemáticamente las dos componentes a su salida del plástico, encontraríamos que los vectores eléctricos de la luz oscilarían exactamente igual que antes de penetrar en él. La polarización está inclinada 45 grados con respecto a la vertical. Y, como los filtros polarizadores están cruzados, el analizador impide el paso de la luz que llega a él.

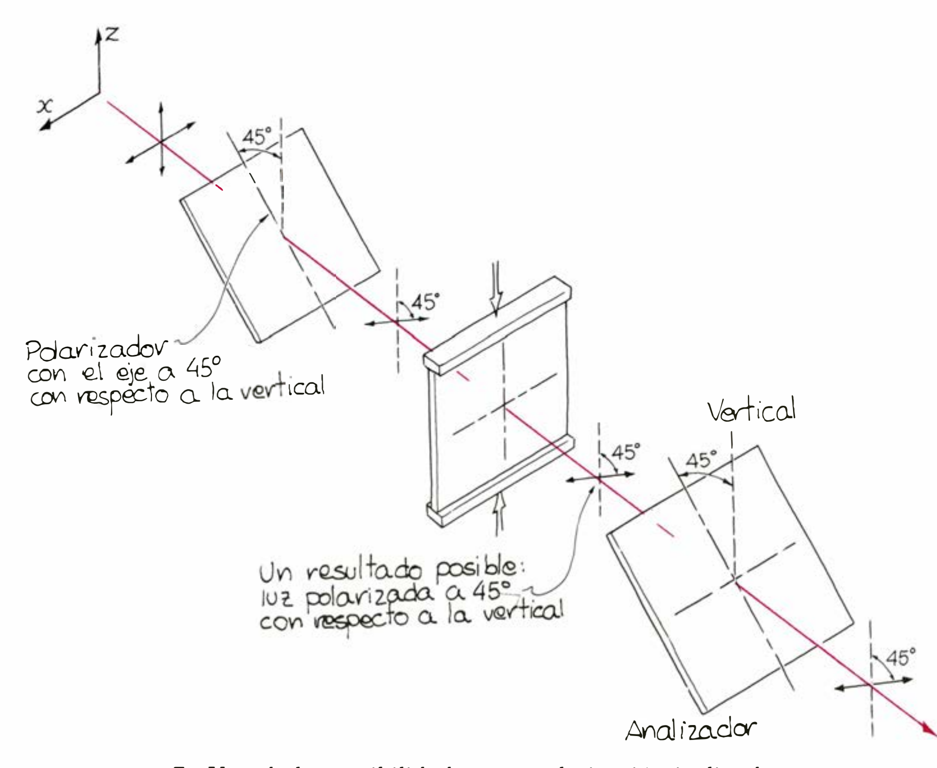
Pero si una de las componentes diera una semioscilación más, la recombinación produciría una polarización girada 90 grados. Esta nueva polarización sería paralela al eje de polarización del analizador y, así, la luz lo atravesaría.

Cabe, asimismo, cualquier otra situación intermedia; pero entonces se hace más difícil imaginar el resultado de la recombinación, pues la asociación de las componentes no da ya una luz polarizada linealmente. En este caso la polarización gira continuamente en torno al rayo, de tal modo que el vector eléctrico da una vuelta de arriba abajo, y luego al revés. De la luz con polarización rotatoria se dice que está polarizada elípticamente. (En el caso particular en que la longitud máxima del vector permanezca constante durante la rotación, se habla de una luz polarizada circularmente.) El analizador transmite en parte la luz polarizada elípticamente, dejando pasar la componente paralela a su eje de polarización y cerrando el paso a la otra.

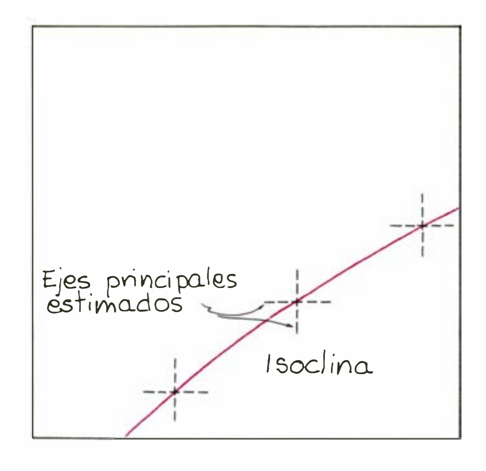
La consecuencia de todo este análisis



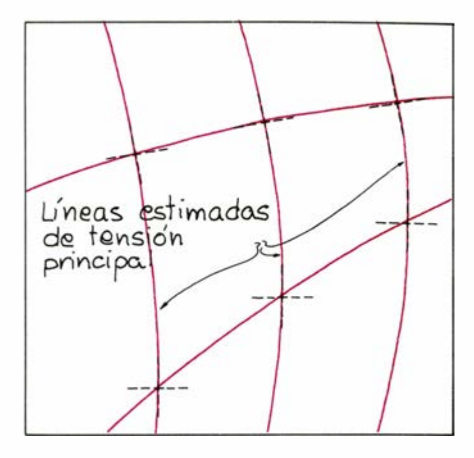
6. Alineamiento de la polarización con un eje de tensión principal



7. Una de las posibilidades con polarización inclinada







8. Estudio de isoclinas

es que lo que un observador vea a través del analizador dependerá del ángulo que formen la polarización de la luz y uno de los ejes principales del estado de tensión del plástico. El paralelismo entre ambos da oscuridad en el analizador. Aunque no haya paralelismo, si la luz que sale del plástico es de igual polarización, el analizador tampoco la dejará pasar. En cualquier otro caso, conseguirá pasar al menos una parte de la luz.

Nuestro ejemplo se distingue por su sencillez: la tensión es uniforme y los ejes principales son uno vertical y otro horizontal en todos los puntos de la lámina de plástico. Si ésta estuviera sometida a tensiones variables de un punto a otro, la orientación de los ejes variaría de un punto a otro. El objeto de la fotoelasticidad es descubrir esa orientación, para intentar localizar así las zonas del modelo susceptibles de romperse bajo el estado de tensión. Cuando al plástico se aplica una distribución de tensiones complicada y desconocida, el modelo, visto por el analizador, presenta una configuración de líneas oscuras y claras superpuestas, llamadas franjas.

La franja oscura señala los puntos del interior del plástico de los que emerge una luz polarizada exactamente del modo que imposibilita su paso a través del analizador. La razón de ello estriba en que la luz que pasa por uno de tales puntos está polarizada paralelamente a uno de los ejes principales, o bien que tiene dos componentes (paralela cada una a los ejes principales en ese punto) que, al recombinarse, dan una luz con la misma polarización que tenía al penetrar en el plástico. En ambos casos, el analizador no la deja pasar.

La mayoría de las franjas oscuras se deben habitualmente a la primera causa. Esas franjas reciben el nombre de isoclinas. La distribución y configuración de las isoclinas revela la orientación de los ejes principales en el seno del plástico.

Si queremos representar gráficamente los ejes principales, fotografiaremos el plástico a través del analizador para una orientación particular de los dos filtros polarizadores. Supongamos que el eje del primero esté vertical y que el del segundo sea horizontal. Se ilumina el plástico con luz polarizada verticalmente. Así, los isoclinas que salgan en la foto señalarán los puntos del plástico que se distinguen por tener uno de los ejes principales vertical. (Como los ejes principales son perpendiculares entre sí, el otro eje será horizontal.) La configuración de la foto se calca en papel y se dibujan los ejes principales sobre varios puntos de las isoclinas.

Luego se rotan los filtros 10 grados, por ejemplo, y se toma otra foto. Las isoclinas señalarán los puntos uno de cuyos ejes principales esté inclinado 10 grados con respecto a la vertical. Esas isoclinas se añaden al calco, y se trazan los ejes principales en unos cuantos puntos. Tras algunas fotos más, el calco revelará la orientación de los ejes en numerosos puntos del plástico.

Seguidamente, sobre el dibujo se trazan líneas que enlacen puntos de igual tensión. Por ejemplo, partiendo de un punto puede tirarse una línea que conecte un eje principal con otro eje principal correspondiente a un punto vecino. Aunque aquí sea inevitable trabajar un poco a ojo de buen cubero, se obtendrá un mapa aproximado de las líneas de tensión principal.

Las franjas resultantes de una recombinación se llaman isocromas. Por lo general aparecen ocultas por las isoclinas, pero pueden aprovecharse para asignar valores a las tensiones principales reveladas por las isoclinas. Para hacer uso de ellas, deben primero eliminarse las isoclinas.

A tal fin, colocaremos dos filtros adicionales, llamados placas de cuarto de onda, en el trayecto de la luz. Una de las placas se intercala entre el primer polarizador y el plástico, y la otra entre éste y el analizador. La función de una placa de cuarto de onda consiste en transformar luz polarizada linealmente en luz polarizada circularmente.

Estas placas actúan de manera algo similar al plástico sometido a estudio. Son birrefringentes, es decir, poseen dos ejes ortogonales (el "rápido" y el "lento") que dejan pasar la luz a celeridades distintas. Supongamos que el primer polarizador deje pasar la luz polarizada verticalmente. La primera placa de cuarto de onda se ajusta con su eje rápido inclinado 45 grados con respecto a la vertical. La luz que llega a ella tiene componentes según el eje rápido y según el lento. Ambas componentes, al atravesar la placa, oscilan un número de veces diferente cada una. Y de esta diferencia depende la polarización de la luz que salga de la placa. Entonces, como las placas se diseñan para que una componente realice un cuarto de oscilación más que la otra (de ahí su nombre de placa de cuarto de onda), la luz emergente estará polarizada circularmente.

La segunda placa de cuarto de onda se instala con su eje rápido perpendicular al de la primera. La misión de esta segunda placa es sustraer la diferencia de un cuarto de longitud de onda comunicada a las componentes por la primera. Aquí podría parecer que la cosa no merecía la pena; sin embargo, todo ello nos servirá para lograr nuestro propósito. Cuando la luz polarizada circularmente atraviesa el plástico tensado, la polarización no puede ser rigurosamen-

te paralela a un eje principal. Por tanto, desaparecerán las isoclinas nacidas de ese paralelismo, y lo que se recibe a través del analizador será una configuración de isocromas.

Esta configuración ofrece la ventaja de que sus franjas están en relación con la intensidad de las tensiones en el plástico. En cualquier punto dado del plástico, lo que determina la polarización de la luz es la diferencia entre las tensiones principales; esa diferencia determina si un punto acaba formando parte de una franja oscura o una clara. En principio, los valores de la tensión en cualquier punto del plástico pueden calcularse examinando las isocromas.

Como la configuración de isocromas depende del acortamiento de las longitudes de onda de las dos componentes luminosas que se transmitan a través de cualquier punto del plástico, tal configuración tendrá que ver con la longitud de onda de la luz que ilumine al plástico. Si ésta es blanca, cada color creará su propia configuración. Acontece que, en un punto del plástico, algún color quizá parta con la misma polarización que a su entrada; el analizador eliminará el color. La polarización de los otros colores que pasen por ese punto varía un poco y, por ello, serán parcialmente transmitidos por el analizador. Entonces, el observador no verá el punto del plástico ni blanco ni negro, sino de un color. Y la composición de los puntos que generen los mismos colores formará una configuración de isocromas coloreadas.

Resulta difícil predecir qué color verá el observador en un punto concreto. Depende del modo en que la polarización altera los distintos colores. Depende también de la sensibilidad del observador y de la respuesta al color de la película en cada cámara. La predicción se complica aún más cuando aumenta la diferencia entre las tensiones en un punto del plástico. Con unas diferencias bastante elevadas, los colores comienzan a difuminarse en un fondo blanco.

Las fotos de Seufert provienen de experimentos en los que la luz lanzada a través del plástico sometido a tensión está polarizada linealmente. En ellas aparecen tanto las isoclinas (que son únicamente claras y oscuras) como las isocromas (que dependen del color).

Las dos fotografías de la figura 1 muestran modelos de plástico con concentraciones de tensiones en sus zonas cóncavas, donde las isocromas se agolpan más, indicando que las diferencias entre las tensiones varían considerablemente en esos puntos. Como los modelos están sometidos a compresión por fuerzas que actúan a la derecha y a la izquierda, las zonas cóncavas están comprimidas. En la foto superior, la zona convexa sufre tracción. La distribución de color más uniforme de las porciones rectas indica que la distribución de tensiones es más uniforme en ellas que en las porciones curvas.

9. Cómo eliminar las isoclinas para ver las isocromas

Libros

Desarrollo del lenguaje, fijación del nitrógeno, paradojas de Gardner y la vida de Babbage

Ramón Cerdà, C. Rodríguez Barrueco, J. F. Prida y M. Mataix

FUNDAMENTOS DEL DESARROLLO DEL LENGUAJE, Compilación de Eric H. Lenneberg y Elizabeth Lenneberg, Alianza Universidad, Textos, Madrid, 1982, 612 páginas. Necesariamente, el comentario de este libro no sólo ha de replegarse tarde o temprano sobre sí mismo, sino que, además, no puede girar demasiado lejos del punto de vista de quien lo emite. Es una limitación que se debe reconocer a tiempo y aun respetar para no incurrir en juicios temerarios o, como mínimo, tergiversados. Vayamos por partes desde lo más externo.

Como indica aproximadamente el título, demasiado ambiguo, se trata de un compendio de talante enciclopédico compuesto de temas relacionados con los soportes biológicos del lenguaje y sus derivaciones, supuestos y evidencias mejor conocidas o, en todo caso, objeto de una atención primordial en la investigación de los últimos quince años. El contenido, en consecuencia, es abundante en datos (más de 600 páginas de apretada tipografía), generoso la mayoría de las veces en detalles aclaratorios para el no especialista y aun (muy) ameno hasta donde es posible serlo en obras así. Los colaboradores, cuidadosamente escogidos entre las autoridades de cada materia, se esfuerzan con notable éxito por presentar un estado de la cuestión, no muy actualizado por cierto, en sus respectivos campos. Mencionemos, de paso, la intervención leal y discreta de los traductores, que se han tomado incluso la molestia, muy de agradecer, de consignar la existencia de versiones hispánicas para tal o cual cita bibliográfica. En conjunto, el repertorio bibliográfico, lógicamente copioso, ofrece además la virtud de rejuvenecer un tanto (hasta aproximadamente 1974) los materiales de origen, ciertamente vetustos.

La edición española constituye una selección de 29 artículos a partir de los 42 trabajos resultantes de un remoto Simposio, celebrado en 1968, sobre Investigación Cerebral y Conducta Humana patrocinado por la UNESCO y por la Organización Internacional para la Investigación del Cerebro. La edición original de las comunicaciones corrió, además, a cargo de los esposos Eric y Elizabeth Lenneberg, lo que añade un valor de especial significación, sobre todo por la reconocida competencia de E. H. Lenneberg, catedrático ya fallecido de la Universidad de Cornell, pionero incansable en el desarrollo de la biolingüística y autor esforzado de trabajos de especialidad y divulgación (entre los cuales figura *Fundamentos biológicos del lenguaje,* traducido en 1975 y publicado igualmente por Alianza).

Desde el principio se reconoce la ingente contribución de Noam Chomsky en la formalización de la sintaxis y en el rigor matemático (inédito) de sus planteamientos; y aunque los trabajos que siguen no están explícitamente encaminados a demostrar la validez de aquellas teorías —sobre todo por la gran diversidad en el porte intelectual de los autores—, no deja de haber una clara inspiración en los principios chomskyanos y aun, dicho sea sin menoscabo de su valor intrínseco, una "confirmación" más o menos generalizada de los mismos.

Los 33 colaboradores se distribuyen la tarea, con desigual extensión, a partir de siete grandes bloques temáticos. En los preliminares, el propio Eric H. Lenneberg establece a grandes rasgos el marco biológico del lenguaje, especialmente en su naturaleza contextual y en su fundamento en las características funcionales del cerebro humano y otros complejos orgánicos adyacentes. Giulio C. Lepschy, un lingüista teórico, completa el capítulo analizando las perspectivas relacionales de la lingüística, a partir de F. de Saussure, con otras disciplinas afines, lo que denuncia la intención de que los enfoques y los contenidos interesen a estudiosos de metodologías tradicionales, pero no necesariamente distantes.

El segundo capítulo se titula "Historia natural" y en él el etólogo Fernando Nottebohm examina, desde un punto de vista zoológico, los resortes orgánicos del aprendizaje vocal; Marcus Jacobson trata la conexión entre cerebro y lenguaje, y André Roch Lecours, biofísico como el anterior, los correlatos mielogenéticos, esto es, del desarrollo neurológico, con la evolución del habla y del lenguaje.

El tercer capítulo, sobre "Ontogenia", comprende los trabajos sobre la formación y maduración de las facultades lingüísticas por parte del individuo normal. Tras un planteamiento general de las teorías del desarrollo fonológico a cargo de Charles A. Ferguson y Olga K. Garnica, conocidos lingüistas (y aun celebérrimo el primero, sobre todo por la introducción operativa de la noción de "diglosia") de la Universidad de Stanford, se presentan sucesivamente los inicios y la cimentación de las configuraciones fonológicas, por Sei Nakazima, semánticas, por Francesco Antinucci y Domenico Parisi, y gramaticales, por I. M. Schlesinger. En torno a posturas alternativas o a estadios más avanzados de la competencia lingüística vienen luego los trabajos del psicólogo H. J. Sinclair sobre la comparación de estructuras cognoscitivas y lingüísticas, del lingüista M. A. K. Halliday (inmerecidamente desconocido y desaprovechado en nuestro país) sobre la adquisición de significados, de Melissa F. Bowerman sobre estadios de uso sintáctico comparado en inglés, finés, samoano y lúo, de Dan I. Slobin sobre el cotejo del habla en niños y adultos, y de Courtney B. Gazden y Roger Brown sobre el carácter presuntamente universal de ciertas secuencias en la adquisición lingüística y la influencia del medio ambiente.

Los tres capítulos siguientes analizan

diversos aspectos patológicos, cuya atención prioritaria, incluso por parte de los teóricos del lenguaje, queda plenamente renovada por las fundadas expectativas de que arrojen luz nueva en la comprensión de los procesos normales. El primero está totalmente dedicado a la afasiología, cuya correlación con trastornos cerebrales y lingüísticos establece precisamente el editor Eric H. Lenneberg. Vienen luego las contribuciones del neurólogo E. Bay sobre las áreas cerebrales destinadas a funciones lingüísticas, de la psicóloga L. S. Tsvetkova sobre diversos experimentos para comprobar la nominación lingüística (o asignación de palabras) y su merma patológica, del también conocido psicólogo A. R. Luria, de la Universidad de Moscú, sobre la relación entre psicología y neurolingüística a partir de datos empíricos estructurales de palabras y frases, y de O. L. Zangwill sobre otro tipo de relación, más difusa si cabe, pero tanto o más reveladora para muchos estudiosos, entre las desviaciones afásicas y capacidades cognoscitivas no propiamente lingüísticas como la música, la modelación plástica y otras. En el capítulo quinto, "Sordera y ceguera", se examina la incidencia de estas deficiencias, primero en la adquisición y producción de estructuras fonológicas, cuando la sordera es parcial, por el fonetista británico D. B. Fry, y en el desarrollo intelectual del niño sordo, por Hans Furth y James Youniss, así como la interferencia de la ceguera en ciertos usos lingüísticos a partir de diversas experiencias llevadas a cabo con niños por Selma Fraiberg y Edna Adelson. El capítulo sexto completa, con el título de "El lenguaje en la clínica", la antología de temas diversos con respecto a las desviaciones patológicas del habla. Así, el primer apartado, de T. T. S. Ingram, extremadamente interesante, versa sobre la descripción, caracterización y clasificación de los trastornos del habla en los períodos iniciales y subsiguientes de su adquisición. Los tres trabajos sucesivos, de A. J. Fourcin (con una introducción de R. Boydell), Joanna Ryan y Antonio B. Lefèvre, tratan de los efectos sobre el desarrollo del lenguaje de las deficiencias o la falta, respectivamente, de lenguaje afectivo, maduración mental o nutrición adecuada.

El libro se cierra con un capítulo titulado "Lectura y escritura", sin duda un apéndice temático obligado. Comienza con una expeditiva enumeración de supuestos sobre la naturaleza, condiciones, regulación y dificultades de la escritura, a cargo de J. de Ajuriaguerra y M. Auzias; sigue una exposición de Macdonald Critchley sobre la dislexia y se termina con otra de E. Weigl sobre los aspectos psicolingüísticos y neurolingüísticos de los trastornos aléxicoagráficos.

Para evitar perderse en la exposición cabal de tan extensos y extraordinarios atractivos o en su predilección sin duda infundada desde cualquier perspectiva, me parece lícito optar por una evaluación lo más abstracta posible. Así, entre otras cosas, se pueden evitar enojosas referencias históricas a nuestros pagos, como no sea para recordar de paso la tremenda urgencia no sólo de que se modernicen las perspectivas metodológicas, sino ya de que se aproximen las jergas terminológicas, las actitudes y, a la postre, los intereses de tantos y tantos profesionales del lenguaje.

De todos modos, leyendo este libro me ha venido a las mientes un recuerdo ejemplar. En cierta ocasión un colega me pidió que le leyera una obra de teoría lingüística, que ya tenía en prensa, con el ruego de que le diese una opinión sincera y pormenorizada en la medida de mis alcances. Lo cierto es que tocaba multitud de temas con enfoques absoluta e injustificadamente anticuados. Como era de esperar, prevaleció su postura en todos y cada uno de los casos considerados, lo que ni me sorprendió ni, por tanto, me desagradó en demasía de no haber alegado con todo aplomo que quedaba eximido de aquellas reconvenciones porque se trataba de una obra de inspiración tradicionalista. ¿Tendría acaso algún sentido posible este recurso en un libro de medicina? Al parecer, la lengua invade hasta tal punto nuestra facultad de comprensión que cuesta muchísimo crear un cierto distanciamiento y con él una cómoda perspectiva para conseguir comparaciones algo menos prejuzgadas. Tal vez una buena solución consista paradójicamente en adentrarse cuanto más mejor en los mecanismos profundos de la mente, como hace, precisamente, este libro.

A veces se ha pensado que el futuro de la disciplina lingüística se halla en manos de la formalización lógica. Acaso hoy parezca una alternativa más entre las que deparan las distintas corrientes desde principios de siglo para acá. También se había pensado que el lingüista no hace sino describir explícitamente las operaciones que realizan los hablantes en el acto del discurso. Mucho se ha discutido sobre la existencia mental (ontogenética y filogenética) de los datos postulados por el lingüista a raíz de las definiciones chomskyanas de la competencia y la actuación lingüísticas. Lo mismo que sobre la predisposición natural para formar ciertos conceptos, y no otros cualesquiera. Incluso las aberraciones más aparentes, en la lengua, cuando se generalizan, toman por definición carta de naturaleza de normalidad estructurada o asumida. Pocos todavía han aventurado alguna hipótesis sobre las condiciones de la generalización de datos o de tendencias (fonéticas, gramaticales, etc.) en la lengua. Algo análogo sucede con los procesos de aprendizaje explicados en forma más o menos antagónica por el racionalismo generativista de Chomsky (al que propenden, como se ha dicho y se puede colegir, los supuestos últimos del libro) y el funcionalismo o genetismo epistemológico de Jean Piaget (sobre los cuales acaba de aparecer, por cierto, la versión española de un extenso y único debate sostenido, en 1975, por ambos estudiosos junto con discípulos y epígonos aventajados: N. Chomsky y J. Piaget, *Teoría del lenguaje y teoría del aprendizaje*, Ed. Crítica, Barcelona 1983).

Lo que cuenta, en todo caso, es que el tratado objeto del presente comentario constituye, sin la menor duda, un ejemplo excelente de este proceso tan de nuestro tiempo por el cual están ganando evidencia científica (empírica y teórica) una multitud de planteamientos que hasta hace poco eran del dominio exclusivo de la especulación filosófica. Lo que es tanto como decir que es un valor indiscutiblemente firme, al margen de cualquier otra matización. (R.C.)

BIOLOGICAL NITROGEN FIXATION TECHNOLOGY FOR TROPICAL AGRICULTURE, editado por Peter H. Graham y Susan C. Harris. Centro Internacional de Agricultura Tropical AA 67-13, Cali, 1982, 768 páginas. El título de referencia contiene los trabajos presentados en un Simposio celebrado en el CIAT (Centro Internacional de Agricultura Tropical) de Cali, Colombia, en los días 9-13 de marzo de 1981. La composición de su Organizador contiene nombres de relevante prestigio en la especialidad como J. Haliday, de la Universidad de Hawai, P. Graham, del CIAT de Cali, y Peter Dart, del Instituto Internacional para Investigaciones de Cultivos en la Zona Tropical Semiárida, junto con otros autores de no menor competencia: J. Dobereiner, Y. Dommergues, L. R. Frederick, F. Ri-

veros, R. J. Summerfield, e I. Watanabe. El Simposio fue patrocinado por varios organismos internacionales. Sirvan esta presentación inicial y la participación de 178 especialistas de 33 países como índice del interés que el tema y actividades desarrolladas en la reunión tienen.

El libro, de buena presentación editorial a cargo de P. H. Graham y S. C. Harris, fue publicado en 1982 por el CIAT de Cali. Contiene trabajos distribuidos en doce secciones: ponencia general, factores vegetales que afectan a la fijación de nitrógeno, tecnología de inoculantes y su producción, factores ambientales que afectan a la fijación de nitrógeno, ensayos de inoculación, fijación en leguminosas grano, fijación en leguminosas forrajeras, fijación en árboles, fijación asociativa, asociación *Azolla-Anabaena,* metodología y consideraciones generales.

La reunión de Cali, y en consecuencia el volumen que se reseña, supone una variante práctica con respecto a la investigación fundamental que se cubre en otros congresos sobre la especialidad. Se trata, en conjunto, de poner el proceso a trabajar, y dónde mejor que en aquellos países menos desarrollados que han sufrido con mayor rigor la crisis energética de la última década y donde, en cualquier caso, la infraestructura industrial y económica influye sobre el precio del fertilizante nitrogenado puesto en destino. El objetivo último de la reunión es aumentar los rendimientos agrícolas a menor coste.

En una primera introducción se consideran tres tipos de fuentes de nitrógeno para los campos cultivados: el fertilizante nitrogenado de síntesis industrial, los abonos verdes y residuos orgánicos, y la fijación biológica de nitrógeno, apareciendo el uso de ésta y la aplicación de cantidades moderadas de fertilizantes como el procedimiento más rentable. No obstante, esta última es una sugerencia más que una alternativa confirmada, por lo que se insiste en la necesidad de que se realicen ulteriores experimentos de campo a fin de disponer de datos que permitan planificar el uso del proceso de fijación de nitrógeno según cultivos, condiciones de crecimiento y demás circunstancias y factores.

El nivel científico de los 86 trabajos presentados es muy variado, desde revisiones generales, así la del coste energético que supone la fijación de nitrógeno (M.C.P. Neves) o sobre genética (J. Beringer), hasta experimentos agronómicos. Los cultivos más estudiados han sido el cacahuete, la soja, judía, cowpea (*Vigna unguiculata*), pigeonpea (*Cajanus cajan*) y garbanzo. Contrariamente a lo que cabía esperar de su celebración en Sudamérica, merece destacarse la participación de países asiáticos y africanos.

De la tecnología de la producción de inoculantes se ocupan J. C. Burton, R. J. Roughley y A. P. Balatti; este último aporta un diseño de fermentador para cultivo de *Rhizobium* a gran escala. En ensayos de inoculación de leguminosas se incluyen los resultados del Programa Internacional de la Inoculación de la Judía, correspondiente al período 1978-1979, a cargo de investigadores del CIAT. De ellos se concluye, al igual que en otros experimentos sobre inoculación, la respuesta variable según inóculo, obteniendo aumentos de rendimiento del 39-61 por ciento sobre los controles con las cepas CIAT 632 y 640 en cinco de las doce zonas estudiadas, distribuidas en México, Perú, Bolivia, Colombia, Hawai, Brasil y El Salvador. Se utilizaron diez cepas distintas de *R. phaseoli,* consideradas de alta calidad. Las citadas como 632 y 640 procedían del ICTA en Guatemala y Colombia, respectivamente. En el resto de las zonas se obtuvieron resultados irrelevantes. En la sección sobre fijación de nitrógeno en árboles se habla de leguminosas leñosas en simbiosis con *Rhizobium* y de las actinorrizas en simbiosis con *Frankia,* concretamente *Casuarina* (J. G. Torrey). Es de destacar la consideración que se hace de las micorrizas y su papel en el rendimiento de la simbiosis fijadora en estas plantas (Y. Dommergues).

Hay que anotar los trabajos de campo que la Academia de Ciencias de la República Popular de China viene realizando en arrozales a los que aportan cantidades variables del helecho acuático *Azolla* en simbiosis con el alga azulverdosa *Anabaena.* Igualmente desarrollan trabajos sobre el sistema *Azolla-Anabaena* el ORSTOM en Senegal y el Centro de Edafología de Chapingo en México. La incidencia de la fijación asociativa sobre la producción en gramíneas es cubierta por EMBRAPA de Río de Janeiro, el CENA de Piracicaba, Brasil, y el Departamento de Agricultura de Estados Unidos, en Beltsville. En esta línea, resulta evidente que, para una fijación más eficiente, hay que maximizar la fijación espontánea mediante el uso apropiado de fertilizantes fosforados complementados con molibdeno y bajos niveles de nitrógeno combinado, así como utilizar variedades de plantas seleccionadas y mejores cepas de *Azospirillum.* Por lo demás, los problemas a resolver son semejantes a los que se dan en la aplicación del proceso en otros sistemas fijadores, como son las interacciones entre genotipos vegetales, bacterias y bajos niveles de nitrato, sin olvidar la posible competición entre el inóculo empleado y la microflora autóctona.

El libro finaliza con una serie de artículos donde se recogen los programas en curso en Brasil, India y en los centros de investigación financiados por el Consultative Group on International Agricultural Research (CGIAR, 1980) de las Naciones Unidas, concretamente en cinco de los 13 centros creados bajo sus auspicios. La creciente profusión de títulos sobre la fijación biológica de nitrógeno atmosférico no quita interés al presente, que constituye una importante fuente de datos prácticos, resultantes de la planificación experimental de estudios de campo, acompañados de una interpretación que pueden servir al científico y al agrónomo a la hora de valorar la potencialidad del proceso. (C.R.B.)

¡AJA! PARADOJAS, PARADOJAS QUE HACEN PENSAR, por Martin Gardner. Editorial Labor S.A., Barcelona 1983. Título original: Aha! Gotcha, Paradoxes to puzzle and delight, Scientific American Inc, New York 1975. Para los lectores de *Investigación y Ciencia* el autor es bien conocido a través de la columna mensual "Juegos matemáticos", de la que ha sido responsable desde su fundación, hace ya veinticinco años, en *Scientific American.* Gardner es asimismo autor de otras obras sobre matemática recreativa, tales como "Mathematical Games of Scientific American", "The Paradox of the Unexpected Hanging and Other Matematical Diversions" y "Free Will Revisited".

Aunque el término "paradoja" posee múltiples acepciones, a lo largo de la obra se toma en cuatro sentidos: Afirmaciones que parecen falsas aunque en realidad son verdaderas, afirmaciones que parecen verdaderas siendo en realidad falsas, cadenas de razonamientos aparentemente impecables, pero que conducen a contradicciones lógicas y, finalmente, declaraciones cuya verdad o falsedad es indecidible.

Como es bien sabido, algunas paradojas fueron ya conocidas en la antigüedad —la célebre paradoja del cretense aparece citada en la Biblia— y algunas de ellas sólo fueron resueltas sa-

tisfactoriamente muchos siglos después de haber sido formuladas, habiendo exigido en ocasiones su solución un gran derroche de esfuerzo intelectual, que, afortunadamente, no sólo no resultó infecundo, sino que propició un enorme avance en la fundamentación de las matemáticas. Sin embargo, en esta obra no se abandona en ningún momento el campo de la matemática recreativa y en consecuencia no se pretende analizar en profundidad las denominadas "paradojas científicas", aun cuando no falten referencias a algunas de ellas (paradojas de Russell, Berri, Newcomb, etcétera).

Dado el carácter recreativo de la obra, en la que el autor no pretende otra cosa que entretener haciendo pensar, nos limitaremos a comentar algunas de las paradojas que nos han parecido más interesantes, a través de las cuales el lector podrá hacerse una idea bastante aproximada del contenido del libro.

Entre las paradojas lógicas es particularmente interesante la denominada "del mentiroso", de la que existen innumerables variantes, y que surge cuando un individuo pronuncia la frase "estoy mintiendo", que a primera vista parece que si es verdadera el individuo en cuestión deberá estar mintiendo, con lo que la frase deberá ser falsa. Pero si es falsa, entonces no estará mintiendo, con lo que la frase será verdadera.

Otra célebre paradoja, debida a Russell, es la referente a los conjuntos que no son elementos de sí mismos (la de los barberos que no se afeitan a sí mismos, o de los autores que no se citan, etcétera) que si no es elemento de sí mismo, entonces debe serlo; pero si lo es, entonces no lo deberá ser.

Entre las referentes a los números citaremos la relativa al "menor número natural que no puede definirse con menos de trece palabras", expresión que constituye una definición de dicho número y que, paradójicamente, consta de menos de trece palabras. Otras paradojas numéricas hacen referencia a "matrices mágicas" y a conjuntos infinitos, cuyas propiedades difieren sensiblemente de las de los finitos.

Célebre es también la paradoja referente al profesor, que anuncia a sus alumnos que a lo largo de la semana pondrá un examen por sorpresa, que nadie podrá predecir hasta el momento de su comienzo. Los alumnos deducen que el examen no podrá ser el último día de la semana, puesto que no sorprendería a nadie. Excluido el viernes, por la misma razón debe ser excluido el jueves y así sucesivamente. El examen por sorpresa sería, pues, imposible. Sin embargo el profesor sorprendió a sus alumnos poniéndoles el examen el miércoles.

Entre las paradojas geométricas algunas se basan en figuras imposibles, tales como escaleras cíclicas, por las que podría bajarse eternamente, pasando infinitas veces por el mismo punto; otras, en variantes de célebres teoremas que aseguran la existencia de ciertos "puntos fijos"; otras, en fin, en propiedades a primera vista extrañas de ciertas figuras geométricas, tales como los toros, las trenzas, la banda de Möbius, etcétera. La paradoja del espejo plantea la pregunta: ¿Por qué cuando nos miramos ante un espejo vemos el lado derecho como izquierdo y el izquierdo como derecho y sin embargo no vemos los pies arriba y la cabeza abajo?

Otras paradojas, verdaderamente profundas, hacen referencia a la posibilidad de codificar mediante un único número natural —y por tanto mediante un trazo en una regla— una cantidad de información arbitrariamente grande, como, por ejemplo, la contenida en la Enciclopedia Británica. Desgraciadamente, el carácter discontinuo de la materia impide la realización práctica de ediciones tan baratas.

Entre las relativas a falsas intuiciones sobre probabilidades, es curiosa la "paradoja de la corbata". Dos hombres que presumían de llevar siempre bonitas corbatas convinieron en que un árbitro de reconocido buen gusto decidiría cuál de sus dos corbatas era más elegante. Como consuelo, el ganador entregaría su corbata al perdedor. Paradójicamente ambos contrincantes pensaron que la apuesta les favorecía, al razonar así: las probabilidades de ganar y de perder son las mismas; pero si gano yo, tendré que entregarle mi corbata al otro y, en cambio, si pierdo él me entregará una corbata más bonita que la mía.

En fin, otras paradojas se basan en cuentas mal hechas, en situaciones mal definidas, en falsas intuiciones matemáticas y en disparatadas interpretaciones de la mecánica relativista, con los consiguientes viajes al pasado y al futuro.

A nuestro juicio, el autor consigue plenamente su propósito. Entretiene, hace pensar y puede, incluso, despertar el interés del lector por toda una serie de cuestiones matemáticas, en ocasiones verdaderamente profundas. Las distintas paradojas vienen acompañadas de explicaciones claras y acertadas, así como de referencias bibliográficas para quienes quieran profundizar en estos temas. (J. F. P.)

CHARLES BABBAGE. PIONEER OF THE COMPUTER, por Anthony Hyman. Oxford University Press, 1982. Puede decirse que la primera virtud del libro es su oportunidad. Asistimos actualmente a un movimiento de interés general hacia los ordenadores, y cuando tal ocurre —en cualquier campo del saber— cobran especial realce las figuras de quienes fueron sus precursores. Nadie parece más acreedor a dicho título que Babbage en el dominio de las máquinas calculadoras, que fueron el origen de los ordenadores. Por otra parte, la maestría de los ingleses en el terreno biográfico no queda defraudada en este caso. Lo que era lógico esperar, dado el interés que tiene la figura de Charles Babbage, un intelectual que, aparte de su importancia fundamental en el desarrollo de un verdadero ordenador mecánico, desplegó su extraordinaria capacidad analítica en otros campos tan diversos como la filosofía, las matemáticas, la economía y la aplicación de la tecnología y la ciencia al comercio y la industria. El libro incluye una serie de excelentes fotografías que aumentan su interés, entre las que cabe especialmente mencionar las que reproducen los dibujos técnicos de los ingenios de Babbage.

La figura de este inglés polifacético del siglo XIX resulta apasionante para quien se adentra en la historia de la tecnología. Si bien las famosas máquinas dominaron la vida de Babbage, su biografía nos permite ambientarnos en la Inglaterra de principios del siglo pasado, con su impulso industrial que produjo una plétora de notables ingenieros. Precisamente, el capítulo cuarto se detiene en este contexto. En él aparecen John Smeaton, inventor de la campana de buzo y fundador de la profesión de ingeniero civil en Inglaterra, que construyó el famoso faro de Eddystone y fue elegido miembro de la Royal Society en 1753; también construyó un canal en Escocia, entre el Forth y el Clyde, que abrió una comunicación entre el Atlántico y el mar del Norte. John Rennie, que perfeccionó la campana de buzo convirtiéndola en un práctico vehículo con el que llevó a cabo reparaciones en el muelle de Ramsgate; fue el autor de los puentes de Waterloo, Southwark y el nuevo de Londres, este último terminado en 1831 y

desmontado 130 años después para ser trasladado a Arizona, en los Estados Unidos. Marc Isambard Brunel, normando de origen, que proyectó el túnel bajo el Támesis, entre Rotherhithe y Wapping, cuya apertura tuvo lugar en 1843, tras 18 años de trabajos, y constituyó tal éxito, que en tan solo el primer mes y medio desde su apertura atrajo un millón de visitantes. Henry Maudslay, constructor de la pantalla que permitió realizar dicho túnel, y que tuvo los talleres mecánicos más famosos de la época. Al considerar la pobre contribución tecnológica que como país europeo tuvo España, no puede dejar de sentirse una cierta envidia hacia ese ambiente de superación técnica que tan bien se refleja en el libro.

Babbage fue un hombre de una gran actividad a lo largo de su vida. Sus libros causaron mucho revuelo. *Reflections on the Decline of Science in England, and some of its Causes* ("Reflexiones acerca del decaimiento de la ciencia en Inglaterra y alguna de sus causas") apareció dedicado a "un noble", sin especificar su nombre, aunque se supone que fue a Lord Ashley, más tarde Conde de Shaftesbury, cuya influencia en la política inglesa del siglo XIX fue muy notable. El libro era un ataque durísimo a la Royal Society, por los hábitos en ella imperantes de dar entrada a personas de alcurnia con preferencia a hombres de ciencia. Babbage, que había estado viajando por Francia donde conoció a los principales científicos de la época: Laplace, Arago, Biot, así como a Alexander von Humboldt en Berlín, tenía un verdadero deseo de reforma, ya que pensaba, no sin razón, que Inglaterra —que contaba con los mejores ingenieros— se iba quedando retrasada en el campo científico. Así, sugería que los miembros del Consejo, en vez de ser nombrados por el presidente, fuesen elegidos tras un debate en la reunión de la Sociedad. Todo esto llevó a la dimisión de su presidente, Davies Gilbert. Sin embargo, al elegir a quien había de sustituirle, entre las dos candidaturas —la del duque de Sussex y la del astrónomo Herschel— el resultado, una vez más, fue favorable al linaje. Lo triste es que ello fue, en parte, debido a Babbage, que dando por segura la elección de Herschel aconsejó a los amigos más alejados de Londres, que habían de participar en la elección, que no se molestasen en venir, pues no serían necesarios sus votos.

Su segundo libro, *On the Economy of Machinery and Manufactures* ("Acerca de la economía de la maquinaria y las manufacturas"), fue igualmente conflictivo, hasta tal punto que su editor, Fellowes, se negó a publicarlo, tras enseñarle noblemente Babbage lo que en él decía sobre la industria editorial. Este libro le estableció como un economista de primera fila y tuvo una significativa influencia sobre la obra de John Stuart Mill y la de Marx. Es curiosa la referencia a la forma que Babbage proponía para introducir el sistema decimal en la moneda inglesa. Como la libra tenía 20 chelines, existiendo monedas de dos chelines y medio (las llamadas medias coronas), proponía que éstas fuesen eliminadas de la circulación en forma gradual; había que acuñar una moneda de dos chelines y darle un nombre —duque de Clarence, por ejemplo. Tras uno o dos años de haber introducido el "duque de Clarence", se acuñaría una moneda de cobre de 100 farthing (el farthing era el cuarto de penique) que equivaldría a un Clarence. Finalmente se acuñaría una monedad de 10 farthing a la que se denominaría Conde, con lo que quedaría hecho el paso al sistema decimal de una forma suave. Es de notar que, si bien no tuvo éxito en la reforma, la moneda de dos chelines sí llegó a acuñarse, con el nombre de florín.

En 1833 escribió un panfleto político, *A Word to the Wise* ("Una palabra a los sabios") en el que atacaba que el título de par fuese hereditario, defendiendo que debía ser por vida solamente.

Bien, no es cuestión de hacer aquí un resumen del contenido del libro que comentamos. Sin embargo, quiero hacer mención del capítulo 11 que, al igual que el 4, tiene un gran interés por el cuadro que presenta del desarrollo de los ferrocarriles en Gran Bretaña y la polémica sobre la elección del ancho de vía, en la que Babbage desempeñó un papel preponderante. Todo el capítulo está salpicado de anécdotas divertidas, como las que hacen referencia al estrambótico Dionysus Lardner o a los escritos de Dickens, haciendo mofa de los primeros mítines de la Asociación Británica para el Desarrollo de las Ciencias. Una vez más podemos apreciar la extraordinaria y diversa actividad que mantuvo Babbage a lo largo de su vida, en la que si bien la máquina de diferencias y las máquinas analíticas —nombres que recibieron sus máquinas calculadoras— fueron su pasión principal, no le impidieron participar en otras numerosas actividades científicas. Al final del libro, y como para hacernos recuperar un poco la estimación científica nacional, aparece una referencia a Leonardo Torres Quevedo y sus autómatas, como el más directo continuador de las ideas de Babbage.

Antes de terminar esta reseña parecen oportunas ciertas observaciones. La primera —que no tiene importancia ya que por aquella época Noruega estuvo unida a Suecia por un breve período— es la de que sorprende hallar una referencia a Abel como matemático sueco. Tambien, en la página 109, el autor utiliza alguna vez el término potencia por el más apropiado de energía (como al mencionar el almacenamiento de potencia).

Más interesante es la discrepancia que parece existir entre la imagen que lógicamente se obtiene de un Babbage amante de la vida social, a la que dedicaba gran parte de su tiempo, y una anécdota que se lee en un libro clásico sobre la historia de los ordenadores, *Faster than thought* ("Más rápido que el pensamiento"). En el primer capítulo, cuyo autor es B. V. Bowden —pues se trata de una obra de participación múltiple—, leemos que Babbage, "poco antes de su muerte le dijo a un amigo que no podía recordar un solo día completo de felicidad en su vida: 'Hablaba como si odiara a la humanidad en general, a los ingleses en particular, y al gobierno inglés y a los organilleros más que a nadie'."

Lo de los organilleros y lo del gobierno inglés queda bien explicado en el libro de Hyman que comentamos; pero el otro aspecto nos lleva a pensar que o bien en los últimos años de su vida el carácter de Babbage se fue agriando —lo que no es nada raro, considerando que vivió hasta casi los ochenta años, convirtiéndose en un hombre solitario— o bien la imagen que uno obtiene en la biografía es muy distinta de lo que recoge la anécdota de Bowden.

Y la última observación es que en el libro se nota el encarecimiento de la actividad editorial en todos los países, lo que lleva a tratar de evitarlo utilizando un tipo de letra y una separación entre renglones bastante incómodos. Los libros ingleses siempre han destacado por una impresión impecable. En este caso, si bien en general se mantiene esta tónica, la "letra menuda" lo es excesivamente, y ello, en un libro que está compuesto en gran parte de citas, resulta incómodo como queda dicho, pues las citas son las que utilizan el tipo de letra más pequeño; y de por sí el utilizado en el texto lo es bastante. Por lo demás, creo que es un libro que tendrá muchos lectores. (M. M.)

Bibliografía

Los lectores interesados en una mayor profundización de los temas expuestos pueden consultar los trabajos siguientes:

MICROORGANISMOS PLANCTONICOS FOSILES

The Oldest Fossils. E. S. Barghoorn en *Scientific American,* vol. 224, n.° 5, págs. 30-42; 1971.

La Evolución de las Células Primitivas. William J. Schopf en *Investigación y Ciencia,* n.° 26, págs. 58-75; noviembre, 1978.

Symbiosis in Cell Evolution. Lynn Margulis. W. H. Freeman and Company; 1981.

Aspects of Problematic Acid-resistant, Organic-walled Microfossils (Acritarchs) in the Upper Proterozoic of the North Atlantic Region. G. Vidal en *Precambrian Research* vol. 15, págs. 9-23; 1981.

UN VECTOR PARA INTRODUCIR GENES EN VEGETALES

Plasmids Specifying Plant Hyperplasias. Eugene W. Nester y Tsune Kosuge en *Annual Review of Microbiology,* vol. 35, págs. 531-565; 1981.

Molecular Biology of Plant Tumors. Dirigido por G. Kahl y J. S. Schell. Academic Press, 1982.

T-DNA of the Agrobacterium Ti and Ri Plasmids. Michael Webster Bevan y Mary-Dell Chilton en *Annual Review of Genetics,* vol. 16, págs. 357-384; 1982.

Prospects in Plant Genetic Engineering. Kenneth A. Barton y Winston J. Brill en *Science,* vol. 219, n.° 4584; páginas 671-676; 11 de febrero de 1983.

CALDERAS VOLCANICAS GIGANTES

Resurgent Cauldrons. Robert L. Smith y Roy A. Bailey en *The Geological Society of America: Memoir 116,* páginas 613-622; 1968.

Theoretical modeling of the Generation, Movement, and Emplacement of Pyroclastic Flows by Column Collapse. R. S. J. Sparks, L. Wilson y G. Hulme en *Journal of Geophysical Research,* volumen 83, número B4, páginas 1727-1739; 10 de abril de 1978.

El Parque de Yellowstone, Ventana al Interior de la Tierra. Robert B. Smith y Robert L. Christiansen en *Investigación y Ciencia,* n.° 43, páginas 68-79; abril, 1980.

EL HOMBRE DE PEKIN

On a Lower Molar Hominid Tooth from the Choukoutien Deposit. Davidson Black en *Palaentologia Sinica,* Series D, vol. 7, fascículo 1, págs. 1-28; 1927.

On an Adolescent Skull of *Sinanthropus pekinensis* in Comparison with an Adult Skull of the Same Species and with Other Hominid Skulls, Recent and Fossil. Davidson Black en *Palaeontologia Sinica,* Series D, vol. 7, fascículo 2, págs. 1-144; 1927.

Notice of the Discovery of Quartz and Other Stone Artifacts in the Lower Pleistocene Hominid-bearing Sediments of the Choukoutien Cave Deposit. Pei W. C. en *Boletín de la Sociedad Geológica China,* vol. 11, n.° 2, págs. 109-139; diciembre, 1931.

The *Sinanthropus* Population of Chou Kou Tien. Franz Weidenreich en *Boletín de la Sociedad Geológica China,* vol. 14, n.° 4, págs. 427-461; 1935.

The Cave Home of Peking Man. Chia Lan-po. Foreign Language Press, 1975.

MATERIA OSCURA EN GALAXIAS ESPIRALES

Dynamic Evidence on Massive Coronas of Galaxies. Jaan Einasto, Ants Kaasik y Enn Saar en *Nature,* vol. 250 n.° 5464, págs. 309-310; 1974.

Masses and Mass-to-Light Ratios of Galaxies. S. M. Faber y J. S. Galagher en *Annual Review of Astronomy and Astrophysics,* vol. 17, páginas 135-187; 1979.

The Large-Scale Structure of the Universe. J. P. E. Peebles. Princeton Univesity Press, 1980.

ECOLOGIA FISIOLOGICA DE BALLENAS Y DELFINES

Physiology of a Small Cetacean. J. Kanwisher y G. Sundnes en *Hvålradets Skrifter,* n.° 48, págs. 45-53; 1965.

Thermal Regulation in Cetaceans. John Kanwisher y Gunnar Sundnes en *Whales, Dolphins and Porpoises,* dirigido por Kenneth S. Norris. University of California Press, 1966.

Respiration and Deep Diving in the Bottlenose Porpoise. Sam H. Ridgway, B. L. Scronce y John Kanwisher en *Science,* vol. 166, n.° 3913, págs. 1651-1654; 26 de diciembre de 1969.

Dolphin Lung Collapse and Intramuscular Circulation during Free Diving: Evidence from Nitrogen Washout. Sam H. Ridgway y Red Howard en *Science,* vol. 206, n.° 4423, págs. 1182-1183; 7 de diciembre de 1979.

Free and Forced Diving in Birds. John W. Kanwisher, Geir Gabrielsen y Nancy Kanwisher en *Science,* vol. 211, n.° 4483, págs. 717-719; 1981.

GEORG CANTOR Y LA TEORIA DE CONJUNTOS TRANSFINITOS

What Is Cantor's Continuum Problem? Kurt Gödel en *Philosophy of Mathematics: Selected Readings,* dirigido por Paul Benacerraf y Hilary Putnam. Prentice-Hall, Inc., 1964.

Probleme des Unendlichen: Werk und Leben Georg Cantors. Herbert Meschkowski. Vieweg, Braunschweig, 1967.

Towards a Biography of Georg Cantor. I. Grattan-Guinness en *Annals of Science,* vol. 27, n.° 4, págs. 345-391; diciembre, 1971.

Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite. Joseph Warren Dauben. Harvard University Press, 1979.

LA CREMALLERA

The Invention and Introduction of the Zipper. P. J. Federico en *Journal of the Patent Office Society,* vol. 28, n.° 12, págs. 855-876; diciembre, 1946.

The Slide Fastener Industry in 1950: A Report for Slide Fastener Association, Inc. Preparado por la Business Information Division, Marketing Services Company. Dun and Bradstreet, Inc., 1951.

Talon, Inc.: A Romance of Achievement. James Gray. Meadville Printcraft Corp., 1963.

TEMAS METAMAGICOS

Escape from Paradox. Anatol Rapoport en *Scientific American,* vol. 217, n.° 1, págs. 50-56; julio, 1967.

Newcomb's Problema and the Prisoner's Dilemma. Steven J. Brams en *The Journal of Conflict Resolution,* vol. 19, n.° 4, págs. 596-612; diciembre, 1975.

The Prisoners of Insecurity. Bruce Russett. W. H. Freeman and Co., 1983.

TALLER Y LABORATORIO

Photoelasticity: Principles & Methods. H. T. Jessop y F. C. Harris. Dover Publications, inc., 1960.

Polarized Light. William A. Shurcliff y Stanley S. Ballard. D. Van Nostrand Company, Inc., 1964.

Photo-elastic analysis. A. W. Hendry. Pergamon Press, 1966.


INVESTIGACION Y
CIENCIA